

مجموعه ریاضیات (ریاضی عمومی - معادلات دیفرانسیل - آمار و احتمال):

۱۰۱- معادله $0 = 15x^5 + 3x^3 - 8$ ، چند ریشه حقیقی دارد؟

(۱) ۳

(۲) ۵

(۳) ریشه حقیقی ندارد.

(۴) ۱

$$102 \quad \text{اگر } f(x) = \begin{cases} 5x & x \in Q \\ x^2 + 6 & x \notin Q \end{cases} \text{ در نقاط } x=1 \text{ و } x=2 \text{ پیوستگی } f(x) \text{ بـ } \mathbb{R} \text{ تعریف شده باشد، پـ } f(x) \text{ در نقاط } x=1 \text{ و } x=2 \text{ چگونه است؟}$$

(۱) در هر دو نقطه، ناپیوسته است.

(۲) در $x=1$ ، ناپیوسته و در $x=2$ ، پیوسته است.

(۳) در $x=1$ ، پیوسته و در $x=2$ ، ناپیوسته است.

(۴) در هر دو نقطه، پیوسته است.

$$103 \quad \text{زاویه بین نیم‌مماس چپ و نیم‌مماس راست تابع } f(x) = \begin{cases} \tan x & x \geq 0 \\ \frac{x}{\sqrt{3}} \cos x & x < 0 \end{cases} \text{ در مبدأ کدام است؟}$$

$\frac{8\pi}{9}$ (۱)

$\frac{\pi}{12}$ (۲)

$\frac{11\pi}{12}$ (۳)

$\frac{\pi}{9}$ (۴)

۱۰۴- حاصل انتگرال $\int_1^{\pi} \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2 - 2}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) π (۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۰۵- قاب خم $R(t) = (\sqrt{3}\cos t)\vec{i} + (\sqrt{3}\sin t)\vec{j} + \vec{k}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) ۱

(۳) صفر

(۴) $2\sqrt{2}$

۱۰۶- بازه همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n! 2^n}$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) پنجم

(۲) ۵

(۳) ۷

(۴) صفر

۱۰۷- اگر $f(x,y) = \frac{1}{2} (|||x|-|y|| - |x|-|y|)$ باشد، مقدار $f_{(0,0)}$ کدام است؟

(۱) -1

(۲) صفر

(۳) وجود ندارد.

(۴) $+\infty$

۱۰۸- مقدار متوسط تابع $f(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ در درون کره واحد، کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۱/۶

(۳) ۱/۸

(۴) ۱/۲

-۱۰۹- در نواحی از صفحات مختصات که $y > 0$ است، مساحت قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ که بوسطه $Z = \sqrt{x^2 + y^2}$ بریده می‌شود، کدام است؟

$$\frac{\pi}{2}(2 - \sqrt{2}) \quad (1)$$

$$\pi\sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{\sqrt{2}}(2 - \sqrt{2}) \quad (3)$$

$$\pi(2 - \sqrt{2}) \quad (4)$$

-۱۱۰- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y' \sin y + \cos y = e^y$ ، کدام است؟

$$\sin y = xe^{-x} + ce^x \quad (1)$$

$$\cos y = ce^{-x} + xe^x \quad (2)$$

$$\cos y = ce^x - xe^x \quad (3)$$

$$\sin y = xe^x - ce^x \quad (4)$$

-۱۱۱- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{1}{2} \ln(y + y'^2) - \ln y' - x = 0$ ، کدام است؟

$$\ln|\sin(c - y)| + x = 0 \quad (1)$$

$$\ln|\cos(c - y)| + x = 0 \quad (2)$$

$$\ln|\cos(c + y)| - x = 0 \quad (3)$$

$$\ln|\sin(c + y)| - x = 0 \quad (4)$$

-۱۱۲- اگر معادله دیفرانسیل $x \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - w^2 y = f(x)$ دارای دو جواب $y_1(x)$ و $y_2(x)$ باشد.

به طوری که $y_1(x) - y_2(x)$ حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} y_i(x) = 0$ ، $i = 1, 2$. کدام است؟

$$ce^{wx} \quad (1)$$

$$ct^{-w} \ln t \quad (2)$$

$$ct^w \ln t \quad (3)$$

$$ce^{-wx} \quad (4)$$

۱۱۳- جواب خصوصی معادله دیفرانسیل ناهمگن $y''' + 2y'' + y' - 2y = e^{-x} + \sin x$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2}e^{-x} - \frac{1}{4}\sin x \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2}e^{-x} - \frac{1}{4}(\sin x - \cos x) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}e^{-x} + \frac{1}{4}(\sin x - \cos x) \quad (3)$$

$$\frac{1}{2}e^{-x} + \frac{1}{4}\cos x \quad (4)$$

۱۱۴- اگر $P_5(x) = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$ چندجمله‌ای لزاندر نوع اول باشد، مقدار $\int_{-1}^1 P_5(x) dx$ کدام است؟

$$\frac{2}{11} \quad (1)$$

$$\frac{3}{12} \quad (2)$$

$$\frac{1}{12} \quad (3)$$

$$\frac{1}{11} \quad (4)$$

۱۱۵- در مسئله $\begin{cases} tX + Y' = \text{cost} \\ X' + Y = \sin t \\ Y(0) = X(0) = 0 \end{cases}$ تبدیل لاپلاس جواب $X(t)$ کدام است؟

$$\frac{2s+1}{s^2+s+1} \quad (1)$$

$$ce^{-\frac{s^2}{2}} \quad (2)$$

$$ce^{-\frac{s^2}{2}} \quad (3)$$

$$\frac{2s^2-1}{s^2+s-1} \quad (4)$$

۱۱۶- در یک کلاس، ۵ دانشجوی پسر و ۵ دانشجوی دختر در یک ردیف می‌نشینند. احتمال آنکه دانشجویان هم‌جنس کنار هم نشینند ناشنید. حقدر است؟

$$\frac{1}{152} \quad (1)$$

$$\frac{1}{126} \quad (2)$$

$$\frac{5}{126} \quad (3)$$

$$\frac{5}{152} \quad (4)$$

۱۱۷- فضای نمونه‌ای یک آزمایش، شامل ۶ بیشامد ساده A_1, A_2, \dots, A_5 و A_6 با احتمال یکسان برای هر بیشامد است. اگر $E = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ و $F = \{A_1, A_2, A_3, A_5\}$ دو بیشامد باشند، کدام مورد در خصوص بیشامدهای E و F صحیح است؟

(۱) مستقل هستند.

(۲) ناسازگار هستند.

$$P(E) + P(F) = 1 \quad (2)$$

$$P(F|E) = \frac{1}{2} \quad (4)$$

۱۱۸- میانگین و واریانس تعداد اعداد فرد رخداده در ۴۰ بار برتاب یک ناس سالم، به ترتیب، کدام است؟

$$8 \text{ و } 10 \quad (1)$$

$$10 \text{ و } 20 \quad (2)$$

$$10 \text{ و } 8 \quad (3)$$

$$20 \text{ و } 10 \quad (4)$$

۱۱۹- اگر $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1, \quad x < y < x+1 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$ تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی X و Y

باشد، کوواریانس این دو متغیر کدام است؟

$$\frac{5}{6} \quad (1)$$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{1}{12} \quad (3)$$

$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

۱۲۰- متغیرهای تصادفی X و Y مستقل و دارای توزیع نرمال با واریانس‌های برابر ۲ و میانگین‌های مجهول هستند. برای آزمون فرض یک طرفه برابری میانگین‌ها، نمونه‌های تصادفی ۴ تایی از هر دو جامعه گرفته شده و میانگین‌های $\bar{X} = 5$ و $\bar{Y} = 10$ گزارش شده‌اند. برای یک فاصله اطمینان $(\alpha - 1) \%$ که حد پایین آن، دو واحد در سمت راست مبدأ قرار دارد، ناحیه پذیرش کدام است؟

- (۱) $[-7, +\infty)$
- (۲) $(-\infty, 3]$
- (۳) $(-\infty, 7]$
- (۴) $[-3, +\infty)$

مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر و مبانی آنالیز عددی:

۱۲۱- مجموعه Q مجموعه اعداد گویا و $P(Q)$ مجموعه توانی Q است. اگر تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow P(Q)$ با ضابطه $f(\alpha) = \{x \in Q : x < \alpha\}$ تعریف شود، حاصل $\bigcup_{\alpha \in (\circ, 1)} f(\alpha)$ کدام است؟

- $f(1)$ (۱)
- $f(0)$ (۲)
- $P(Q)$ (۳)
- \emptyset (۴)

۱۲۲- اگر X یک فضای متری، $A \subseteq X$ فشرده و $B \subseteq X$ باز باشد، کدام مورد همواره یک مجموعه فشرده است؟

- $B - A$ (۱)
- $A \cap B$ (۲)
- $A \cup B$ (۳)
- $A - B$ (۴)

۱۲۳- شرط لازم و کافی برای آنکه دنباله $\{x_n\}$ در فضای متری \mathbb{R} با متر گیسته به یک عدد حقیقی همگرا باشد، کدام است؟

- (۱) دنباله صعودی باشد.
- (۲) از مرتبه‌ای به بعد، جملات دنباله ثابت باشد.
- (۳) از مرتبه‌ای به بعد، دنباله نزولی آکید باشد.
- (۴) دنباله کراندار باشد.