

۱۲۰- اگر $f(x) = \begin{cases} |1-x| & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X باشد، امید ریاضی این متغیر،

چقدر است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۱- متغیر تصادفی X ، دارای توزیع نرمال با میانگین ۲ و واریانس ۴ است. مقدار $P(X^2 + 4 > 4X)$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۱

۱۲۲- اگر A و B دو پیشامد تصادفی و $P(A|B) = P(A|B')$ باشد، کدام مورد، همواره صحیح است؟

(۱) $P(B) = P(B')$

(۲) A و B مستقل هستند.

(۳) A و B ناسازگار هستند.

(۴) $P(A|B) = P(A'|B')$

۱۲۳- جعبه‌ای ۶ مهره دارد که m تای آن، سفید و بقیه سیاه است. برای آزمون فرض $H_0: m=3$ در مقابل

$H_1: m=5$ ، دو مهره به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌شود. اگر دو مهره سفید باشد، فرض H_0 رد

می‌شود. خطای نوع اول کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{3}{5}$

۱۲۴- دو متغیر تصادفی X و Y دارای واریانس‌های برابر هستند. ضریب همبستگی $(X+Y)$ و $(X-Y)$ ، کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) صفر

(۴) -۱

۱۲۵- اگر $\bar{X}$ و S^2 به ترتیب میانگین و واریانس یک نمونه n تایی از توزیع نرمال با میانگین μ باشند، مقدار $P((\bar{X}-\mu)S^2 > 0)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$

(۴) صفر

مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر و مبانی آنالیز عددی:

۱۲۶- اگر $A = \left\{ \frac{1-\Delta n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$ باشد، $\sup(A) + \sup(-A)$ کدام است؟

(۱) -۵

(۲) -۲

(۳) صفر

(۴) ۳ ✓

۱۲۷- کدام مورد، صحیح است؟

(۱) $\mathbb{R} - \mathbb{N}$ مجموعه‌ای باز است.

(۲) هر مجموعه نامتناهی از اعداد حقیقی باز است.

(۳) برای هر دو زیرمجموعه A و B از $\mathbb{R}$ ، $A^\circ \cup B^\circ = (A \cup B)^\circ$.

(۴) مجموعه ناتهی و بازی مانند A از اعداد حقیقی وجود دارد که نمی‌توان آن را به صورت اجتماعی از فاصله‌های باز نوشت.

۱۲۸- در فضای متریک (X, d) ، اگر $A \subseteq X$ باشد، کدام مورد، مرز A نیست؟

(۱) $\bar{A} - A^\circ$ (۲) $\bar{A} \cap \overline{X - A}$ (۳) $\bar{A} \cap (X - \bar{A})$ ✓(۴) $\overline{X - A} - (X - A)^\circ$

۱۲۹- کدام مورد درخصوص مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{Q}^+, 3 < x^2 < 5\}$ در فضای متریک $\mathbb{Q}$ با متر معمولی، صحیح است؟

- (۱) فشرده است، ولی باز نیست.
- (۲) باز است، ولی بسته نیست.
- (۳) هم باز و هم بسته است. ✓
- (۴) باز و فشرده است.

۱۳۰- اگر $\{x_n\}$ دنباله‌ای کراندار در $\mathbb{R}^k$ باشد، کدام مورد صحیح است؟

- (۱) کشی است.
- (۲) فشرده است.
- (۳) هیچ نقطه حدی ندارد.
- (۴) زیردنباله‌ای همگرا دارد. ✓

۱۳۱- اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Q}$ پیوسته باشد، کدام مورد زیر درخصوص f با متر معمولی، صحیح است؟

- (۱) پوشاست.
- (۲) تابع ثابت است. ✓
- (۳) یک‌به‌یک است.
- (۴) بُرد آن، اعداد طبیعی است.

۱۳۲- اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} - \{0\} \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$ برای $x \in (-1, 1)$ تعریف شده باشد، کدام مورد درخصوص $g = x^2 f(x)$

در $(-1, 1)$ ، صحیح است؟

- (۱) فقط در صفر، مشتق‌پذیر است. ✓
- (۲) فقط در اعداد گویا، مشتق دارد.
- (۳) فقط در اعداد گنگ، مشتق دارد.
- (۴) در همه نقاط، مشتق‌پذیر است.

۱۳۳- اگر G یک گروه باشد و برای $x, y \in G$ داشته باشیم $y^{-1}xy = x^5$ ، کدام مورد با $y^{-2}x^2y^2$ برابر است؟

- (۱) x^{225}
- (۲) x^{75} ✓
- (۳) x^{15}
- (۴) x^{10}

۱۳۴- G گروهی ۱۲۰ عضوی، $H < G$ و $|H| = 24$ است. اگر $a \in G - H$ وجود داشته باشد که $Ha = aH$ ،

کدام مورد صحیح است؟

- (۱) H آبلی است.
- (۲) $Z(H) \neq \{1\}$
- (۳) $H \leq G'$
- (۴) $H \triangleleft G$

۱۳۵- گروه $G = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z}_p \right\}$ را با عمل ضرب ماتریسی در نظر بگیرید. مرکز این گروه، چند

عضو دارد؟

(۱) p^2

(۲) p^2

(۳) p

(۴) ۱

۱۳۶- اگر گروه متناوب A_n دارای عضوی از مرتبه 2^0 باشد، حداقل مقدار n کدام است؟

(۱) ۲۰

(۲) ۱۳

(۳) ۱۱

(۴) ۵

۱۳۷- ایده‌آل‌های اول در $\mathbb{Z}$ ، دارای کدام خاصیت هستند؟

(۱) یا صفر یا $\mathbb{Z}_p$ ای هستند که p ، اول است. (۲) غیر از $\{0\}$ ، همه ایده‌آل‌ها اول هستند.

(۳) شامل عددی اول هستند. (۴) ماکسیمال هستند.

۱۳۸- اگر $\{0\}$ یک ایده‌آل در حلقه جابه‌جایی R باشد، کدام مورد در خصوص R ، صحیح است؟

(۱) میدان است.

(۲) دارای مقسوم‌علیه صفر نیست.

(۳) دارای ایده‌آل اول غیربدیهی نیست.

(۴) تعداد ایده‌آل‌های اول در آن، متناهی است.

۱۳۹- گروه $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_{28}$ ، با کدام گروه یکرخت است؟

(۱) $\mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7$

(۲) $\mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_{28}$

(۳) $\mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_{14}$

(۴) $\mathbb{Z}_{36} \times \mathbb{Z}_7$

۱۴۰- در معادله درجه دوم $ax^2 + 2bx + c = 0$ ، ضرایب طوری هستند که $b > 0$ و b^2 خیلی بزرگ‌تر از ac

است. اگر خطای محاسبه ریشه‌ها (x_1 و x_2) حداقل باشد، کدام مورد صحیح است؟

(۱) x_1 و x_2 به روش دلتا محاسبه می‌شود.

(۲) x_1 محاسبه و x_2 از $\frac{c}{ax_1}$ محاسبه می‌شود.

(۳) x_1 محاسبه و x_2 از $\frac{a}{cx_1}$ محاسبه می‌شود.

(۴) x_1 و x_2 ، به‌صورت تقریبی از هم محاسبه می‌شود.