

۱۲۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} |1-x| & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$  تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی  $X$  باشد، امید ریاضی این متغیر،

چقدر است؟

(۱) ۱

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{1}{4}$

۱۲۱- متغیر تصادفی  $X$ ، دارای توزیع نرمال با میانگین ۲ و واریانس ۴ است. مقدار  $P(X^2 + 4 > 4X)$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴) ۱

۱۲۲- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد تصادفی و  $P(A|B) = P(A|B')$  باشد، کدام مورد، همواره صحیح است؟

(۱)  $P(B) = P(B')$

(۲)  $A$  و  $B$  مستقل هستند.

(۳)  $A$  و  $B$  ناسازگار هستند.

(۴)  $P(A|B) = P(A|B')$

۱۲۳- جعبه‌ای ۶ مهره دارد که  $m$  تای آن، سفید و بقیه سیاه است. برای آزمون فرض  $H_0: m = 3$  در مقابل

$H_1: m = 5$ ، دو مهره به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌شود. اگر دو مهره سفید باشد، فرض  $H_0$  رد

می‌شود. خطای نوع اول کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{5}$

(۲)  $\frac{1}{6}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{2}{5}$

۱۲۴- دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$ ، دارای واریانس‌های برابر هستند. ضریب همبستگی  $(X+Y)$  و  $(X-Y)$ ، کدام است؟

(۱) ۱

(۲)  $\frac{1}{2}$ 

(۳) صفر

(۴) -۱

۱۲۵- اگر  $\bar{X}$  و  $S^2$  به ترتیب میانگین و واریانس یک نمونه  $n$  تایی از توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  باشند، مقدار

$P((\bar{X} - \mu)S^2 > 0)$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲)  $\frac{1}{2}$ (۳)  $\frac{1}{4}$ 

(۴) صفر

مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر و مبانی آنالیز عددی:

۱۲۶- اگر  $A = \left\{ \frac{1-\Delta n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$  باشد،  $\sup(A) + \sup(-A)$  کدام است؟

(۱) -۵

(۲) -۲

(۳) صفر

(۴) ۳ ✓

۱۲۷- کدام مورد، صحیح است؟

(۱)  $\mathbb{R} - \mathbb{N}$  مجموعه‌ای باز است.

(۲) هر مجموعه نامتناهی از اعداد حقیقی باز است.

(۳) برای هر دو زیرمجموعه  $A$  و  $B$  از  $\mathbb{R}$ ،  $A^\circ \cup B^\circ = (A \cup B)^\circ$ .

(۴) مجموعه ناتهی و بازی مانند  $A$  از اعداد حقیقی وجود دارد که نمی‌توان آن را به صورت اجتماعی از فاصله‌های باز نوشت.

۱۲۸- در فضای متریک  $(X, d)$ ، اگر  $A \subseteq X$  باشد، کدام مورد، مرز  $A$  نیست؟

(۱)  $\bar{A} - A^\circ$ (۲)  $\bar{A} \cap \overline{X - A}$ (۳)  $\bar{A} \cap (X - \bar{A})$  ✓(۴)  $\overline{X - A} - (X - A)^\circ$

۱۲۹- کدام مورد در خصوص مجموعه  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Q}^+, 3 < x^2 < 5\}$  در فضای متریک  $\mathbb{Q}$  با متر معمولی، صحیح است؟

- (۱) فشرده است، ولی باز نیست.
- (۲) باز است، ولی بسته نیست.
- (۳) هم باز و هم بسته است.
- (۴) باز و فشرده است.

۱۳۰- اگر  $\{x_n\}$  دنباله‌ای کراندار در  $\mathbb{R}^k$  باشد، کدام مورد صحیح است؟

- (۱) کشی است.
- (۲) فشرده است.
- (۳) هیچ نقطه حدی ندارد.
- (۴) زیردنباله‌ای همگرا دارد.

۱۳۱- اگر  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Q}$  پیوسته باشد، کدام مورد زیر در خصوص  $f$  با متر معمولی، صحیح است؟

- (۱) پوشاست.
- (۲) تابع ثابت است.
- (۳) یک‌به‌یک است.
- (۴) بُرد آن، اعداد طبیعی است.

۱۳۲- اگر  $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} - \{0\} \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$  برای  $x \in (-1, 1)$  تعریف شده باشد، کدام مورد در خصوص  $g = x^2 f(x)$

در  $(-1, 1)$ ، صحیح است؟

- (۱) فقط در صفر، مشتق پذیر است.
- (۲) فقط در اعداد گویا، مشتق دارد.
- (۳) فقط در اعداد گنگ، مشتق دارد.
- (۴) در همه نقاط، مشتق پذیر است.

۱۳۳- اگر  $G$  یک گروه باشد و برای  $x, y \in G$  داشته باشیم  $y^{-1}xy = x^5$ ، کدام مورد با  $y^{-2}x^2y^2$  برابر است؟

- (۱)  $x^{225}$
- (۲)  $x^{75}$
- (۳)  $x^{15}$
- (۴)  $x^{10}$

۱۳۴-  $G$  گروهی ۱۲۰ عضوی،  $H < G$  و  $|H| = 24$  است. اگر  $a \in G - H$  وجود داشته باشد که  $Ha = aH$ ،

کدام مورد صحیح است؟

- (۱)  $H$  اَبلی است.
- (۲)  $Z(H) \neq \{1\}$
- (۳)  $H \leq G'$
- (۴)  $H \triangleleft G$

۱۳۵- گروه  $G = \left\{ \left[ \begin{array}{ccc} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \mid a, b, c \in \mathbb{Z}_p \right\}$  را با عمل ضرب ماتریسی در نظر بگیرید. مرکز این گروه، چند

عضو دارد؟

(۱)  $p^2$

(۲)  $p^3$

(۳)  $p$

(۴) ۱

۱۳۶- اگر گروه متناوب  $A_n$  دارای عضوی از مرتبه  $2^0$  باشد، حداقل مقدار  $n$  کدام است؟

(۱)  $2^0$

(۲) ۱۳

(۳) ۱۱

(۴) ۵

۱۳۷- ایده‌آل‌های اول در  $\mathbb{Z}$ ، دارای کدام خاصیت هستند؟

(۱) یا صفر یا  $\mathbb{Z}_p$  ای هستند که  $p$ ، اول است. (۲) غیر از  $\{0\}$ ، همه ایده‌آل‌ها اول هستند.

(۳) شامل عددی اول هستند. (۴) ماکسیمال هستند.

۱۳۸- اگر  $\{0\}$  یک ایده‌آل در حلقه جابه‌جایی  $R$  باشد، کدام مورد در خصوص  $R$ ، صحیح است؟

(۱) میدان است.

(۲) دارای مقسوم‌علیه صفر نیست.

(۳) دارای ایده‌آل اول غیربدیهی نیست.

(۴) تعداد ایده‌آل‌های اول در آن، متناهی است.

۱۳۹- گروه  $\mathbb{Z}_9 \times \mathbb{Z}_{28}$ ، با کدام گروه یکرخت است؟

(۱)  $\mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7$

(۲)  $\mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_{28}$

(۳)  $\mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_{12}$

(۴)  $\mathbb{Z}_{36} \times \mathbb{Z}_7$

۱۴۰- در معادله درجه دوم  $ax^2 + 2bx + c = 0$ ، ضرایب طوری هستند که  $b > 0$  و  $b^2$  خیلی بزرگ‌تر از  $ac$

است. اگر خطای محاسبه ریشه‌ها ( $x_1$  و  $x_2$ ) حداقل باشد، کدام مورد صحیح است؟

(۱)  $x_1$  و  $x_2$  به روش دلتا محاسبه می‌شود.(۲)  $x_1$  محاسبه و  $x_2$  از  $\frac{c}{ax_1}$  محاسبه می‌شود.(۳)  $x_1$  محاسبه و  $x_2$  از  $\frac{a}{cx_1}$  محاسبه می‌شود.(۴)  $x_1$  و  $x_2$ ، به صورت تقریبی از هم محاسبه می‌شود.