کتاب دانش فنی تخصصی (ساختمان)

ایران استخدام

سرویس خصوصی خدمات عام المنفعه اخبار شغل و استخدام

Www.IranEstekhdam.Ir

خواننده گرامی؛ در جهت بهبود کیفیت این فایل؛ لطفاً هرگونه انتقاد و پیشنهاد خود در مورد مطالب آن
و یا گزارش مشکل را به آدرس ایمیل و یا با شماره تلفن زیر مطرح نمایید:

شماره تلفن تماس: ۰۲۱-۹۱۳۰۰۰۱۳ آدرس ایمیل: soal@iranestekhdam.ir

Www.IranEstekhdam.Ir

«لینک‌های مفید و مرتبط»

دانلود منابع آزمون استخدامی هنرآموز ساختمان

خرید و دانلود

دانلود نمونه سوالات آزمون استخدامی هنرآموز ساختمان

خرید و دانلود

بسم الله الرحمن الرحیم

اَللّٰهُمَّ صَلِّ عَلٰى مُحَمَّدٍ وَ آلِ مُحَمَّدٍ وَ عَجِّلْ فَرَجَهُمْ

دانش فنّی تخصّصی

رشتهٔ ساختمان

گروه معماری و ساختمان

شاخهٔ فنی و حرفه‌ای

پایهٔ دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

نام کتاب: دانش فنّی تخصّصی (رشتهٔ ساختمان) ـ ۲۱۲۳۹۵
پدیدآورنده: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای وکاردانش
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف: محمداسماعیل خلیل ارجمندی، حسین دادور، مجید شجاعی‌اردکانی، محمدعلی فرزانه، محمدصالح لباف‌زاده و امیرحسین متینی (اعضای شورای برنامه‌ریزی)
محمداسماعیل خلیل ارجمندی، رسول شجاعی اردکانی، مجید شجاعی‌اردکانی، محمدعلی فرزانه، حامد نفر و زاهد وکیلی (اعضای گروه تألیف)
مدیریت آماده‌سازی هنری: ادارهٔ کلّ نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
شناسه افزوده آماده‌سازی: مجید ذاکری‌یونسی (مدیر هنری) ـ امیرحسین متینی (صفحه‌آرا و رسام) ـ صبا کاظمی‌دوانی (طراح جلد)
نشانی سازمان: تهران: خیابان ایرانشهر شمالی ـ ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش و پرورش (شهیدموسوی)
تلفن: ۹ـ۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹
وب‌گاه: www.chap.sch.ir و www.irtextbook.ir
ناشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران ـ کیلومتر ۱۷ جادهٔ مخصوص کرج ـ خیابان ۶۱ (دارو پخش)
تلفن: ۵ ـ ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۱۳۹ـ ۳۷۵۱۵
چاپخانه: شرکت چاپ ونشر کتاب های درسی ایران «سهامی خاص»
سال انتشار و نوبت چاپ: چاپ نهم ۱۴۰۵

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به‌صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

شابک ۲– ۳۱۰۸ – ۰۵ – ۹۶۴ – ۹۷۸ **ISBN 978 - 964 - 05 - 3108-2**



ملت شریف ما اگر در این انقلاب بخواهد پیروز شود باید دست از آستین برآرد و به کار بپردازد. از متن دانشگاه‌ها تا بازارها و کارخانه‌ها و مزارع و باغستان‌ها تا آنجا که خودکفا شود و روی پای خود بایستد.

امام خمینی«قُدِّسَ سِرُّهُ»

فهرست

پودمان اول – تحلیل مکانیک برداری

واحد یادگیری۱- کاربرد جمع بردارها ۲
۱-۱- تعریف علم مکانیک ۳
۱-۲- مفاهیم اصلی در علم مکانیک ۳
۱-۳- فرضیات ۴
۱-۴- قوانین نیوتن ۴
۱-۵- کمیت‌های فیزیکی ۶
۱-۶- بردارها (Vector) ۶
۱-۷- انواع بردارها ۷
۱-۸- جمع و تفریق بردارها ۸
۱-۹- تجزیهٔ یک بردار به مؤلفه‌های آن به روش ترسیمی ۱۲
۱-۱۰- تجزیهٔ یک بردار به مؤلفه‌های متعامد آن به روش ترسیمی و محاسباتی ۱۴
۱-۱۱- نمایش برداری یک بردار در دستگاه مختصات دکارتی ۱۵
۱-۱۲- تعیین اندازه و زاویهٔ امتداد یک بردار با استفاده از مؤلفه‌های متعامد آن ۱۵
۱-۱۳- نیرو ۱۹
۱-۱۴- انواع نیرو ۱۹
۱-۱۵- برآیند سامانه‌های نیرویی وارد بر نقطه مادی به روش محاسباتی ۲۰
واحد یادگیری۲- کاربرد ضرب بردارها ۳۱
۲-۱- ضرب بردارها ۳۱
۲-۲- گشتاور، لنگر (مُمان) ۳۲
۲-۳- گشتاور چند نیرو ۳۳
۲-۴- قضیه وارینون ۳۴
۲-۵- زوج‌نیرو ۳۵
ارزشیابی پودمان اول ۳۸

پودمان دوم – بررسی تعادل اجسام

واحد یادگیری۳- تعادل نقطهٔ مادی ۴۰
۳-۱- تعادل ۴۰
واحد یادگیری۴- تعادل اجسام صلب ۴۵
۴-۱- تعادل جسم صلب ۴۵
۴-۲- انواع تکیه‌گاه‌ها و عکس‌العمل‌های آن‌ها ۴۶
۴-۳- محاسبه عکس العمل های تکیه‌گاهی اجسام صلب ۴۸
۴-۴- کاربرد نرم‌افزار در تعادل اجسام صلب ۵۵
ارزشیابی پودمان دوم ۷۱

پودمان سوم – تحلیل سازه‌های ساختمانی

واحد یادگیری ۵- تحلیل خرپا ۷۴
۵-۱- خرپا (Truss) ۷۴
واحد یادگیری ۶- تحلیل تیرها ۸۷
۶-۱- تحلیل تیر ۸۷
ارزشیابی پودمان سوم ۱۰۶

پودمان چهارم – خواص هندسی سطوح

واحد یادگیری ۷- گشتاور اول سطح ۱۰۸
۷-۱- گشتاور اول سطح (ممان استاتیک) ۱۰۸
۷-۲- گشتاور اول (ممان استاتیک) سطوح مرکب ۱۱۱
۷-۳- مرکز سطح سطوح مرکب ۱۱۳
۷-۴- استفاده از تقارن در تعیین مرکز سطح سطوح متقارن ۱۱۴
واحد یادگیری ۸- گشتاور دوم سطح (ممان اینرسی) ۱۱۸
۸-۱- گشتاور دوم سطح (ممان اینرسی) (Moment of Inertia) ۱۱۸
۸-۲- قضیه محورهای موازی ۱۲۰
۸-۳- محاسبه ممان اینرسی سطوح مرکب ۱۲۲
۸-۴- مشخصات هندسی مقاطع نوردشده ۱۲۵
ارزشیابی پودمان چهارم ۱۳۰

پودمان پنجم – کسب اطلاعات فنّی

واحد یادگیری ۹- کسب اطلاعات فنی ۱۳۲
۹-۱- نقشه های معماری Architectural Drawings ۱۳۳
۹-۲- نقشه‌های سازه ای Structural Drawings ۱۴۰
۹-۳- دیتایل های ساختمانی Detail Drawings ۱۴۱
۹-۴- انواع مختلف بناها Construction classifications ۱۴۲
۹-۵- اجزای مختلف یک ساختمان Building components ۱۴۷
۹-۶- مصالح ساختمانی Building Materials ۱۴۹
۹-۷- افراد شاغل در پروژه های ساختمانی Building Crew ۱۵۰
۹-۸- بارهای اصلی وارد بر ساختمان Primary Loads ۱۵۱
۹-۹- تنش و کرنش محوری Axial Stress & Strain ۱۵۲
ارزشیابی پودمان پنجم ۱۵۷

منابع و مآخذ ۱۵۸

سخنی با هنرجویان عزیز

شرایط در حال تغییر دنیای کار در مشاغل گوناگون، توسعه فناوری‌ها و تحقق توسعه پایدار، ما را بر آن داشت تا برنامه‌های درسی و محتوای کتاب‌های درسی را در ادامه تغییرات پایه‌های قبلی براساس نیاز کشور و مطابق با رویکرد سند تحول بنیادین آموزش‌وپرورش و برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران در نظام جدید آموزشی بازطراحی و تألیف کنیم.
مهم‌ترین تغییر در کتاب‌ها درسی تغییر رویکرد آموزشی، آموزش و ارزشیابی مبتنی بر شایستگی است. شایستگی، توانایی انجام کاردر محیط واقعی بر اساس استاندارد عملکرد تعریف شده است. توانایی شامل دانش، مهارت و نگرش می‌شود. در رشته تحصیلی-حرفه‌ای شما، چهار دسته شایستگی در نظر گرفته شده است:

۱. شایستگی‌های فنی برای جذب در بازار کار مانند توانایی ترسیم نقشه‌های ساختمانی یا اجرای ساختمان‌های بتنی

۲. شایستگی‌های غیر فنی برای پیشرفت و موفقیت در آینده مانند مسئولیت پذیری، نوآوری و مصرف بهینه انرژی

۳. شایستگی‌های فناوری اطلاعات و ارتباطات مانند کار با نرم افزارها و انواع شبیه سازها

۴. شایستگی‌های مربوط به یادگیری مادام‌العمر مانند کسب اطلاعات از منابع دیگر

بر این اساس دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش مبتنی بر اسناد بالادستی و با مشارکت متخصصان برنامه‌ریزی درسی فنی و حرفه‌ای و خبرگان دنیای کار مجموعه اسناد برنامه درسی رشته‌های شاخه فنی و حرفه‌ای را تدوین نموده‌اند که مرجع اصلی و راهنمای تألیف برای هر یک از کتاب‌های درسی در هر رشته است.

درس دانش فنی تخصصی، از خوشه دروس شایستگی های فنی می باشد که ویژه رشته «ساختمان» برای پایه ۱۲ تألیف شده است. کسب شایستگی‌های فنی و غیر غنی این کتاب برای موفقیت آینده شغلی و توسعه آن بر اساس جدول توسعه حرفه ای بسیار ضروری است. هنرجویان عزیز سعی نمایید؛ تمام شایستگی‌های آموزش داده شده دراین کتاب را کسب و در فرایند ارزشیابی به اثبات رسانید.

این کتاب نیز شامل پنج پودمان است. هنرجویان عزیز پس از طی فرایند یاددهی-یادگیری هر پودمان می‌توانند شایستگی‌های مربوط به آن را کسب کنند. در پودمان

"کسب اطلاعات فنی" هدف توسعه شایستگی‌های حرفه‌ای شما بعد اتمام دوره تحصیلی در مقطع کنونی است تا بتوانید با درک مطالب از منابع غیر فارسی در راستای یادگیری در تمام طول عمر خود گام بردارید. و در دنیای متغیر و متحول کار و فناوری اطلاعات خود را به‌روزرسانی کنید. هنرآموز محترم شما مانند سایر دروس این خوشه برای هر پودمان یک نمره در سامانه ثبت نمرات منظور مـی‌نماید. نمره قبولی در هر پودمان حداقل ۱۲ می‌باشد. در صورت احراز نشدن شایستگی پس از ارزشیابی اول، فرصت جبران و ارزشیابی مجدد تا آخر سال تحصیلی وجود دارد. درکارنامه شما این درس شامل ۵ پودمان درج شده که هر پودمان از دو بخش نمره مستمر و نمره شایستگی تشکیل می‌شود و چنانچه در یکی از پودمان ها نمره قبولی را کسب نکردید، لازم است در همان پودمان مورد ارزشیابی قرار گیرید. همچنین این درس دارای ضریب ۴ بوده و در معدل کل شما تأثیر می‌گذارد. همچنین درکتاب همراه هنرجو واژگان پرکاربرد تخصصی در رشته تحصیلی ـ حرفه‌ای شما آورده شده است. کتاب همراه هنرجوی خود را هنگام یادگیری، آزمون و ارزشیابی حتماً همراه داشته باشید.

فعالیت‌های یادگیری در ارتباط با شایستگی‌های غیرفنی مانند مدیریت منابع، اخلاق حرفه‌ای، حفاظت از محیط‌زیست و شایستگی‌های یادگیری مادام‌العمر و فناوری اطلاعات و ارتباطات همراه با شایستگی‌های فنی، طراحی و در کتاب درسی و بسته آموزشی ارائه شده است. شما هنرجویان عزیز کوشش نمایید این شایستگی‌ها را در کنار شایستگی‌های فنی آموزش ببینید، تجربه کنید و آنها را در انجام فعالیت‌های یادگیری به کار گیرید.

امیدواریم با تلاش و کوشش شما هنرجویان عزیز و هدایت هنرآموزان گرامی، گام‌های مؤثری در جهت سربلندی و استقلال کشور و پیشرفت اجتماعی و اقتصادی و تربیت مؤثر و شایسته جوانان برومند میهن اسلامی برداشته شود.

دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

سخنی با هنرآموزان گرامی

در راستای تحقق اهداف سند تحول بنیادین آموزش و پرورش و برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران و تغییرات سریع عصر فناوری و نیازهای متغیر جامعه بشری و دنیای کار و مشاغل، برنامه‌درسی رشته «ساختمان» بازطراحی و بر اساس آن محتوای آموزشی نیز تالیف گردید. این کتاب و درس از خوشه دروس شایستگی های فنی می‌باشد که در سبد درسی هنرجویان برای سال دوازدهم تدوین و تألیف شده است. و مانند سایر دروس شایستگی و کارگاهی دارای ۵ پودمان می باشد. کتاب دانش فنی تخصصی مباحث نظری و تفکیک شده دروس کارگاهی و سایر شایستگی‌های رشته را تشکیل نمی‌دهد بلکه پیش‌نیازی برای شایستگی‌های لازم در سطوح بالاتر صلاحیت حرفه‌ای-تحصیلی می‌باشد. هدف کلی کتاب دانش فنی تخصصی آماده سازی هنرجویان برای ورود به مقاطع تحصیلی بالاتر و تامین نیازهای آنان را در راستای محتوای دانش نظری است. یکی از پودمان‌های این کتاب با عنوان "کسب اطلاعات فنی" با هدف یادگیری مادام العمر و توسعه شایستگی های هنرجویان بعد از دنیای آموزش و ورود به بازار کار، سازماندهی محتوایی شده است. این امر با آموزش چگونگی استخراج اطلاعات فنی مورد نیاز از متون فنی غیر فارسی و جداول، راهنمای ماشین‌آلات و تجهیزات صنعتی، دستگاه‌های اداری، خانگی و تجاری و درک مطلب آنها در راستای توسعه شایستگی‌های حرفه‌ای محقق خواهد شد. تدریس کتاب در کلاس درس به صورت تعاملی و با محوریت هنرآموز و هنرجوی فعال صورت می گیرد.

به مانند سایر دروس هنرآموزان گرامی برای هر پودمان یک نمره در سامانه ثبت نمرات برای هر هنرجو ثبت کنند. نمره قبولی در هر پودمان حداقل ۱۲ می‌باشد و نمره هر پودمان از دو بخش ارزشیابی پایانی و مستمر تشکیل می‌شود. این کتاب مانند سایر کتاب ها جزئی از بسته آموزشی تدارک دیده شده برای هنرجویان است. شما می‌توانید برای آشنایی بیشتر با اجزای بسته، روش‌های تدریس کتاب، شیوه ارزشیابی مبتنی بر شایستگی، مشکلات رایج در یادگیری محتوای کتاب، بودجه‌بندی زمانی، نکات آموزشی شایستگی‌های غیرفنی، آموزش ایمنی و بهداشت و دریافت راهنما و پاسخ برخی از فعالیت‌های یادگیری و تمرین‌ها به کتاب راهنمای هنرآموز این درس مراجعه کنید.

در هنگام ارزشیابی استاندارد عملکرد از ملزومات کسب شایستگی می باشند.

کتاب دانش فنی تخصصی شامل پودمان‌هایی به شرح زیر است:

پودمان اول: تحلیل مکانیک برداری

پودمان دوم: بررسی تعادل اجسام

پودمان سوم: تحلیل سازه‌های ساختمانی

پودمان چهارم: خواص هندسی سطوح

پودمان پنجم: کسب اطلاعات فنی

لازم به توضیح است که در پودمان‌های دو و سه کتاب به معرفی و استفاده از نرم‌افزار SAP در حد آشنایی اشاره شده است و ملاک ارزشیابی نمی‌باشد.

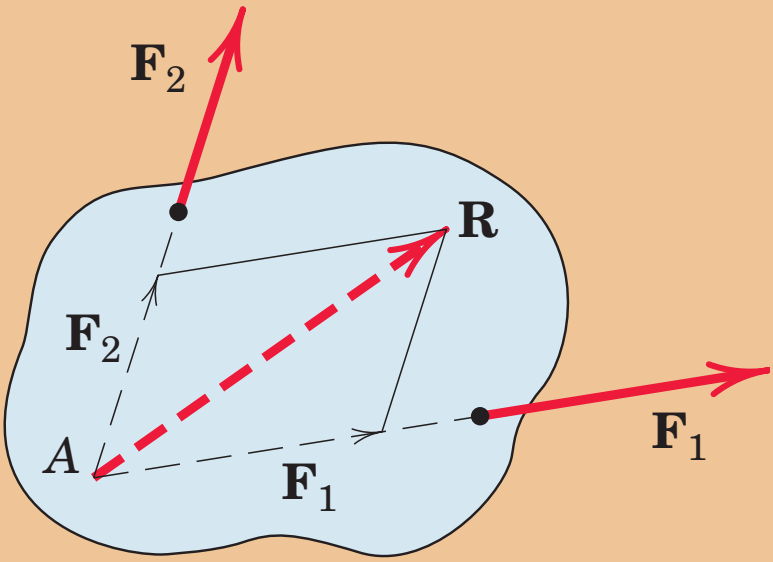
هنرآموزان گرامی در هنگام یادگیری و ارزشیابی، هنرجویان بایستی کتاب همراه هنرجو را با خود داشته باشند.

دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

نظرسنجی کتاب درسی

پودمان ۱

تحلیل مکانیک بُرداری



واحد یادگیری ۱

کاربرد جمع بُردارها



۱–۱– تعریف علم مکانیک

علم مکانیک علمی است که شرایط سکون و حرکت اجسام تحت تأثیر نیرو را بررسی می‌کند.

حوزه‌های علم مکانیک:
- ۱- مکانیک اجسام صلب
  - استاتیک: اجسام صلب ساکن را مورد بررسی قرار می‌دهد.
  - دینامیک: اجسام صلب متحرک را مورد بررسی قرار می‌دهد.
- ۲- مکانیک اجسام تغییرشکل‌پذیر (مقاومت مصالح)
- ۳- مکانیک سیالات (مایعات و گازها)

در این کتاب از حوزه‌های فوق، با مکانیک اجسام صلب ساکن (استاتیک) آشنا می‌شویم.

بیشتر بدانیم

محمد کرجی از نوابغ مهندسی ایران در بیش از هزار سال پیش بوده است. کرجی در کتاب «استخراج آب‌های زیرزمینی» به‌وضوح از کرویّت زمین و قوهٔ جاذبه و قوانین تعادل و حرکت، که برخی از آن‌ها چندین قرن بعد توسط دانشمندان اروپایی مطرح شد سخن می‌گوید.

۱–۲– مفاهیم اصلی در علم مکانیک

مفاهیم اصلی و مورد استفاده در علم مکانیک و معرفی یکاهای اندازه‌گیری آن‌ها در سامانهٔ بین‌المللی یکاها (**SI**) به شرح زیر می‌باشد.

۱- فضا (**Space**):

ناحیه هندسی است که رویدادهای فیزیکی در آن رخ می‌دهد. موقعیت هر نقطه در فضا را مکان می‌نامیم که نسبت به یک نقطهٔ مرجع تعیین می‌شود و واحد اندازه‌گیری آن در سامانهٔ **SI**، متر (**m**) می‌باشد.

۲- زمان (**Time**):

فاصلهٔ بین وقوع دو رویداد فیزیکی زمان نام دارد و واحد اندازه‌گیری آن ثانیه (**s**) می‌باشد.

۳- جرم (**Mass**):

هر چیزی که فضا را اشغال نماید ماده نام دارد و جسم ماده‌ای است که به‌وسیلهٔ یک سطح بسته محدود شده است. مقدار مادهٔ تشکیل دهندهٔ هر جسم را جرم آن جسم می‌نامیم و واحد اندازه‌گیری آن کیلوگرم (**kg**) است.

۴- نیرو (**Force**):

تأثیر یک جسم بر جسم دیگر را نیرو می‌نامیم و واحد اندازه‌گیری آن نیوتن (**N**) است.
این تأثیر می‌تواند تغییر در حرکت، تغییر شکل و یا چرخش اجسام باشد.

۱ – ۳ – فرضیات

در علم مکانیک به منظور ساده‌تر شدن حل مسائل، فرضیاتی به شرح زیر در نظر گرفته می‌شود.

۱- جسم صلب (Rigid Body):

جسمی است که در اثر اِعمال نیرو تغییر شکل ندهد.

۲- نقطه مادی (Particle):

جسمی است که از ابعاد آن صرف‌نظر می‌شود؛ به عنوان مثال می‌توان کره زمین را در فضا به صورت یک نقطه مادی در نظر گرفت.

۱ – ۴ – قوانین نیوتن

مکانیک اجسام صلب بر اساس قوانین نیوتن به‌شرح زیر استوار است:

۱- قانون اول نیوتن:

هرگاه مجموع نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد:

} اگر جسم ساکن باشد تا ابد ساکن باقی می‌ماند.
} اگر در حال حرکت باشد به حرکت یکنواخت و مستقیم‌الخط خود ادامه می‌دهد.

۲- قانون دوم نیوتن:

هرگاه مجموع نیروهای وارد بر یک جسم صفر نباشد، آن جسم شتابی متناسب با مجموع نیروها و در راستای آن می‌گیرد. قانون دوم نیوتن با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$F = m.a \qquad (۱)$$

در این رابطه:

F مجموع نیروهای وارد بر جسم برحسب **N**

m جرم جسم برحسب **kg**

a شتاب ایجاد شده در جسم برحسب $\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد.

یک مورد خاص و بسیار مهم این قانون وزن اجسام است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف وزن (Weight):

وزن نیرویی است که از طرف زمین به اجسام وارد می‌شود و با رابطه (۲) بیان می‌گردد که شباهت زیادی با رابطهٔ (۱) دارد.

$$w = m.g \qquad (۲)$$

w : وزن جسم برحسب نیوتن

m : جرم جسم برحسب **kg**

g : شتاب جاذبه زمین معادل ($g = ۹/۸۱ \sim ۱۰ \frac{m}{s^۲}$) می‌باشد.

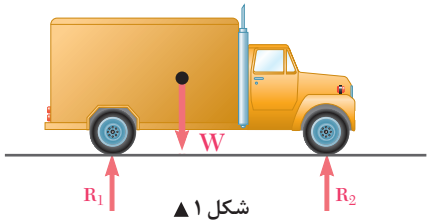
تذکر:

واحد دیگر وزن، کیلوگرم‌نیرو (**kgf**) می‌باشد که معادل ۱۰ نیوتن است یعنی:

$$۱kgf \sim ۱۰N$$

۳- قانون سوم نیوتن:

هـر عملی را عکس‌العملی اسـت مسـاوی بـا آن و در جهت خلاف آن. (شـکل ۱)



شکل ۱ ▲

نکته

در ایـن کتـاب از سـامانه بین‌المللـی واحدهـای اندازه‌گیـری (SI) اسـتفاده می‌کنیـم کـه در اکثـر کشـورها نیـز پذیرفته شـده اسـت.

پیشوندهای واحدهای اندازه‌گیری:

منظـور از پیشـوند، یـک مقـدار عـددی اسـت کـه بـا حـروف الفبـای یونانـی تعریـف شـده (مطابـق جـدول ۱) و قبل از واحدهـای اندازه‌گیـری قـرار می‌گیـرد.

نکته

مزیـت اسـتفاده از پیشـوندها این‌اسـت که از نوشـتن اعـداد خیلـی بزرگ و خیلـی کوچک اجتناب می‌شـود. به عنـوان مثـال می‌تـوان ۲۴۷۵۰۰ N را بـه صـورت ۲۴۷/۵ kN و یا ۰/۰۰۵۴۶ m را به شـکل ۵/۴۶ mm نوشـت.

نکته

• بیـن پیشـوند و واحـد اندازه‌گیـری مـورد نظـر از هیـچ علامتـی اسـتفاده نمی‌شـود امـا بیـن دو واحـد اندازه‌گیـری مختلـف هـر علامتـی نظیـر × و / می‌توانـد وجـود داشـته باشـد بـه طـور مثال:

N.m یعنی نیوتن‌متر و **nm** یعنی نانومتر که معادل (10^{-9} **m**) می‌باشد.

مثال: $7/5 \times 10^{-5}$ **MN** چند نیوتن است؟

$$7/5 \times 10^{-5} \times 10^{6} = 75 \quad N$$

جدول (۱) پیشوندهای آحاد اندازه‌گیری

نام پیشوند	علامت اختصاری	مقدار عددی	شکل توانی
پیکو	**p**	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱	10^{-12}
نانو	**n**	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱	10^{-9}
میکرو	**μ**	۰/۰۰۰۰۰۱	10^{-6}
میلی	**m**	۰/۰۰۱	10^{-3}
کیلو	**K**	۱,۰۰۰	10^{3}
مگا	**M**	۱,۰۰۰,۰۰۰	10^{6}
گیگا	**G**	۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	10^{9}
ترا	**T**	۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	10^{12}

۱ – ۵ – کمیت‌های فیزیکی

به‌طور کلی کمیت‌های فیزیکی به دو دستهٔ اصلی و فرعی تقسیم‌بندی می‌شوند.

کمیت‌های اصلی: به کمیت‌هایی گفته می‌شود که مستقل‌اند و در این پودمان عبارت‌اند از طول (L)، جرم (M) و زمان (T).

کمیت‌های فرعی: به کمیت‌هایی گفته می‌شود که وابسته به کمیت‌های اصلی هستند و از آنها ناشی می‌شوند. مانند نیرو، گشتاور نیرو، سرعت، کار، انرژی و ...

در یک تقسیم‌بندی دیگر کمیت‌های فیزیکی به دو دستهٔ اسکالر و برداری تقسیم می‌شوند.

کمیت‌های عددی یا اسکالر: کمیت‌هایی هستند که فقط دارای اندازه یا مقدار می‌باشند؛ مانند طول، جرم، زمان، کار و انرژی.

کمیت‌های برداری: کمیت‌هایی هستند که علاوه بر مقدار دارای جهت و راستا نیز می‌باشند. مانند: بردارهای نیرو، گشتاور، سرعت، شتاب و جابه‌جایی.

دیمانسیون

به رابطهٔ کمیت‌های اصلی و فرعی دیمانسیون یا معادلهٔ ابعادی گفته می‌شود. در این معادله کمیت‌های فرعی بر حسب دیمانسیون کمیت‌های اصلی تعریف می‌گردند.

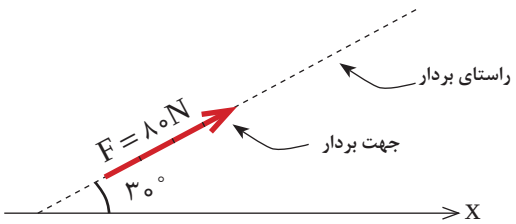
دیمانسیون طول را به L و دیمانسیون جرم را با M و دیمانسیون زمان را با T نشان می‌دهند.

به‌طور مثال دیمانسیون نیرو که یک کمیت فرعی است را با توجه به قانون دوم نیوتن یعنی F=ma به صورت $F = MLT^{-2}$ نمایش می‌دهند.

۱ – ۶ – بردارها (Vector)

هر بردار به صورت یک پیکان با طولی متناسب با مقدار آن ترسیم می‌شود

به عنوان مثال در شکل (۲)، بردار نیروی ($\vec{F}$) با مقدار ۸۰ N و با زاویه ۳۰° نسبت به محور x و در جهت و راستای نشان داده شده ترسیم شده است.



شکل ۲ ▲

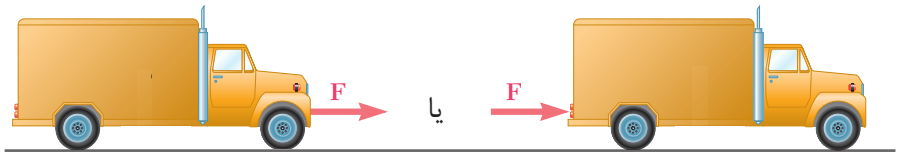
نکته

زاویه امتداد هر بردار، با یک امتداد مبنا که معمولاً امتدادهای x یا y است، مشخص می‌شود.

۱ – ۷ – انواع بردارها

۱- بردار لغزان

برداری است که اگر در راستای خود جابه‌جا شود، اثر آن بر جسم تغییر ننماید. همانند نیروی **F** در شکل (۳)



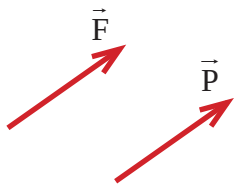
شکل ۳ ▲

۲- بردار ثابت

برداری است که مکان معینی را در فضا اشغال می‌کند و نمی‌توان آن‌را جابه‌جا نمود. یعنی با جابه‌جا کردن آن، اثر آن بر جسم تغییر می‌نماید. مثلاً ضربه‌ای که به سر انسان وارد می‌شود با ضربه‌ای که با همان مقدار و همان جهت به پای او وارد می‌آید متفاوت است.

۳- بردارهای هم‌سنگ

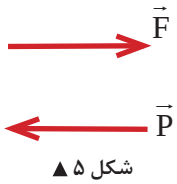
دو بردار مساوی، موازی و هم‌جهت را بردارهای هم‌سنگ می‌نامیم. در شکل (۴) بردارهای $\vec{F}$ و $\vec{P}$ هم سنگ اند.



شکل ۴ ▲

۴- بردارهای زوج

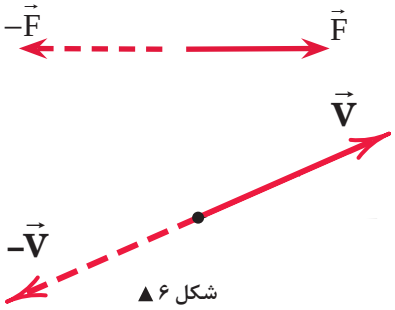
دو بردار مساوی، موازی و مختلف‌الجهت را بردارهای زوج می‌نامیم. در شکل (۵) بردارهای $\vec{F}$ و $\vec{P}$ زوج‌اند.



شکل ۵ ▲

۵- بردارهای مخالف

دو بردار مساوی، هم‌راستا و مختلف‌الجهت را بردارهای مخالف گویند. (شکل ۶)

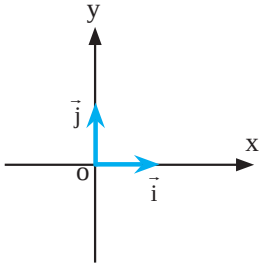


شکل ۶ ▲

۶- بردار یکه (واحد)

برداری که مقدار (اندازه) آن برابر واحد است را بردار یکه یا واحد می‌نامیم.

بردار واحد روی محور **x** ها را با $\vec{i}$ و روی محور **y** ها را با $\vec{j}$ نمایش می‌دهند. شکل (۷)

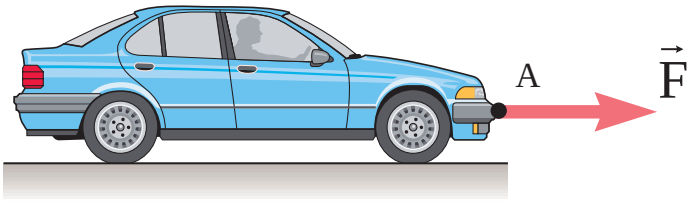


شکل ۷ ▲

۷- بردار نیرو

برداری است که علاوه بر مقدار، جهت و راستا دارای نقطه اثر نیز می‌باشد. در شکل (۸) نقطه **A**، نقطه‌اثر بردار نیروی $\vec{F}$ می‌باشد.

و واحد اندازه‌گیری نیرو، نیوتن (**N**) است و مطابق قانون دوم نیوتن به صورت زیر تعریف می‌شود:



شکل ۸ ▲

تعریف نیوتن با استفاده از قانون دوم نیوتن

یک نیوتن مقدار نیرویی است که اگر به جرم یک کیلوگرم وارد شود، در آن شتابی معادل یک متر بر مجذور ثانیه و در جهت اِعمال نیرو ایجاد نماید.

$$F = m.a$$

$$1N = 1kg \times 1\frac{m}{s^2}$$

۱ – ۸ – جمع و تفریق بردارها

عملیات جمع و تفریق کمیت‌های برداری با جمع و تفریق کمیت‌های عددی (اسکالر) متفاوت است. یعنی نمی‌توان مقادیر عددی دو یا چند بردار، به‌غیر از بردارهای هم‌راستا، و موازی را با یکدیگر جمع و یا تفریق نمود. در این کتاب برای نشان دادن یک بردار مانند $\vec{V}$ از علامت (⟶) در بالای آن استفاده می‌شود و برای نشان دادن مقدار (اندازه) آن بردار علامت (⟶) بالای آن برداشته می‌شود.

$\vec{V}$: بردار V

V : اندازه یا مقدار بردار V

۱–۸–۱– روش‌های جمع و تفریق بردارها

جمع و تفریق بردارها به دو روش ۱- ترسیمی ۲- محاسباتی انجام می‌شود.

۱-۸-۱-۱- روش ترسیمی

در این روش با استفاده از وسایل ترسیم و مقیاس مناسب جمع و تفریق بردارها انجام می‌شود. روش‌های ترسیمی جمع و تفریق بردارها شامل سه روش زیر می‌باشد:

الف) روش مثلث

ب) روش متوازی‌الاضلاع

ج) روش چندضلعی

لازم به ذکر است که روش‌های مثلث و متوازی‌الاضلاع برای مجموع یا تفاضل دو بردار و روش چندضلعی برای مجموع یا تفاضل بیش از دو بردار مناسب می‌باشند.

الف) روش مثلث

دو بـردار $\vec{P}$ و $\vec{Q}$ مطابـق شـکل (۹) مفـروض اسـت.

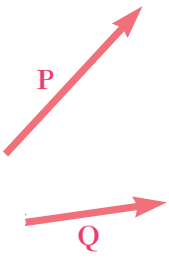
بـرای به‌دسـت آوردن مجموع آن‌هـا یعنی $\vec{P}+\vec{Q}$ به صـورت زیـر عمـل می‌کنیم:

۱) از نقطـه دلخـواه مانند **A** هم‌سـنگ یکی از بردارها ترسـیم می‌شود

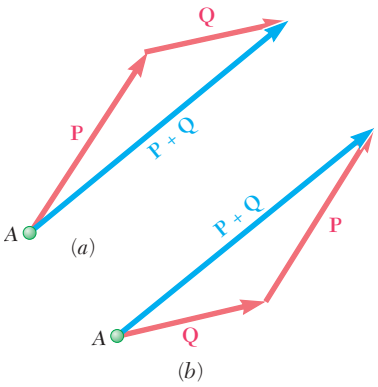
۲) از انتهـای بـردار اول هم‌سـنگ بـردار دوم ترسـیم می‌شـود

۳) بـرداری کـه از ابتـدای بـردار اول بـه انتهـای بردار دوم وصـل می‌شـود مجمـوع دو بـردار خواهـد بود که مقـدار آن به‌وسـیلهٔ خط‌کـش مقیـاس اندازه‌گیـری می‌شـود: شـکل (۱۰)

$$\vec{R}=\vec{P}+\vec{Q} \qquad (۳)$$



شکل ۹ ▲



شکل ۱۰ ▲

ب) روش متوازی‌الاضلاع

دو بـردار $\vec{P}$ و $\vec{Q}$ مطابـق شـکل (۱۱) مفروض اسـت و مجمـوع آن‌هـا یعنی $\vec{R}=\vec{P}+\vec{Q}$ مدنظر می‌باشـد. طبـق قانـون متوازی‌الاضـلاع بـه شـرح زیـر عمـل می‌نمائیـم: شـکل (۱۲)

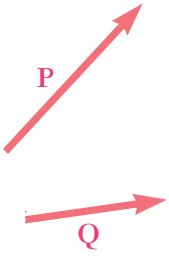
۱) از نقطـه دلخـواه ماننـد **O** هم‌سـنگ بردارهای $\vec{P}$ و $\vec{Q}$ را ترسـیم می‌نمائیـم

۲) از انتهـای بـردار $\vec{P}$ بـه مـوازات بـردار $\vec{Q}$ خطـی ترسـیم می‌شـود (خـط $\mathbf{d}_1$)

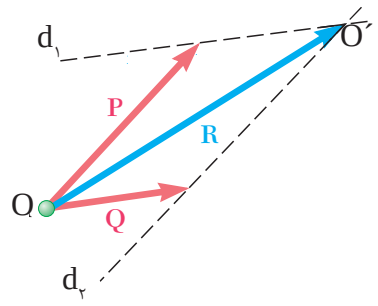
۳) از انتهـای بـردار $\vec{Q}$ بـه مـوازات بـردار $\vec{P}$ خطـی ترسـیم می‌شـود (خـط $\mathbf{d}_2$) تـا خـط $\mathbf{d}_1$ را در نقطـه $\mathbf{O}'$ قطـع نمایـد.

۴) بـرداری کـه از **O** بـه **O'** ترسـیم می‌شـود همـان مجمـوع دو بـردار $\vec{P}$ و $\vec{Q}$ یعنـی $\vec{R}$ خواهـد بـود کـه مقـدار آن بـا رابطـهٔ (۴) محاسـبه می‌شـود:

$$R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos O$$
$$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos O} \qquad (۴)$$



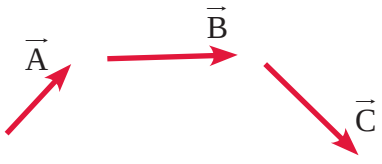
شکل ۱۱ ▲



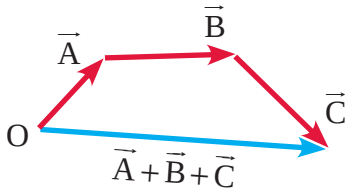
شکل ۱۲ ▲

ج) روش چندضلعی

در این روش به منظور ترسیم مجموع چند بردار مانند شکل (۱۳) از یک نقطه دلخواه مانند **O** هم‌سنگ بردار اول را رسم می‌کنیم و از انتهای بردار رسم شده هم‌سنگ بردار دوم ترسیم می‌شود. این روند تا ترسیم تمامی بردارها ادامه می‌یابد؛ برداری که از ابتدای بردار اول به انتهای بردار آخر رسم می‌شود، مجموع بردارها خواهد بود. شکل (۱۴)



شکل ۱۳ ▲



شکل ۱۴ ▲

نکته

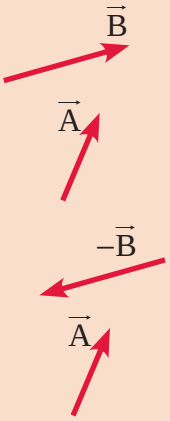
• هر گاه انتهای آخرین بردار بر ابتدای بردار اول منطبق گردد (یک چندضلعی بسته تشکیل شود)، مجموع بردارها صفر خواهد بود.

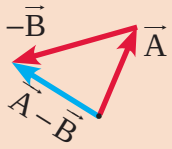
• در حالتی که بردارها موازی یا هم‌راستا باشند، برای جمع و تفریق آن‌ها کافی‌است با در نظر گرفتن جهت بردارها، آن‌ها را روی یک محور ترسیم نمود.

نکته

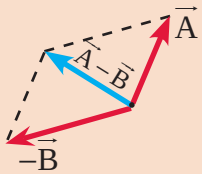
عملیات تفریق دو یا چند بردار به روش‌های فوق با استفاده از تعریف بردار مخالف مطابق شکل زیر امکان‌پذیر است. یعنی:

$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B}) \qquad (۵)$$





تفاضل بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ به روش مثلث

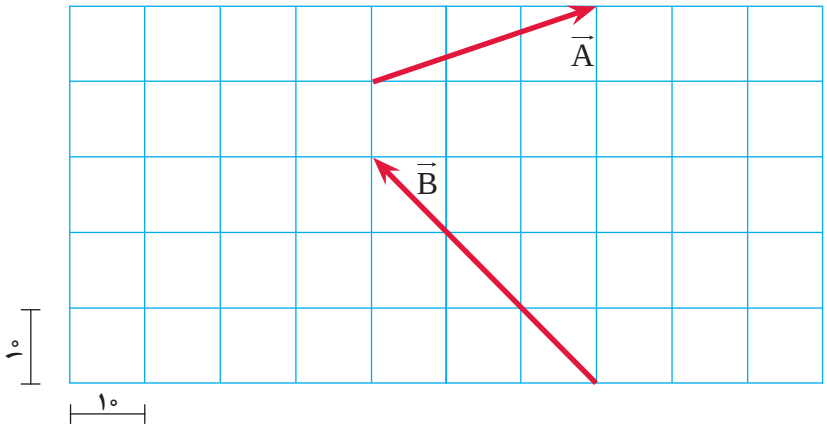


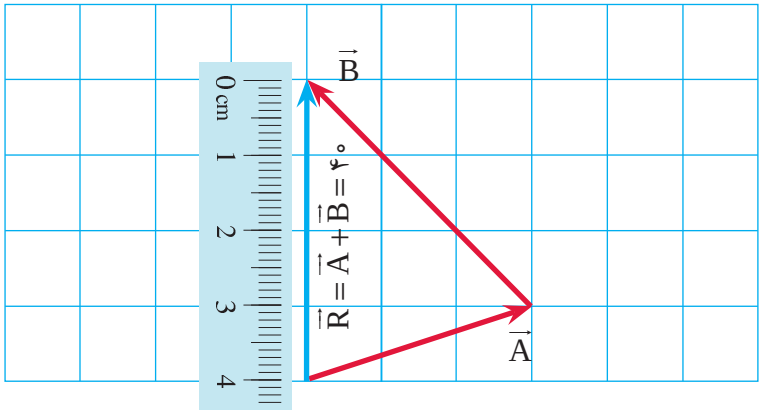
تفاضل بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ به روش متوازی‌الاضلاع

در این حالت چناچه بخواهیم به روش محاسباتی عمل نمائیم کافیست که بردارهای موجود را دوبه‌دو با هم جمع یا تفریق نموده و حاصل هر دو بردار را با بردار بعد، جمع یا تفریق کرده و این روند را تا آخرین بردار ادامه داد.

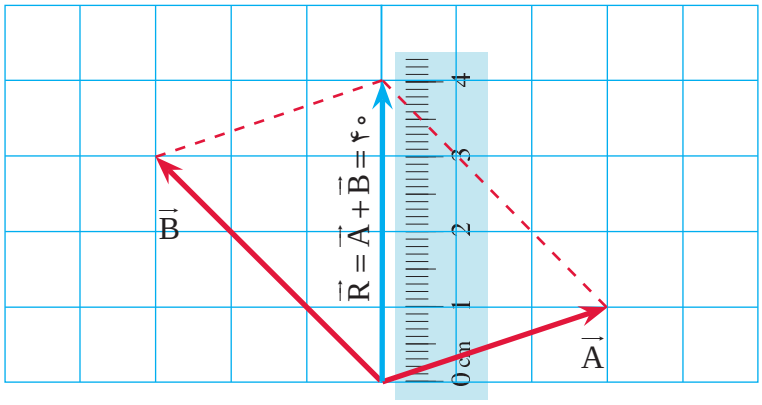
مثال ۱

در شکل زیر حاصل بردارهای $\vec{A}+\vec{B}$ و $\vec{A}-\vec{B}$ را محاسبه نمایید.
(ابعاد شبکه برابر ۱۰ واحد است)

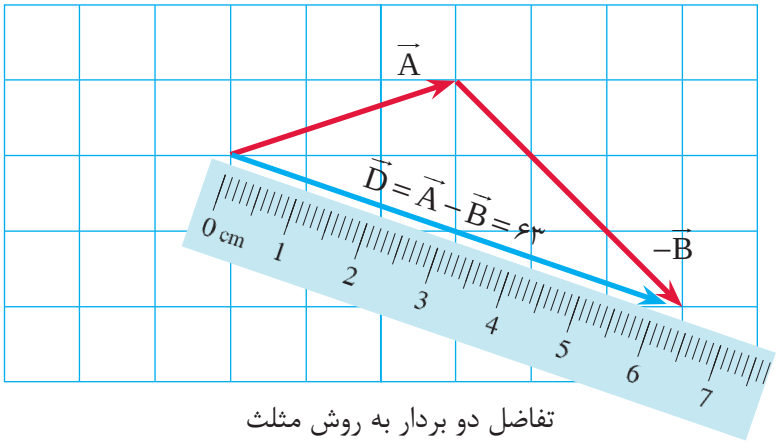




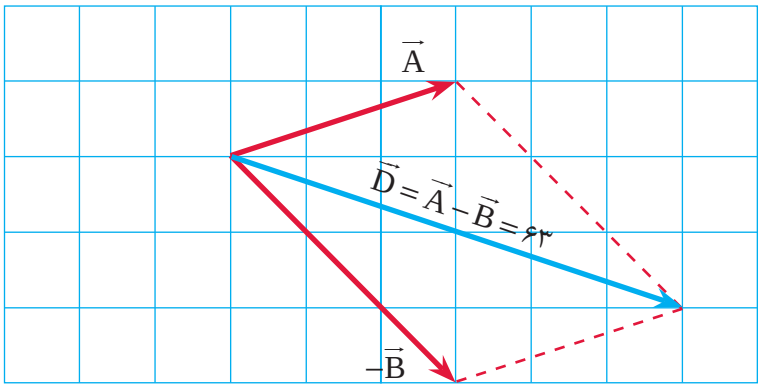
مجموع دو بردار به روش مثلث



مجموع دو بردار به روش متوازی‌الاضلاع



تفاضل دو بردار به روش مثلث



تفاضل دو بردار به روش متوازی‌الاضلاع

۱–۹– تجزیهٔ یک بردار به مؤلفه‌های آن به روش ترسیمی

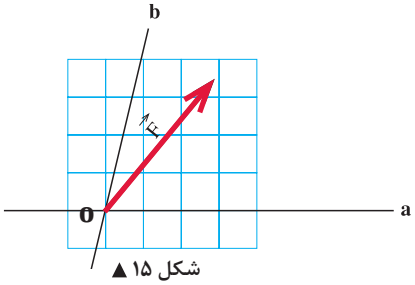
همان‌گونه که در قسمت قبل دیدیم دو بردار با امتداد و مقادیر مشخص را می‌توان با استفاده از روش‌های مثلث یا متوازی‌الاضلاع با یکدیگر جمع نمود و مجموع آن‌ها را به‌دست آورد؛ که این بردارِ مجموع را برآیند دو بردار اولیه نیز می‌نامند. حال چنانچه دو امتداد دلخواه در صفحه داشته باشیم و برداری به نام $\vec{F}$ نیز داده شده باشد می‌توان آن را بر روی دو امتداد مورد نظر به شرح ذیل تجزیه نمود که عکس عمل جمع دو بردار می‌باشد. (شکل‌های ۱۵ و ۱۶)

۱) از انتهای بردار $\vec{F}$ دو خط به موازات محورهای **a** و **b** ترسیم نموده (خطوط **a'** و **b'**) تا آن‌ها را در نقاط O_1 و O_2 قطع نماید.

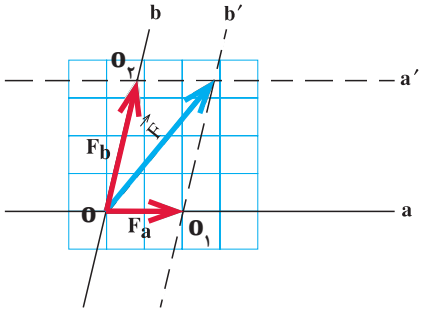
۲) بردار $\overrightarrow{OO_1}$ مؤلفهٔ $\vec{F}$ روی امتداد **a** خواهد بود که با $\vec{F}_a$ نشان داده می‌شود.

۳) بـردار $\overrightarrow{OO_2}$ مؤلفـهٔ $\vec{F}$ روی امتـداد **b** خواهـد بود که با نماد $\vec{F}_b$ نشـان داده می‌شـود.

روش فـوق، روش کلـی بـرای تجزیـهٔ یـک بـردار اسـت. حالـت خاصـی از آن تجزیـهٔ یـک بـردار روی دو محـور متعامـد (عمـود بـر هم) اسـت کـه کاربـرد زیـادی در حل مسـائل ایسـتایی دارد.



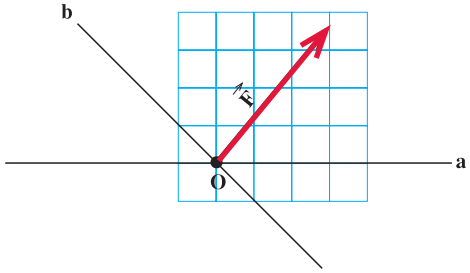
شکل ۱۵ ▲



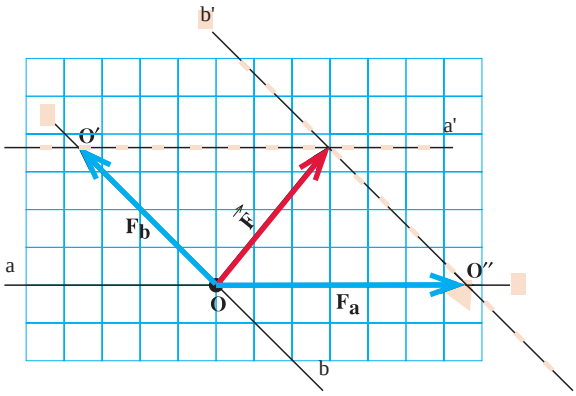
شکل ۱۶ ▲

مثال ۲

در شکل زیر بردار F را روی امتدادهای a و b تجزیه کنید.

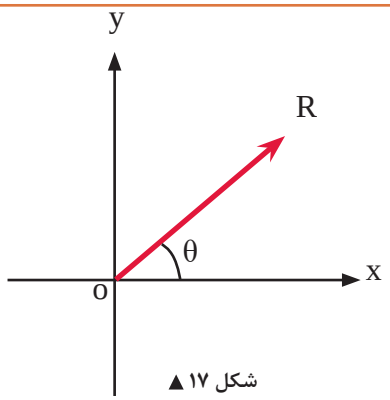


حل:



۱ – ۱۰ – تجزیهٔ یک بردار به مؤلفه‌های متعامد آن در دستگاه مختصات دکارتی به روش ترسیمی و محاسباتی

مطابق شکل (۱۷) بردار $\vec{R}$ با زاویه θ نسبت به محور **x** مفروض است. می‌خواهیم آن را روی محورهای متعامد **x** و **y** تجزیه نمائیم. چنانچه مطابق مراحل سه‌گانه در بخش (۱-۹) عمل کنیم، به شکل (۱۸) خواهیم رسید.

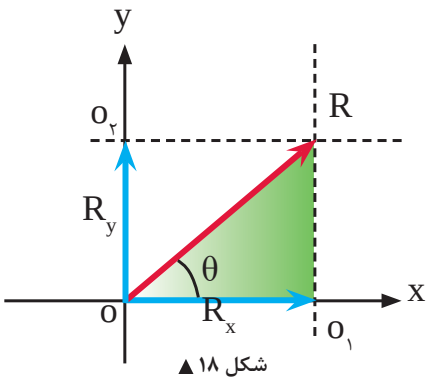


شکل ۱۷ ▲

اندازه یا مقدار مؤلفه‌های $\mathbf{R_x}$ و $\mathbf{R_y}$ با استفاده از روابط مثلثاتی در مثلث رنگ شدهٔ شکل (۱۸) به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$\cos\theta = \frac{R_x}{R} \Rightarrow \boxed{R_x = R.\cos\theta}$$

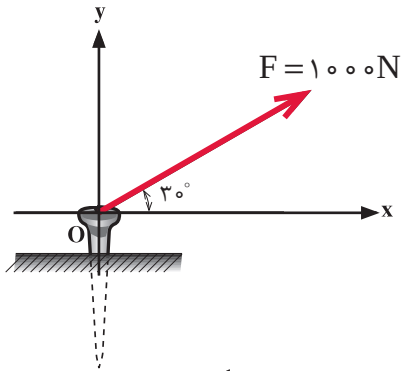
$$\sin\theta = \frac{R_y}{R} \Rightarrow \boxed{R_y = R.\sin\theta} \qquad (۶)$$



شکل ۱۸ ▲

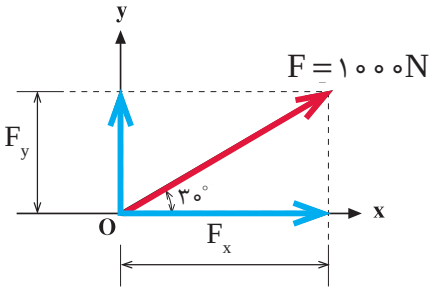
مثال ۳

نیروی **F** مطابق شکل بر میخی وارد می‌شود. مطلوب‌است تجزیه این نیرو روی محورهای **x** و **y** و محاسبه مقادیر مؤلفه‌ها.



حل:

نیروی **F** را به مؤلفه‌های متعامد تجزیه می‌کنیم.



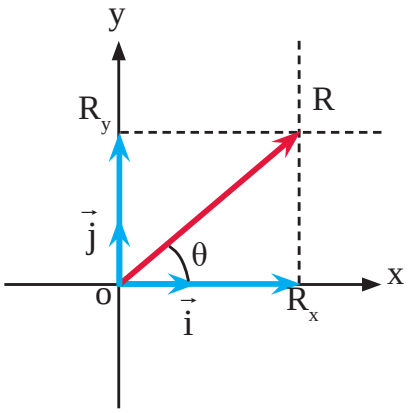
$$F_x = F\cos\theta = ۱۰۰۰\times\cos۳۰^\circ \Rightarrow \boxed{F_x = ۸۶۶/۰۲\ N}$$

$$F_y = F\sin\theta = ۱۰۰۰\times\sin۳۰^\circ \Rightarrow \boxed{F_y = ۵۰۰\ N}$$

۱–۱۱– نمایش برداری یک بردار در دستگاه مختصات دکارتی

در دستگاه مختصات دکارتی محورهای **ox** و **oy** بر یکدیگر عمود بوده و بردارهای واحد (یکه) روی آن‌ها به ترتیب با $\vec{i}$ و $\vec{j}$ نمایش داده می‌شوند و برداری مانند بردار $\vec{R}$ مطابق شکل (۱۹) در این دستگاه با رابطهٔ (۵) تعریف می‌شود:

$$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} \qquad (۷)$$



شکل ۱۹ ▲

که در رابطهٔ فوق $\mathbf{R_x}$ مؤلفهٔ $\vec{R}$ روی محور **x** و $\mathbf{R_y}$ مؤلفهٔ $\vec{R}$ روی محور **y** می‌باشد.

مثال ۴

فرم برداری بردار **F** در شکل (مثال ۳) را بنویسید.

حل:

فرم برداری بردار $\vec{F}$ به صورت $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ می‌باشد.

با توجه به نتایج مثال ۳ داریم:

$F_x = ۸۶۶/۰۲N$

$F_y = ۵۰۰N$

بنابراین:

$$\vec{F} = ۸۶۶/۰۲\vec{i} + ۵۰۰\vec{j}$$

۱–۱۲– تعیین اندازه و زاویهٔ امتداد یک بردار با استفاده از مؤلفه‌های متعامد آن

همان‌طور که یک بردار را می‌توان به دو مؤلفه روی امتدادهای مختلف تجزیه کرد می‌توان به کمک مؤلفه‌های یک بردار، اندازهٔ بردار و زاویهٔ آن‌را به کمک رابطهٔ فیثاغورث و نسبت‌های مثلثاتی تعیین کرد. هر گاه برداری مانند $\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j}$ داشته باشیم، می‌توان اندازه **R** و زاویهٔ امتداد آن‌را با امتداد **x** به صورت زیر تعیین نمود:

مقدار (اندازه) بردار **R**

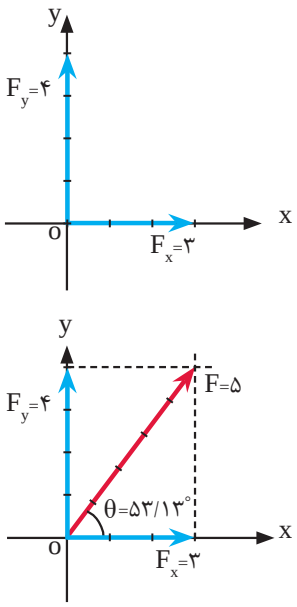
$$R = \sqrt{R_x^{۲} + R_y^{۲}} \qquad (۸)$$

زاویه بردار **R** نسبت به محور **x** ها

$$\theta = \tan^{-۱}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| \qquad (۹)$$

مثال ۵

بردار $\vec{F} = (۳\ \vec{i} + ۴\ \vec{j})$ را ترسیم نموده، مقدار و زاویهٔ امتداد آن‌را با محور x ها به‌دست آورید.

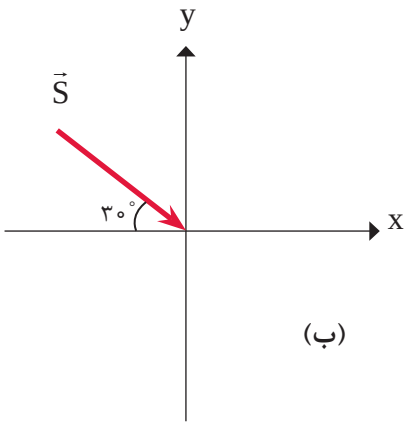


$$F = \sqrt{F_x^{۲} + F_y^{۲}} \Rightarrow F = \sqrt{۳^{۲} + ۴^{۲}} \Rightarrow \boxed{F = ۵}$$

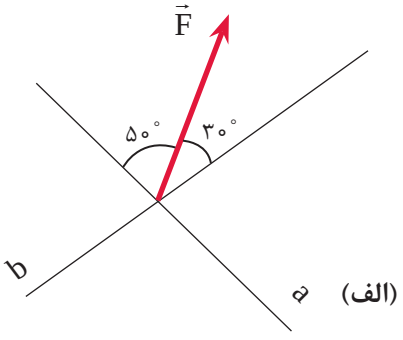
$$\theta = \tan^{-۱}\left|\frac{F_y}{F_x}\right| \Rightarrow \theta = \tan^{-۱}\left|\frac{۴}{۳}\right| \Rightarrow \boxed{\theta = ۵۳/۱۳^\circ}$$

فعالیت کلاسی ۱

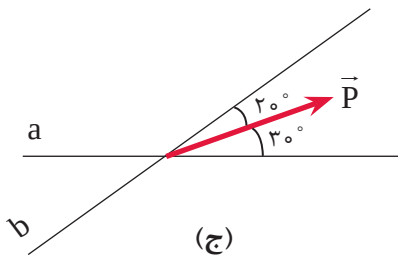
بردارهای زیر را به روش ترسیمی روی محورهای داده شده تجزیه نمایید.



(ب)



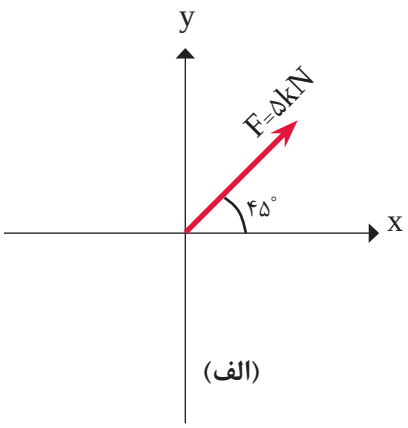
(الف)



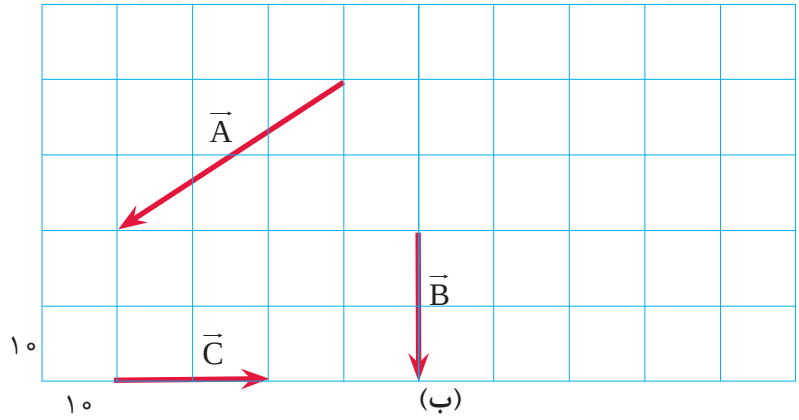
(ج)

فعالیت کلاسی ۲

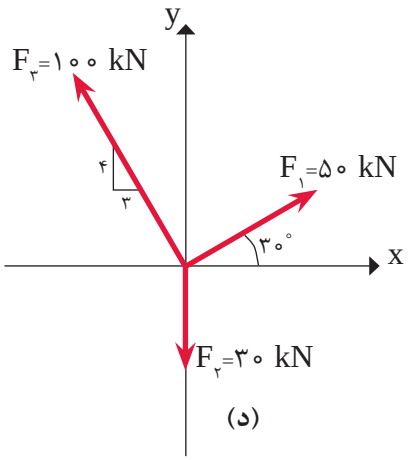
بردارهای زیر را به مؤلفه‌های متعامد آن تجزیه نمائید و فرم برداری آن‌ها را بنویسید.



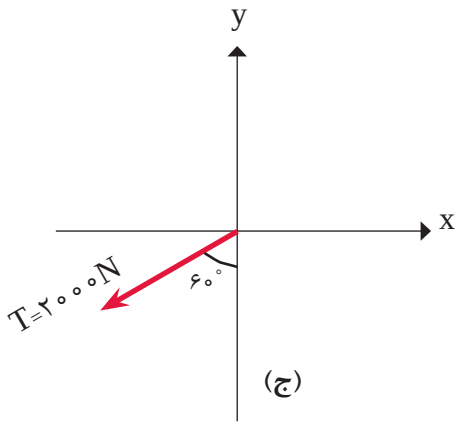
(الف)



(ب)



(د)



(ج)

فعالیت کلاسی ۳

بردارهای زیر را ترسیم نموده و اندازه و زاویهٔ امتداد هر یک را نسبت به محورهای x و y تعیین کنید.

الف) $\vec{F} = -۴\vec{i} + ۳\vec{j}$

ب) $\vec{P} = -۵\vec{i}$

ج) $\vec{T} = ۳/۵\vec{j}$

د) $\vec{Q} = -۳\vec{i} - ۳\vec{j}$

فعالیت کلاسی ۴

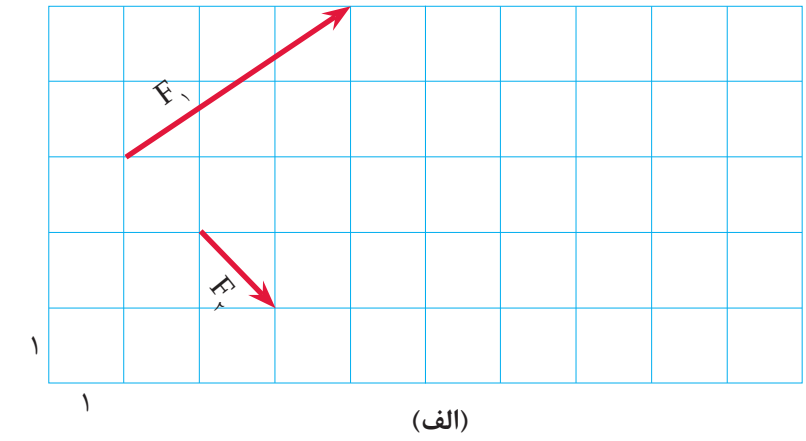
در شکل‌های زیر مطلوب است:

الف) فرم برداری هر بردار.

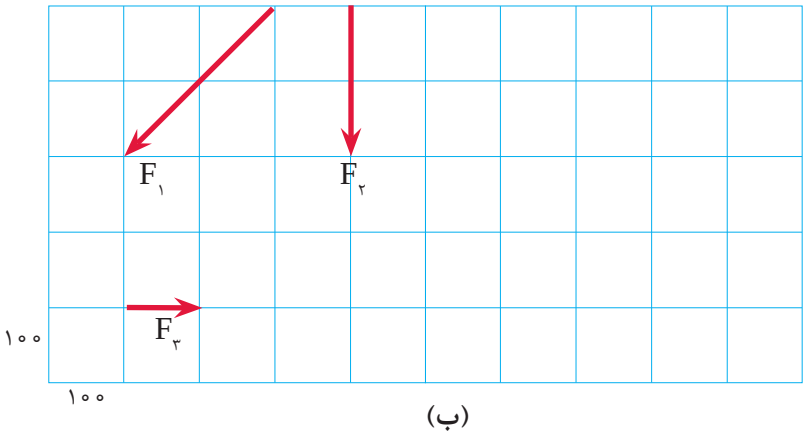
ب) اندازه هر یک را به صورت ترسیمی (با خط‌کش) به‌دست آورید.

ج) اندازه هر یک را به صورت محاسباتی به‌دست آورید.

د) اندازه‌های محاسباتی و ترسیمی هر بردار را با هم مقایسه کنید.



(الف)



(ب)

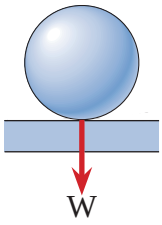
۱–۱۳– نیرو

نیرو کمیتی است برداری که می‌تواند باعث تغییر در حرکت، تغییرِ شکل و یا چرخش در اجسام گردد.

۱–۱۴– انواع نیرو

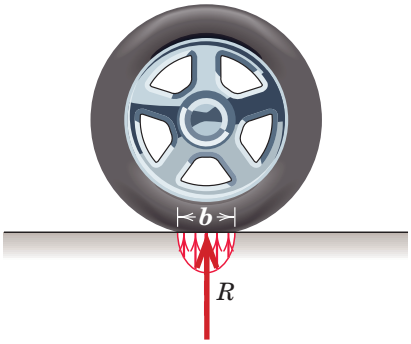
۱–۱۴–۱– نیروهای خارجی

نیروهایی هستند که از محیط اطراف و در خارج از وجود جسم به آن وارد می‌شوند. مکانیک اجسام صُلب (استاتیک) فقط به نیروهای خارجی توجه دارد؛ مانند: وزن گوی در شکل (۲۰) که به کف وارد می‌شود.



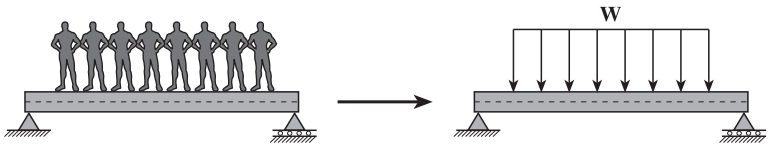
شکل ۲۰ ▲

الف) نیروهای متمرکز: اگر نیرو به طول کوچک و قابل اغماضی از جسم وارد گردد آن‌را نیروی متمرکز می‌نامند. شکل (۲۱)



شکل ۲۱ ▲

ب) نیروهای گسترده: اگر نیرو در طول قابل‌توجهی از جسم پخش گردد آن‌را نیروی گسترده گویند. شکل (۲۲)



شکل ۲۲ ▲

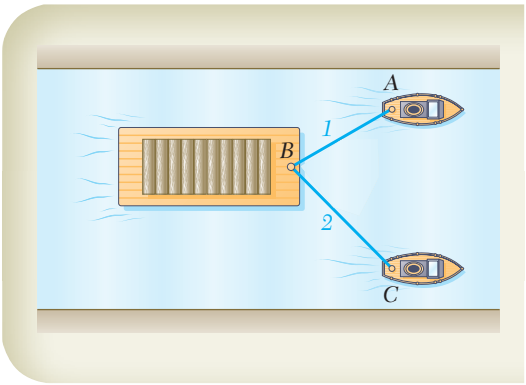
۱–۱۴–۲– نیروهای داخلی

نیروهایی هستند که در داخل جسم و بین ذرات تشکیل‌دهندهٔ آن ایجاد می‌شوند؛ مانند نیرویی که شخص هنگام اجرای بارفیکس در دستان خود احساس می‌کند؛ در مکانیک اجسام تغییرشکل‌پذیر (مقاومت مصالح) به نیروهای داخلی توجه می‌شود.

۱–۱۵– برآیند سامانه‌های نیرویی وارد بر نقطه مادی به روش محاسباتی

منظـور از برآینـد دو یـا چنـد نیرو عبارت‌اسـت از جمـع بـرداری آن نیروها، به‌طوری‌کـه بردار برآینـد به‌تنهایی اثـر همهٔ نیروهای وارد به جسـم را دارا باشـد.

بـه عنـوان مثـال در شـکل (۲۳) شـناور B در مسـیری بـه حرکـت در می‌آید کـه در واقـع امتداد بـردار برآیند دو نیـروی وارده از طـرف قایق‌هـای A و C خواهـد بـود. ایـن بـدان معناسـت کـه می‌تـوان به جـای دو نیروی مذکـور نیـروی برآینـد آن‌هـا را در امتداد مسـیر حرکت شـناور قـرار داده و آن‌را به حرکـت درآورد.



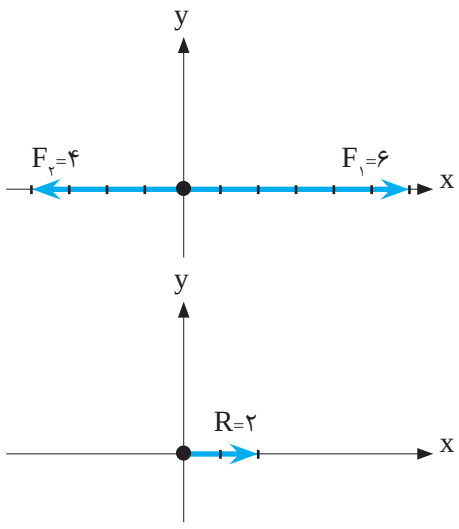
شکل ۲۳ ▲

۱–۱۵–۱– برآیند نیروهای هم‌راستا و موازی

برای محاسبه برآیند نیروهای هم‌راستا کافی است مقادیر آن‌ها را با یکدیگر جمع جبری نماییم.

مثال ۶

دو نیـروی $\vec{F_1} = 6\vec{i}$ و $\vec{F_2} = -4\vec{i}$ را روی محورهـای مختصـات ترسـیم نمـوده و برآیند آن‌ها را محاسـبه و ترسـیم نمایید.

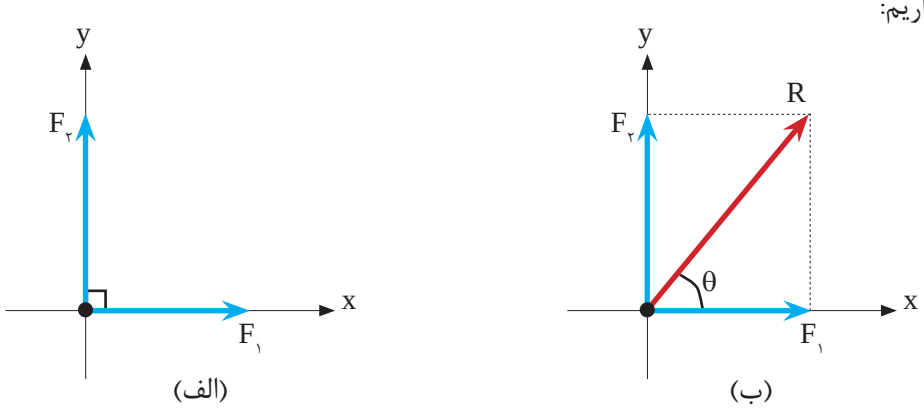


$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$\vec{R} = 6\vec{i} - 4\vec{i} \Rightarrow \vec{R} = 2\vec{i}$$

۱-۱۵-۲- برآیند دو نیروی متعامد

برای محاسبه مقدار برآیند دو نیروی متعامد مطابق شکل (۲۴-الف) با استفاده از رابطه فیثاغورث و شکل (۲۴-ب) داریم:



شکل ۲۴ ▲

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow \boxed{R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}} \qquad (۱۰)$$

و برای محاسبه زاویه برآیند با $\mathbf{F}_1$ می‌توان از رابطه تانژانت استفاده نمود:

$$\tan\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \boxed{\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_2}{F_1}\right)} \qquad (۱۱)$$

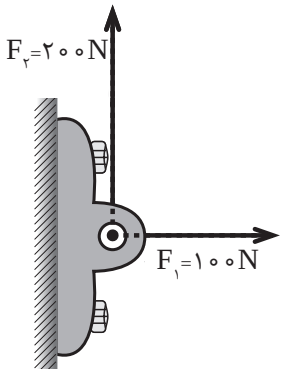
مثال ۷

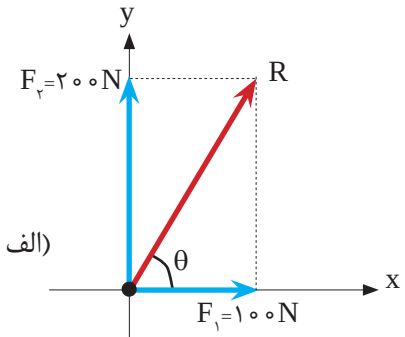
در شکل زیر مطلوب است:

الف) ترسیم برآیند ($\mathbf{R}$)

ب) تعیین مقدار برآیند

ج) تعیین زاویه برآیند با افق یا امتداد $\mathbf{F}_1$





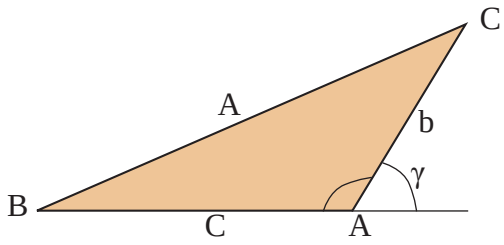
ب) $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{۱۰۰^2 + ۲۰۰^2} = \sqrt{۵۰۰۰۰} \Rightarrow R = ۲۲۳/۶۱ \ \ N$

ج) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_2}{F_1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{۲۰۰}{۱۰۰}\right) \Rightarrow \theta = ۶۳/۴۳^\circ$

۱-۱۵-۳- برآیند دو نیروی غیرمتعامد

در این سیستم شرط لازم بسته شدن سه‌ضلعی نیروهاست، اما تفاوتی که این حالت با حالت متعامد دارد غیرمشخص بودن سه‌ضلعی (مثلث) نیروهاست. به همین دلیل استفاده از قانون متوازی‌الاضلاع برای حل ترسیمی و استفاده از قانون سینوس‌ها و کسینوس‌ها برای حل مثلثاتی کارآمد خواهد بود.

قانون کسینوس‌ها در مثلث



شکل ۲۵ ▲

علائم:

a ؛ ضلع روبروی زاویهٔ A یا برآیند اضلاع دیگر،

c و b ؛ اضلاع مجاور زاویهٔ A،

A ؛ زاویهٔ داخلی مثلث نیروها،

γ ؛ زاویهٔ خارجی مثلث نیروها یا زاویهٔ بین ضلع b و امتداد ضلع c.

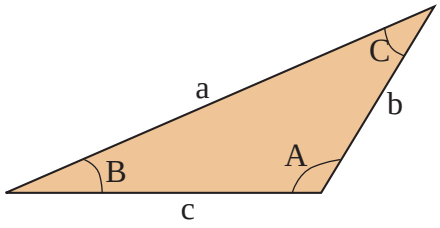
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc\cos\gamma$$

قانون سینوس‌ها در مثلث



علائم:

A و B و C ؛ زوایای داخلی مثلث نیروها،

a ؛ ضلع مقابل زاویهٔ A،

b ؛ ضلع مقابل زاویهٔ B،

c ؛ ضلع مقابل زاویهٔ C.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

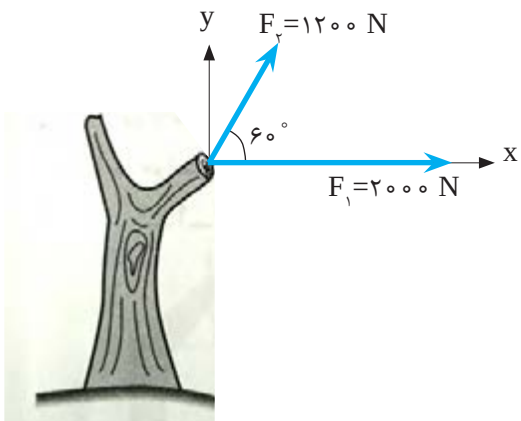
شکل ۲۶ ▲

مثال ۸

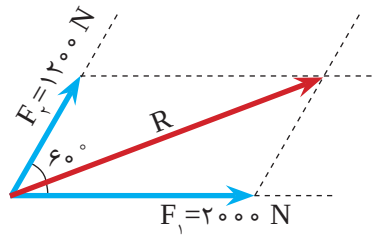
دو نیروی غیر متعامد بر تنهٔ درختی مطابق شکل وارد می‌شوند. مطلوب است:

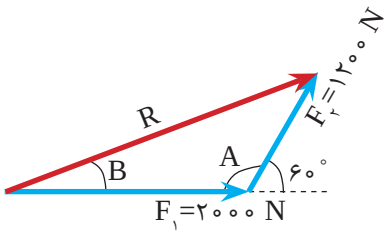
الف) محاسبهٔ مقدار برآیند.

ب) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق.



حل: ابتدا با استفاده از قانون متوازی‌الاضلاع مقدار و جهت برآیند را به صورت ترسیمی تعیین می‌کنیم و سپس با استفاده از قانون کسینوس‌ها و یا سینوس‌ها مقدار دقیق برآیند و زاویهٔ آن‌را با افق محاسبه می‌کنیم.





الف- با استفاده از قانون کسینوس‌ها داریم:

$$A = ۱۸۰ - ۶۰ = ۱۲۰^\circ$$

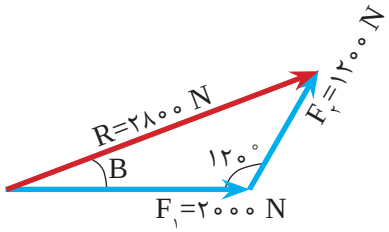
$$R^۲ = ۲۰۰۰^۲ + ۱۲۰۰^۲ - ۲\times ۲۰۰۰\times ۱۲۰۰\times \cos ۱۲۰ = ۷۸۴۰۰۰۰$$

$$R = \sqrt{۷۸۴۰۰۰۰} = ۲۸۰۰ \text{ N}$$

ب- با استفاده از قانون سینوس‌ها داریم:

$$\frac{۲۸۰۰}{\sin ۱۲۰} = \frac{۱۲۰۰}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{۱۲۰۰}{۲۸۰۰}\times \sin ۱۲۰$$

$$\sin B = ۰/۳۷۱ \Rightarrow B = \sin^{-۱}(۰/۳۷۱) = ۲۱/۷۸۷^\circ$$



زاویهٔ برآیند با $F_۱$ یا افق $B = \sin^{-۱}(۰/۳۷۱) = ۲۱/۷۸۷^\circ$

مثال ۹

دو نیرو مطابق شکل توسط دو کابل بر یک سنگ معدنی وارد می‌شود. مطلوب‌است:

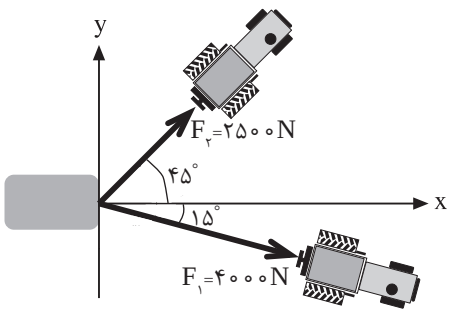
الف) نمایش برداری برآیند

ب) نمایش ترسیمی بردار برآیند

ج) محاسبهٔ اندازهٔ بردار برآیند

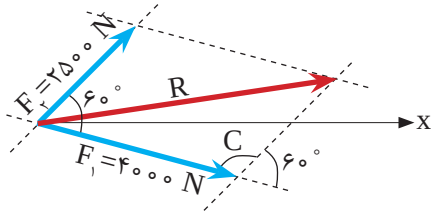
د) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق

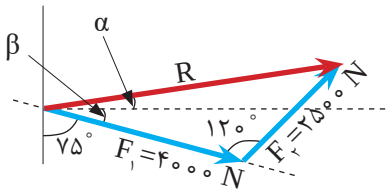
ه) ترسیم مسیر جابه‌جایی سنگ



حل:

الف) با استفاده از قانون کسینوس‌ها داریم:





$C = ۱۸۰ - ۶۰ = ۱۲۰^\circ$

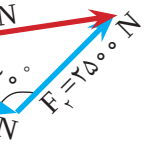
$R^۲ = ۴۰۰۰^۲ + ۲۵۰۰^۲ - ۲\times ۴۰۰۰\times ۲۵۰۰\times \cos ۱۲۰ = ۳۲۲۵۰۰۰۰$

$R = ۵۶۷۸/۹۱\ N$

ب) با استفاده از قانون سینوس‌ها داریم:

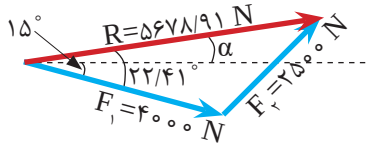
$$\frac{۵۶۷۸/۹۱}{\sin ۱۲۰} = \frac{۲۵۰۰}{\sin \gamma}$$

$$\Rightarrow \sin \gamma = \frac{۲۵۰۰}{۵۶۷۸/۹۱}\times \sin ۱۲۰ = ۰/۳۸۱$$



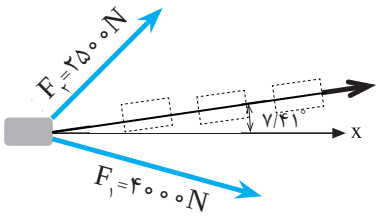
زاویهٔ نیروی $F_۱$ با برآیند $\gamma = ۲۲/۴۱۱^\circ$

زاویهٔ برآیند با افق به طریق زیر به‌دست می‌آید.



زاویهٔ برآیند با افق $\alpha = ۲۲/۴۱۱ - ۱۵ = ۷/۴۱^\circ$

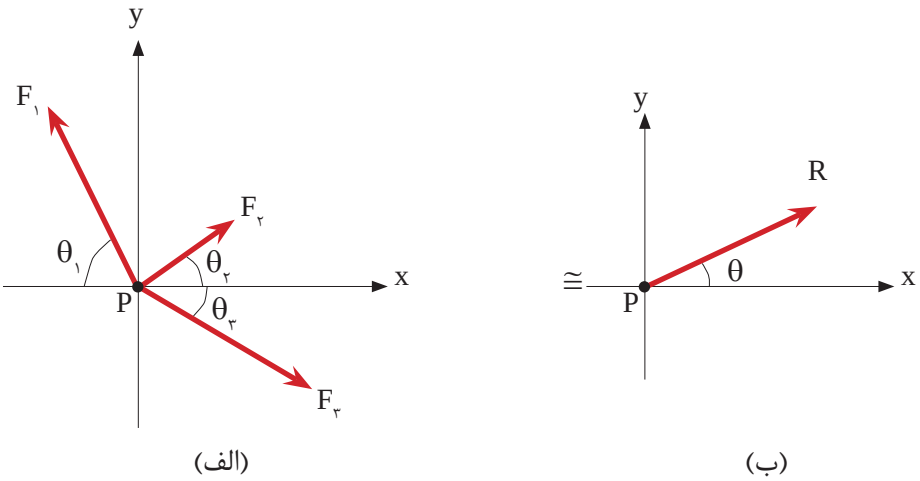
ج)



مسیر جابه‌جایی سنگ

۱-۱۵-۴- محاسبهٔ برآیند سامانهٔ چندنیرویی وارد به نقطهٔ مادی

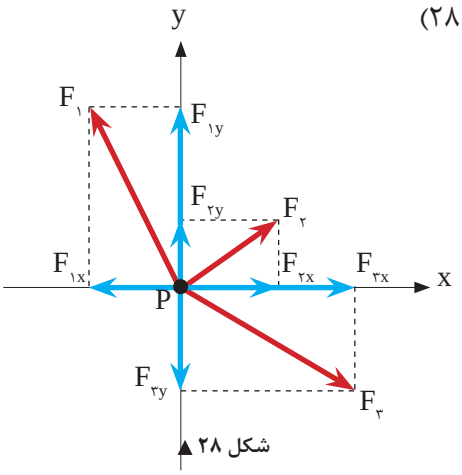
هر گاه بر یک نقطهٔ مادی مانند P مطابق شکل (۲۷- الف) نیروهای F_1 و F_2 و F_3 وارد شود، به‌کمک تجزیه به‌شرح زیر می‌توان اندازهٔ برآیند این نیروها (R) و راستای برآیند با محور x یعنی (θ) را تعیین نمود. شکل (۲۷- ب)



(الف) (ب)

شکل ۲۷ ▲

گام اول: تجزیه هر یک از نیروها روی محورهای **x** و **y**؛ (شکل ۲۸)



شکل ۲۸ ▲

گام دوم: نمایش برداری تمامی نیروها بر حسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$؛

گام سوم: محاسبهٔ جمع جبری نیروهای هم‌راستا روی محورهای **x** و **y**

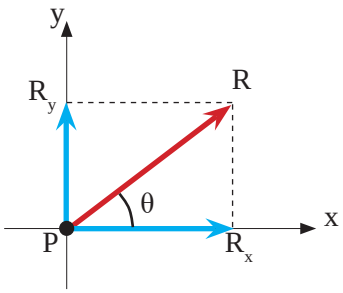
$$R_x = \Sigma F_x \quad , \quad R_y = \Sigma F_y \qquad (۱۲)$$

ΣF_x: مجموع مؤلفه‌های هم‌راستا با محور **x** $(\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x})$

ΣF_y: مجموع مؤلفه‌های هم‌راستا با محور **y** $(\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y})$

گام چهارم: نمایش برداری بردار برآیند (R) مطابق رابطهٔ (۱۱)

$$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} \qquad (۱۳)$$



شکل ۲۹ ▲

گام پنجم: نمایش ترسیمی بردار برآیند مطابق شکل (۲۹)

گام ششم: محاسبهٔ اندازه (مقدار) برآیند با استفاده از رابطهٔ فیثاغورث

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \qquad (۱۴)$$

گام هفتم: محاسبهٔ زاویه برآیند با امتداد محور **x** ها (θ) با استفاده از رابطهٔ تانژانت و با توجه به شکل ترسیم شده در گام پنجم

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| \qquad (۱۵)$$

مثال ۱۰

دو نیرو مطابق شکل توسط دو کابل بر یک سنگ معدنی وارد می‌شود. مطلوب‌است:

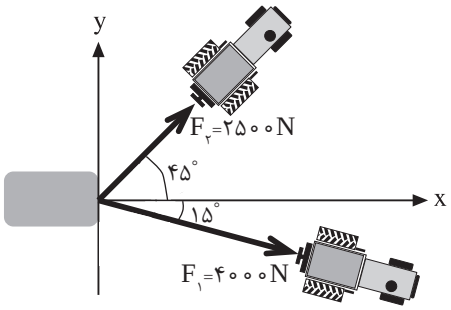
الف) نمایش برداری برآیند

ب) نمایش ترسیمی بردار برآیند

ج) محاسبهٔ اندازهٔ بردار برآیند

د) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق

ه) ترسیم مسیر جابه‌جایی سنگ

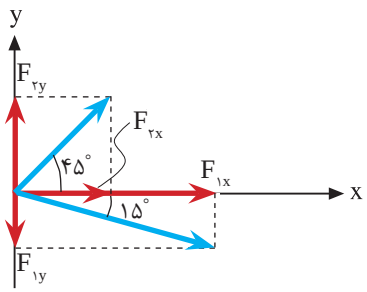


حل:

الف)

گام اول:

- تجزیهٔ نیروها با توجه به اندازه و زاویهٔ هر نیرو



مؤلفه‌های $F_۱$

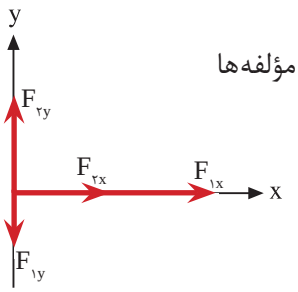
$$\begin{cases} F_{۱x} = F_۱\cos\theta_۱ = ۴۰۰۰ \times \cos ۱۵^\circ \Rightarrow F_{۱x} = ۳۸۶۳/۷۰\ N \\ F_{۱y} = F_۱\sin\theta_۱ = ۴۰۰۰ \times \sin ۱۵^\circ \Rightarrow F_{۱y} = ۱۰۳۵/۲۸\ N \end{cases}$$

مؤلفه‌های $F_۲$

$$\begin{cases} F_{۲x} = F_۲\cos\theta_۲ = ۲۵۰۰ \times \cos ۴۵^\circ \Rightarrow F_{۲x} = ۱۷۶۷/۷۷\ N \\ F_{۲y} = F_۲\sin\theta_۲ = ۲۵۰۰ \times \sin ۴۵^\circ \Rightarrow F_{۲y} = ۱۷۶۷/۷۷\ N \end{cases}$$

گام دوم:

- فرم برداری هر بردار با توجه به شکل مقابل و جهت هر یک از مؤلفه‌ها



$$\vec{F}_۱ = ۳۸۶۳/۷۰\ \vec{i} - ۱۰۳۵/۲۸\ \vec{j}$$
$$\vec{F}_۲ = ۱۷۶۷/۷۷\ \vec{i} + ۱۷۶۷/۷۷\ \vec{j}$$

گام سوم:

- تعیین مجموع نیروهای هم‌راستا با محورهای **x** و **y** (ΣF_x و ΣF_y)

$$R_x = \Sigma F_x = ۱۷۶۷/۷۷ + ۳۸۶۳/۷۰ \Rightarrow R_x = ۵۶۳۱/۴۷\ N$$
$$R_y = \Sigma F_y = ۱۷۶۷/۷۷ - ۱۰۳۵/۲۸ \Rightarrow R_y = ۷۳۲/۴۹\ N$$

گام چهارم:

- نمایش برداری بردار برآیند

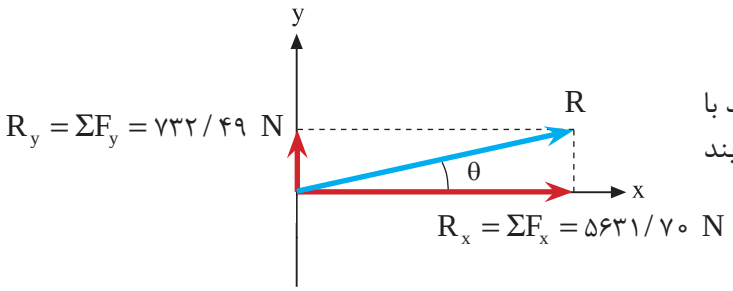
$$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{R} = ۵۶۳۱/۴۷\ \vec{i} + ۷۳۲/۴۹\ \vec{j}}$$

ب)

گام پنجم:

- نمایش ترسیمی بردار برآیند با توجه به فرم برداری بردار برآیند و روش متوازی‌الاضلاع



ج)

گام ششم:

- محاسبهٔ اندازهٔ برآیند به کمک رابطهٔ (۳-۷)

$$R = \sqrt{R_x^{۲} + R_y^{۲}} \Rightarrow R = \sqrt{۵۶۳۱/۴۷^{۲} + ۷۳۲/۴۹^{۲}}$$
$$\Rightarrow \boxed{R = ۵۶۷۸/۹۱\ N}$$

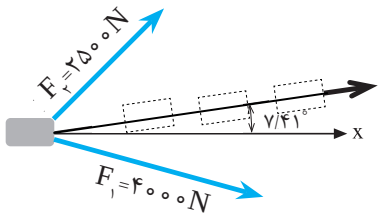
د)

گام هفتم:

- محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با محور **x** ها به کمک رابطهٔ (۳-۸)

$$\theta = \tan^{-۱}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| \Rightarrow \theta = \tan^{-۱}\left|\frac{۷۳۲/۴۹}{۵۶۳۱/۷۰}\right| \Rightarrow \boxed{\theta = ۷/۴۱^\circ}$$

ه) مسیر جابه‌جایی سنگ در راستای بردار برآیند مطابق شکل زیر خواهد بود.



مسیر جابه‌جایی سنگ

مثال ۱۱

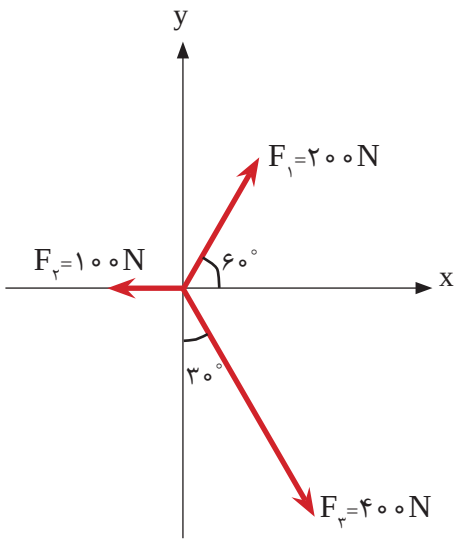
در شکل روبه‌رو مطلوب‌است:

الف - محاسبهٔ مقدار برآیند نیروها

ب - محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق

ج - ترسیم بردار برآیند

د - نمایش برداری بردار برآیند



حل:

الف) تجزیهٔ هر یک از نیروها با توجه به روابط $F_x=F\cos\theta$, $F_y=F\sin\theta$ و زاویهٔ هر نیرو با محور **x**ها:

$$\vec{F}_1 = ۲۰۰\cos ۶۰^\circ \vec{i} + ۲۰۰\sin ۶۰^\circ \vec{j} = ۱۰۰\,\vec{i} + ۱۷۳/۲\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = -۱۰۰\,\vec{i}$$

$$\vec{F}_3 = ۴۰۰\cos ۶۰^\circ \vec{i} - ۴۰۰\sin ۶۰^\circ \vec{j} = ۲۰۰\,\vec{i} - ۳۴۶/۴\,\vec{j}$$

$$R_x = \Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$$

$$R_x = \Sigma F_x = ۱۰۰ - ۱۰۰ + ۲۰۰ \Rightarrow R_x = ۲۰۰\ N$$

$$R_y = \Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$$

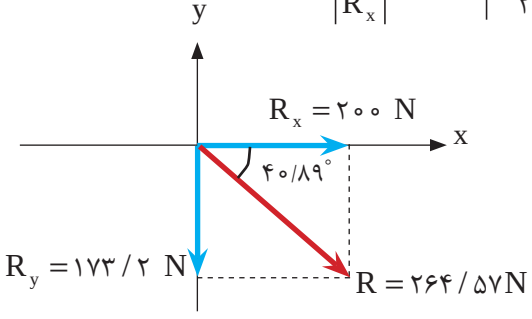
$$R_y = \Sigma F_y = ۱۷۳/۲ + ۰ - ۳۴۶/۴ \Rightarrow R_y = -۱۷۳/۲\ N$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{۲۰۰^2 + (-۱۷۳/۲)^2} \Rightarrow \boxed{R = ۲۶۴/۵۷\ N}$$

ب)

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{-۱۷۳/۲}{۲۰۰}\right| \Rightarrow \boxed{\theta = ۴۰/۸۹^\circ}$$

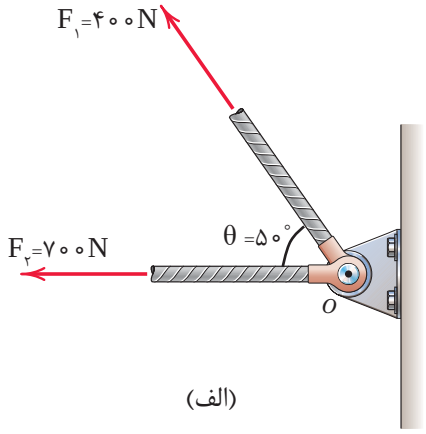
ج)



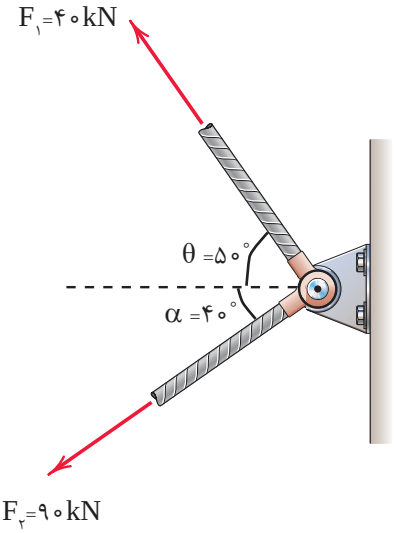
د) $\vec{R} = ۲۰۰\,\vec{i} - ۱۷۳/۲\,\vec{j}$

فعالیت کلاسی ۵

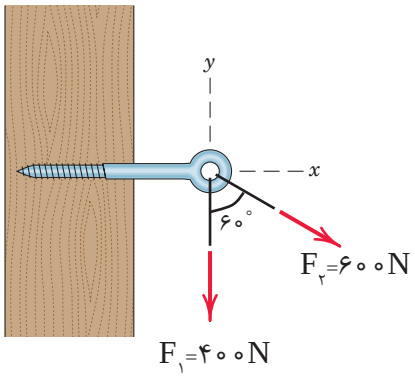
در شکل‌های زیر مطلوب‌است:
الف) محاسبهٔ مقدار برآیند دو نیرو
ب) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با $\mathbf{F}_1$
ج) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با امتداد افق



(الف)



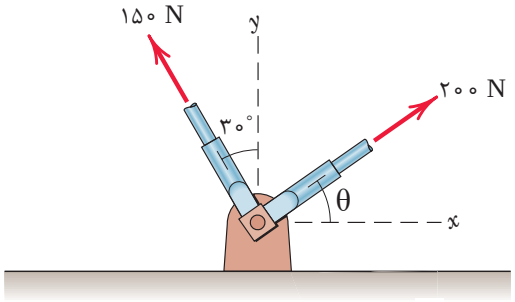
(ب)



(ج)

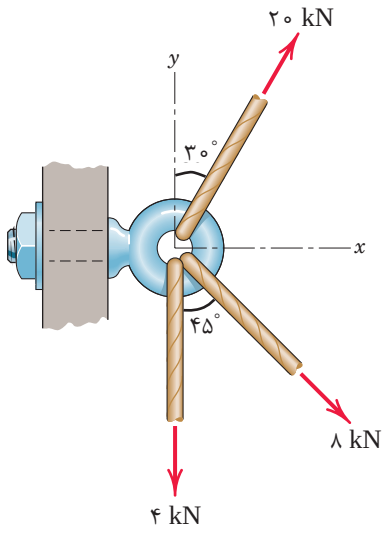
فعالیت کلاسی ۶

در شکل زیر مقدار زاویه θ را چنان تعیین نمایید که برآیند دو نیرو بر محور $\mathbf{y}$ ها منطبق گردد. سپس در این حالت مقدار برآیند را محاسبه کنید.
(راهنمایی: از روش تجزیه به مؤلفه‌های متعامد استفاده شود).



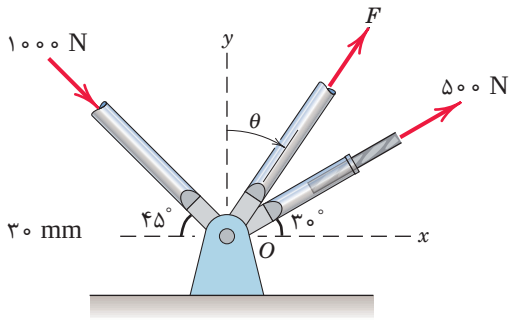
فعالیت کلاسی ۷

در شکل روبه‌رو مطلوب‌است:
الف) محاسبهٔ مقدار برآیند نیروها
ب) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق
ج) ترسیم بردار برآیند
د) نمایش برداری بردار برآیند



فعالیت کلاسی ۸

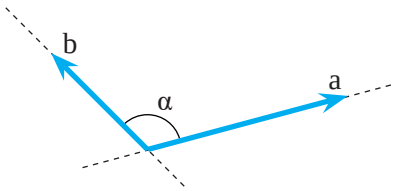
۴- در شکل زیر نیروی F و زاویه θ را طوری تعیین نمایید که برآیند نیروها روی محور افق و مقدار آن برابر ۱۵۰۰ N در جهت مثبت باشد.



واحد یادگیری ۲ کاربرد ضرب بُردارها

۲–۱– ضرب بردارها

ضرب بردارها
- ضرب نقطه‌ای (داخلی)
- ضرب برداری (خارجی)



شکل ۱ ▲

ضرب داخلی یا ضرب نقطه‌ای: در شکل مقابل دو بردار a و b با زاویهٔ بین α خواهیم داشت:

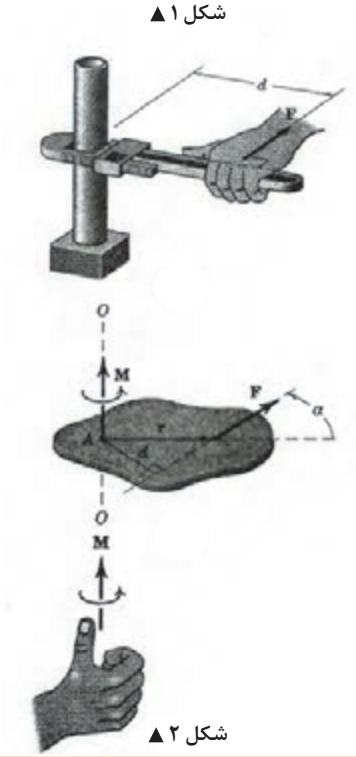
$$a.b = |a| \times |b| \times \cos \alpha$$

منظور از $|a|$ مقدار بردار $\vec{a}$ می‌باشد.
حاصلضرب داخلی دو بردار، یک عدد می‌باشد.

ضرب خارجی یا ضرب برداری: $\vec{a} \times \vec{b}$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |a| \times |b| \times \sin \alpha$$

حاصلضرب برداری دو بردار، برداری است که عمود بر صفحهٔ گذرنده از دو بردار بوده و جهت آن مطابق قانون دست راست تعریف می‌شود. (شکل ۲)



شکل ۲ ▲

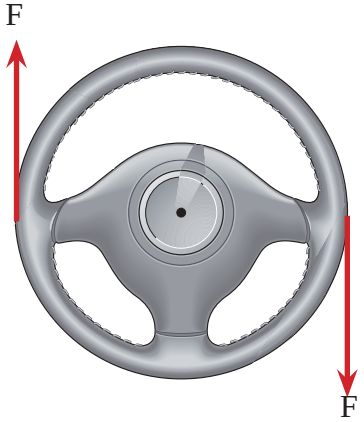
نکته

در ضرب داخلی یا نقطه‌ای خاصیت جابه‌جایی وجود دارد. یعنی: $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a}$
اما در ضرب خارجی یا برداری دو بردار، خاصیت جابه‌جایی وجود ندارد. یعنی: $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$

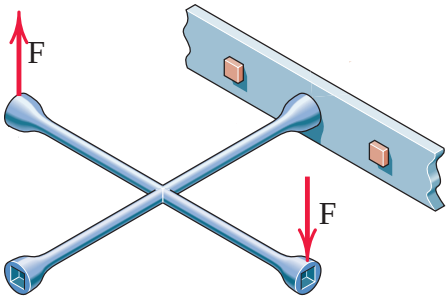
۲–۲– گشتاور، لنگر (مُمان)

یکی از اثرات نیرو بر اجسام تمایل به ایجاد چرخش در آن‌ها می‌باشد که به این پدیده گشتاور گفته می‌شود.

مطابق شکل‌های (۳) و (۴) نیرو باعث چرخش در اجسام می‌گردد.



شکل ۳ ▲



شکل ۴ ▲

۲–۲–۱– گشتاور نیرو

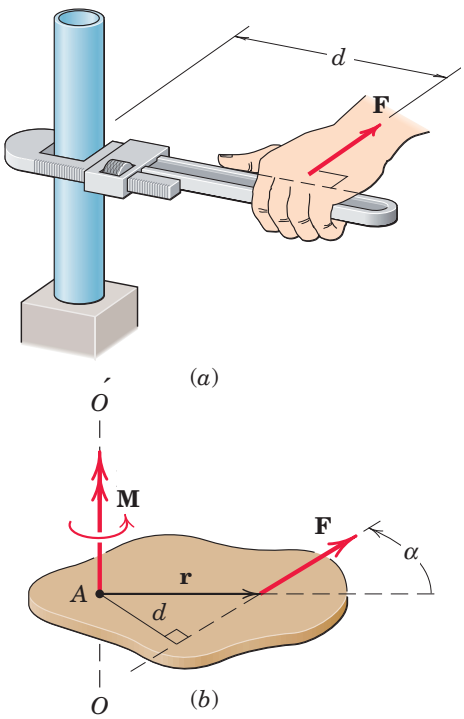
در شکل ۵-a گشتاور نیروی F که باعث چرخش میله می‌گردد، حاصلضرب برداری دو بردار $\vec{r}$ (بردار مکان یا موقعیت) و بردار نیروی F می‌باشد. (شکل ۵-b). یعنی:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

مطابق تعریف

$$|M| = |F|.|r|.\sin\alpha$$

$$M = F.d$$



شکل ۵ ▲

در این رابطه F مقدار نیرو، d کوتاه‌ترین فاصله F تا نقطه‌ای که میله حول آن به چرخش درمی‌آید (فاصله عمود بر امتداد نیرو تا نقطهٔ O) می‌باشد.

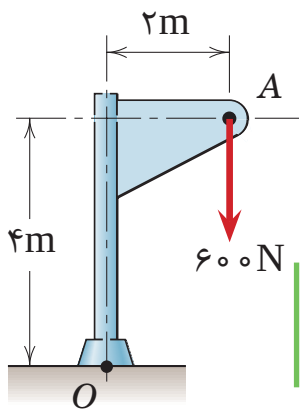
در این پودمان به دلیل بررسی نیروها در صفحه، گشتاور حول نقطه در نظر گرفته می‌شود لذا امتداد آن عمود بر صفحه و جهت چرخش آن در جهت عقربه‌های ساعت ↷ و یا خلاف عقربه‌های ساعت ↶ خواهد بود.

نکته

قرارداد: در این پودمان جهت چرخش عقربه‌های ساعت مثبت فرض می‌شود.

مثال ۱

گشتاور نیروی F حول نقطهٔ O را محاسبه و جهت چرخش آن‌را بنویسید.



حل:

$F = ۶۰۰N$

$d = ۲m$

$M_o = F.d \Rightarrow M_o = ۶۰۰ \times ۲ \Rightarrow M_o = ۱۲۰۰\ N.m$ ساعت‌گرد

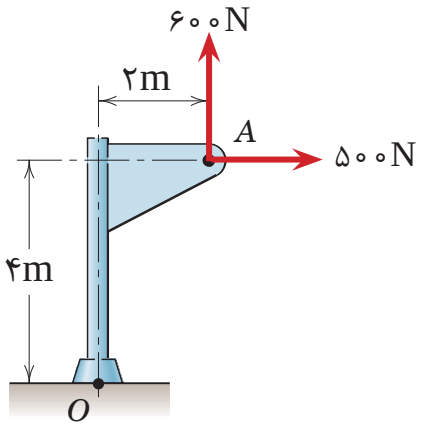
۲–۳– گشتاور چند نیرو

اگر به یک جسم چند نیرو اِعمال شود گشتاور آن‌ها نسبت به یک نقطه برابر است با مجموع جبری گشتاور هر نیرو نسبت به آن نقطه یعنی:

$$M_O = \sum_{i=۱}^{n} F_i d_i = F_۱ d_۱ + F_۲ d_۲ + \ldots + F_n d_n$$

مثال ۲

در شکل زیر گشتاور نیروهای نشان داده شده را حول نقطهٔ O محاسبه کنید و جهت آن‌را بنویسید.



حل:

$F_۱ = ۵۰۰N$

$d_۱ = ۴m$

$F_۲ = ۶۰۰N$

$d_۲ = ۲m$

$M_o = F_۱ d_۱ + F_۲ d_۲$

$M_o = ۵۰۰ \times ۴ - ۶۰۰ \times ۲$

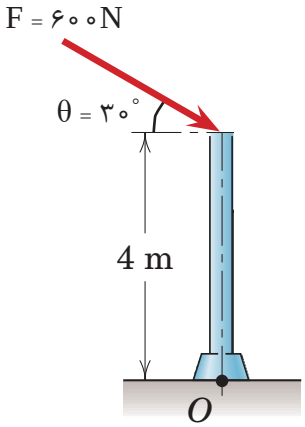
$\boxed{M_o = +۸۰۰\ N.m}$ ساعت‌گرد

۲-۴- قضیه وارینون

گشتاور برآیند چند نیرو حول یک نقطهٔ معین برابر است با مجموع گشتاورهای آن‌ها حول همان نقطه و یا گشتاور یک نیرو حول هر نقطه برابر است با مجموع گشتاورهای مؤلفه‌های آن نیرو حول همان نقطه. کاربرد این قضیه در مثال (۳) نشان داده شده است.

مثال ۳

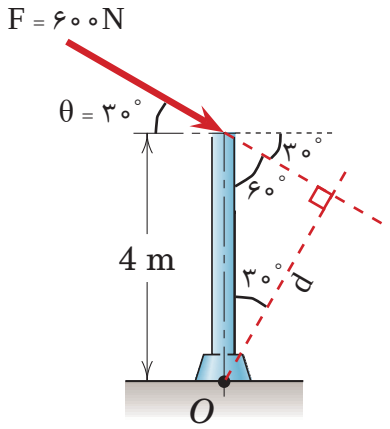
گشتاور نیروی F را در شکل زیر به دو روش حساب کنید:
الف) با استفاده از تعریف گشتاور
ب) به کمک قضیه وارینون



حل:

الف) با استفاده از تعریف:

ابتدا با استفاده از روابط مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه بازوی لنگر یعنی (d) را محاسبه می‌نمائیم؛ داریم:



$$\cos\alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\cos ۳۰^\circ = \frac{d}{۴} \Rightarrow d = ۴ \times \cos ۳۰^\circ \Rightarrow d = ۳/۴۶ \ m$$

$$M_o = F.d \Rightarrow M_o = ۶۰۰ \times ۳/۴۶۴ \Rightarrow \boxed{M_o = ۲۰۷۸/۴ \ N.m}$$

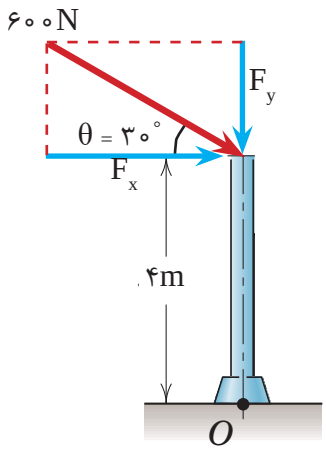
ب) با استفاده از قضیهٔ وارینون

در این روش ابتدا نیروی F را به دو مؤلفهٔ متعامد تجزیه نموده و گشتاور آن‌ها را نسبت به نقطهٔ O محاسبه و با یکدیگر جمع می‌نمائیم.

$$F_x = F.\cos\theta \Rightarrow F_x = ۶۰۰ \times \cos ۳۰^\circ \Rightarrow F_x = ۵۱۹/۶۱ \ N$$

$$F_y = F.\sin\theta \Rightarrow F_y = ۶۰۰ \times \sin ۳۰^\circ \Rightarrow F_y = ۳۰۰ \ N$$

با توجه به شکل بازوی لنگر Fx برابر ۴ متر و چون امتداد مؤلفهٔ Fy از نقطهٔ O می‌گذرد، بازوی لنگر آن صفر است.
بنابراین خواهیم داشت:



$$M_o = \sum_{i=1}^{n} F_i d_i \Rightarrow M_o = F_1 d_1 + F_2 d_2$$

$$M_o = F_x \times ۴ + F_y \times ۰ = ۵۱۹/۶۱ \times ۴$$

$$\boxed{M_o = ۲۰۷۸/۴۴ \ N.m}$$

نکته

هرگاه امتداد یک نیرو از یک نقطه بگذرد گشتاور آن نیرو نسبت به آن نقطه صفر است.

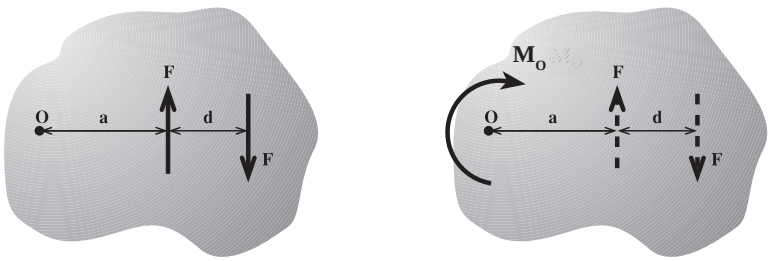
۲–۵– زوج‌نیرو

به دو نیروی مساوی - موازی و مختلف‌الجهت زوج‌نیرو گفته می‌شود.

۲–۵–۱– خصوصیات زوج نیرو

۱- برآیند زوج‌نیرو صفر است؛
۲- در اجسام ایجاد گشتاور (چرخش) می‌نماید؛
۳- گشتاور زوج‌نیرو نسبت به هر نقطه دلخواه مقداری است ثابت و برابر است با حاصل‌ضرب مقدار یک نیرو در فاصلهٔ بین آن‌ها. (شکل ۶)

$$M=F.d$$



شکل ۶ ▲

تحقیق کنید

چگونه می‌توان به‌کمک گشتاورگیری نسبت به یک نقطهٔ دلخواه مانند O در شکل (۶) خصوصیت سوم زوج‌نیرو را اثبات کرد.

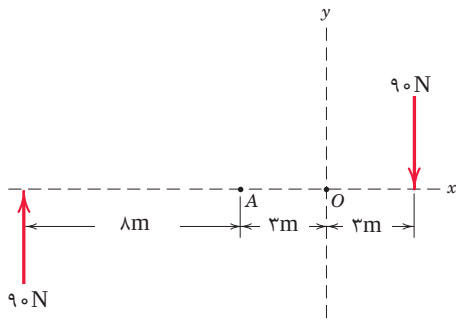
مثال ۴

در شکل روبه‌رو مطلوب‌است محاسبهٔ گشتاور دو نیروی ۹۰ نیوتنی:

الف) حول نقطهٔ A

ب) حول نقطهٔ O

ج) با استفاده از خاصیت زوج‌نیرو



حل:

الف) $M_A = ۹۰\times۸ + ۹۰\times۶ = ۱۲۶۰ \ N.m$

ب) $M_O = ۹۰\times۱۱ + ۹۰\times۳ = ۱۲۶۰ \ N.m$

ج) $M = F.d = ۹۰\times۱۴ = ۱۲۶۰ \ N.m$

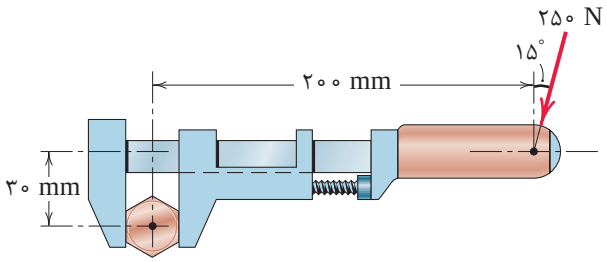
نکته

جمع بندی نکات پودمان ۱ (تحلیل مکانیک برداری):

- نیرو کمیتی است برداری که باعث حرکت، تغییر شکل و یا چرخش اجسام می‌گردد.
- انواع نیرو عبارتند از: نیروهای خارجی، نیروهای داخلی.
- منظور از برآیند دو یا چند نیرو عبارت‌است از نیرویی که به تنهایی اثر همهٔ نیروها را در خود داشته باشد.
- برای تعیین برآیند چند نیرو از روش تجزیه به مؤلفه‌های متعامد استفاده می‌شود و مقدار برآیند از رابطهٔ $R = \sqrt{(R_x)^۲ + (R_y)^۲}$ و زاویهٔ برآیند با محور x ها از رابطهٔ $\theta = \tan^{-۱}\left|\frac{R_y}{R_x}\right|$ به‌دست می‌آید.
- گشتاور یک نیرو نسبت به یک محور عبارت‌است از حاصل‌ضرب نیرو (F) در کوتاه‌ترین فاصلهٔ نیرو تا آن محور (d). و از رابطهٔ $M = F.d$ به‌دست می‌آید.
- قضیه وارینون: گشتاور برآیند چند نیرو حول یک نقطهٔ معین برابر است با مجموع گشتاورهای آن‌ها حول همان نقطه.
- به دو نیروی مساوی، موازی و مختلف‌الجهت زوج‌نیرو گفته می‌شود.
- گشتاور زوج نیرو برابر است با حاصل‌ضرب یکی از نیروها در فاصلهٔ بین آن‌ها.

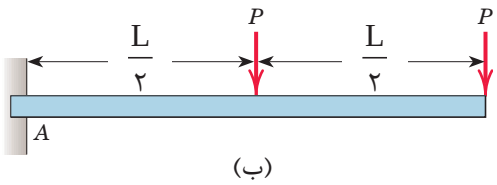
فعالیت کلاسی ۱

در شکل روبه‌رو گشتاور نیروی ۲۵۰ نیوتنی را حول مرکز پیچ محاسبه نموده و جهت گشتاور را تعیین نمائید.

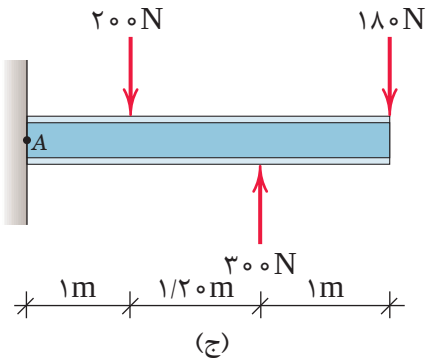


فعالیت کلاسی ۲

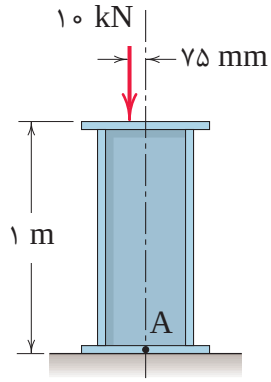
در شکل‌های زیر گشتاور نیرو را حول نقطه A محاسبه نمائید.



(ب)



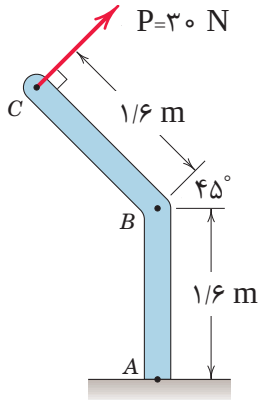
(ج)



(الف)

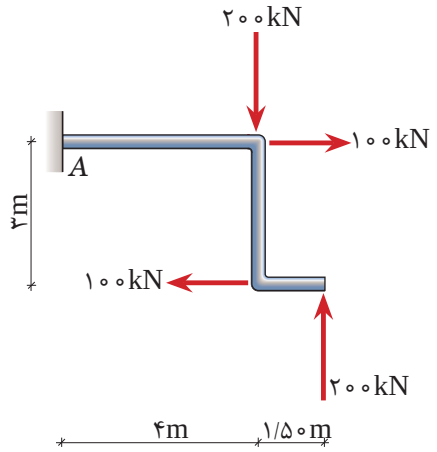
فعالیت کلاسی ۳

گشتاور نیروی P حول نقطهٔ A و B را به‌دست آورید.

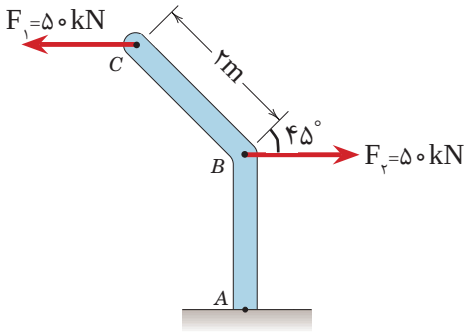


فعالیت کلاسی ۴

در شکل‌های زیر مطلوب‌است محاسبهٔ M_A.



(ب)



(الف)

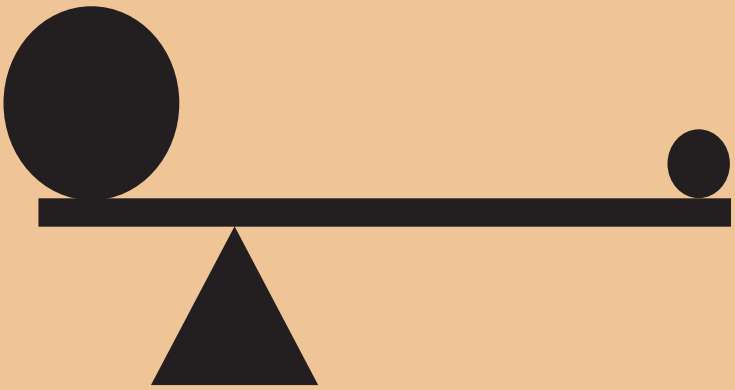
ارزشیابی

ارزشیابی در این درس براساس شایستگی است. برای هر پودمان یک نمره مستمر (از ۵ نمره) و یک نمره شایستگی پودمان (نمرات ۱، ۲ یا ۳) با توجه به استانداردهای عملکرد جداول ذیل برای هر هنرجو ثبت می گردد. امکان جبران پودمان های در طول سال تحصیلی برای هنرجویان و بر اساس برنامه ریزی هنرستان وجود دارد.

الگوی ارزشیابی پودمان تحلیل مکانیک برداری				
تکالیف عملکردی (شایستگی‌ها)	استاندارد عملکرد	نتایج	استاندارد (شاخص‌ها، داوری، نمره‌دهی)	نمره
کاربرد جمع بردارها	برآیند و گشتاور دو یا چند نیرو را به کمک ماشین‌حساب و روابط هندسی و مثلثاتی به‌دست آورد.	بالاتر از حد انتظار	تجزیه بردارها روی محورهای مختلف به روش ترسیمی و محاسباتی، محاسبه برآیند سیستم‌های چندنیرویی و محاسبه گشتاور نیروها	۳
		در حد انتظار (کسب شایستگی)	محاسبه جمع و ضرب بردارها به کمک روابط هندسی و مثلثاتی	۲
کاربرد ضرب بردارها		پایین‌تر از انتظار (عدم احراز شایستگی)	نمایش جمع و ضرب بردارها به صورت ترسیمی	۱
نمره مستمر از ۵				
نمره شایستگی پودمان از ۳				
نمره پودمان از ۲۰				

پودمان ۲

بررسی تعادل اجسام



واحد یادگیری ۳ تعادل نقطهٔ مادی

۳–۱– تعادل

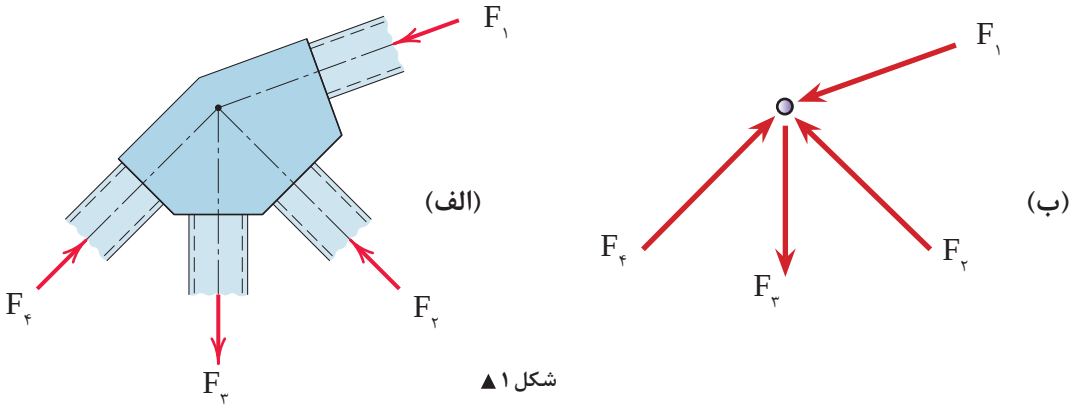
مفهوم تعادل آن‌است که ذره یا جسم مادی هیچ‌گونه حرکت و یا چرخشی نداشته باشد.
به منظور بررسی تعادل اجسام، آنها را به دو حالت در نظر می‌گیریم.
۱- نقطه مادی
۲- جسم صلب

۳–۱–۱– تعادل نقطهٔ مادی

با توجه به تعریف نقطهٔ مادی در پودمان اول، نیروهای وارد به جسم در یک نقطه متقارب خواهند بود و شرط تعادل در این حالت آن‌است که برآیند نیروهای وارده صفر باشد یعنی:

$$\sum \vec{F} = 0$$

در شکل (۱- الف) چنان‌چه از ابعاد قطعات اتصال صرف‌نظر شود، وضعیت نیروها به صورت شکل (۱- ب) خواهند بود.



شکل ۱▲

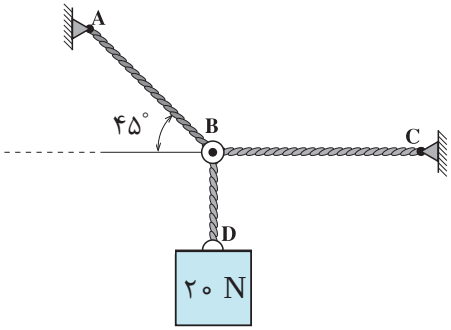
در صفحه مختصات دکارتی رابطهٔ بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

معادلات تعادل

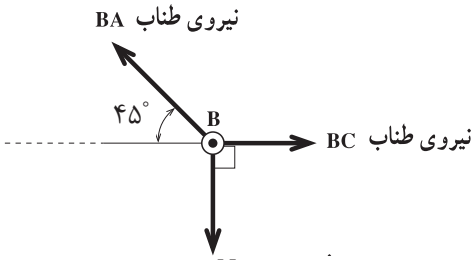
۳-۱-۲- پیکر آزاد جسم

به منظور بررسی تعادل اجسام، لازم است ابتدا جسم را از محیط اطراف خود جدا نموده و نیروهای وارد بر آن را در راستاهای موجود نمایش دهیم که به این عمل، ترسیم پیکرآزادجسم (FBD (Free Body Diagram) گفته می‌شود.



شکل ۲ ▲

در شکل (۲) وزنهٔ ۲۰N توسط سه رشته کابل AB و BC و BD نگهداری شده است. چون کابل‌ها فقط نیروی کششی را تحمل می‌نمایند بنابراین نیروهای وارد به نقطه B به صورت کششی بوده و پیکر آزاد آن مطابق شکل (۳) خواهد بود.



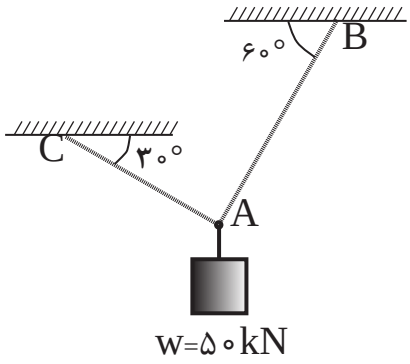
شکل ۳ ▲

نکته

در حل مسائل تعادل نقطهٔ مادی، ابتدا پیکر آزاد آن‌را ترسیم نموده و سپس به کمک معادلات تعادل، مجهولات مسئله را محاسبه می‌نمائیم.

مثال ۱

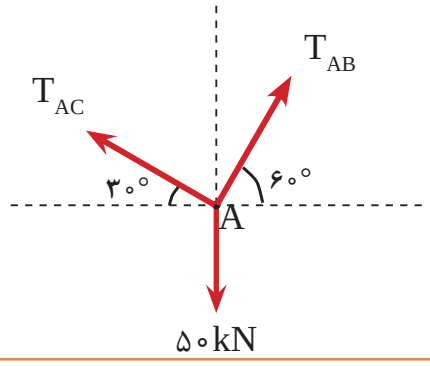
کشش کابل‌های AB و AC را در سامانهٔ در حال تعادل زیر به‌دست آورید.



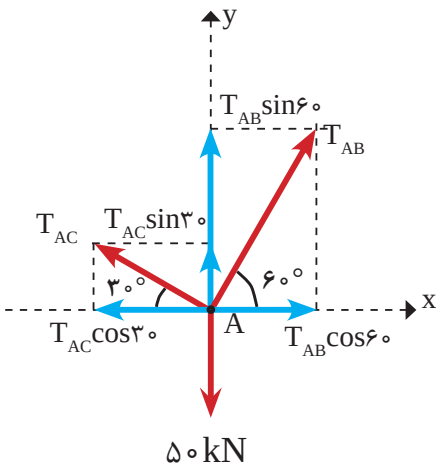
حل:

گام اول) ترسیم پیکره آزاد

(با در نظر گرفتن این نکته که کابل‌ها همیشه رفتار کششی دارند).



گام دوم) تجزیه نیروها در دستگاه مختصات x و y.
(مبدأ مختصات، محل تلاقی نیروها می‌باشد).



گام سوم) تشکیل معادلات تعادل و حل آنها تا رسیدن به خواسته‌های مسئله

رابطهٔ I $$\sum \overset{+}{\rightarrow} F_x = ۰ \Rightarrow T_{AB}\cos ۶۰^\circ - T_{AC}\cos ۳۰^\circ = ۰$$

رابطهٔ II $$+\uparrow \sum F_y = ۰ \Rightarrow T_{AB}\sin ۶۰^\circ + T_{AC}\sin ۳۰^\circ - ۵۰ = ۰$$

چون حل هر یک از معادلات فوق با وجود دو مجهول امکان‌پذیر نیست بنابراین آنها را در یک دستگاه دو معادله دو مجهولی قرار داده که با استفاده از روش‌های مختلف قابل حل است.
در این‌جا از معادله اول یکی از مجهولات را بر حسب دیگری محاسبه و در معادله دوم قرار می‌دهیم تا یکی از مجهولات حذف شود:

رابطهٔ III $$\Rightarrow T_{AB} = \frac{T_{AC}\cos ۳۰}{\cos ۶۰} \Rightarrow T_{AB} = ۱/۷۳T_{AC}$$ از رابطه I نتیجه می‌شود

مقدار T_{AB} را در رابطه II قرار داده خواهیم داشت:

$$۱/۷۳T_{AC}\times\sin ۶۰^\circ + T_{AC}\sin ۳۰^\circ - ۵۰ = ۰ \Rightarrow ۲\ T_{AC} - ۵۰ = ۰$$

$$T_{AC} = \frac{۵۰}{۲}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{AC} = ۲۵\ kN}$$

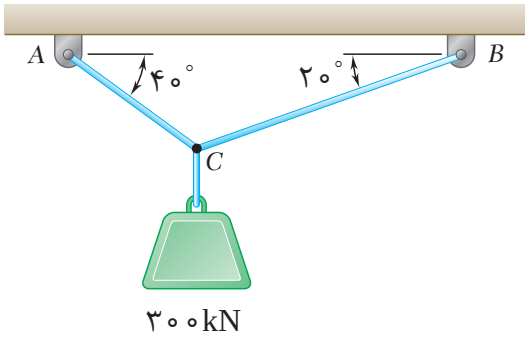
حال مقدار T_{AC} را در رابطهٔ III قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow T_{AB} = ۱/۷۳\times ۲۵$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{AB} = ۴۳/۲۵\ kN}$$

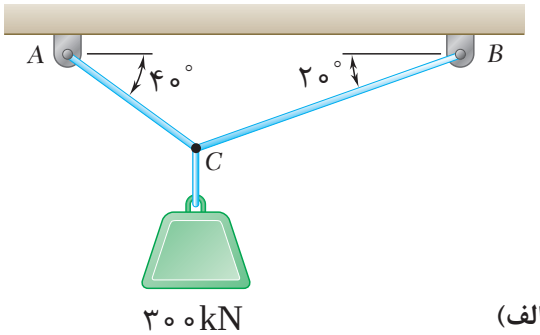
فعالیت کلاسی ۱

پیکر آزاد شکل زیر را رسم نمایید.

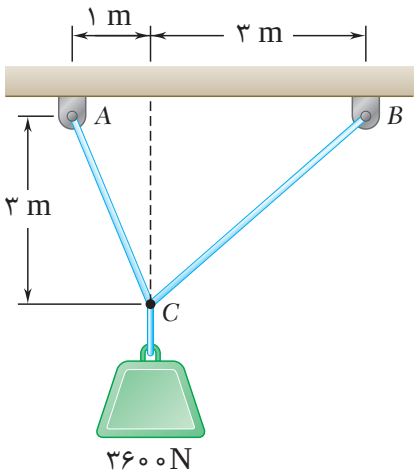


فعالیت کلاسی ۲

کشش کابل‌ها را در شکل‌های زیر به‌دست آورید.



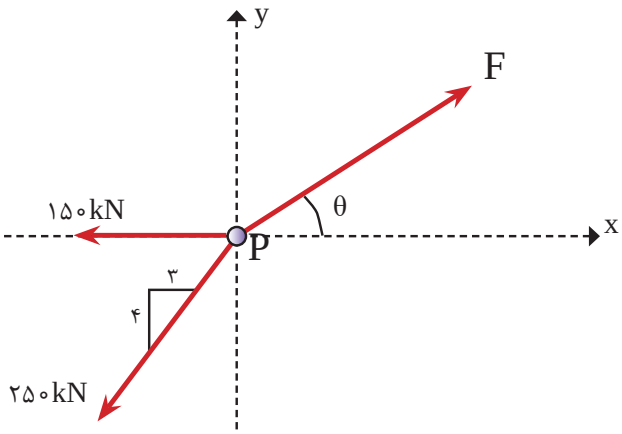
(الف)



(ب)

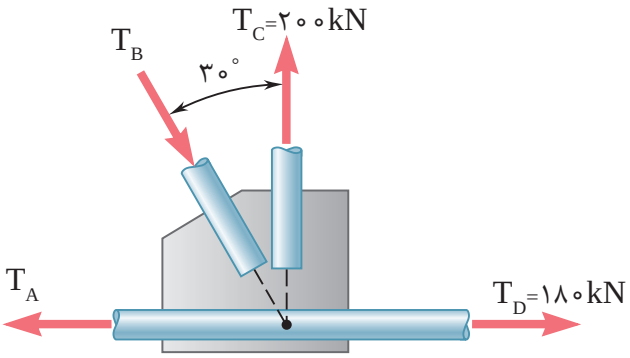
فعالیت کلاسی ۳

مقدار نیروی F و زاویهٔ θ را طوری تعیین کنید که ذرهٔ مادی P در حال تعادل باشد.



فعالیت کلاسی ۴

مقدار T_A و T_B را طوری تعیین کنید که تعادل در اتصال شکل زیر برقرار باشد.



واحد یادگیری ۴ تعادل اجسام صُلب

۴–۱– تعادل جسم صلب

در قسمت قبل بنا به فرض، اجسام را به عنوان یک نقطه مادی در نظر گرفتیم. در حالی که چنین فرضی همیشه امکان‌پذیر نخواهد بود و نمی‌توان از ابعاد جسم صرف‌نظر کرد بنابراین در این حالت نیروها در یک نقطه متقارب نخواهند بود و علاوه بر حرکت، امکان دَوَران (گشتاور) جسم تحت تأثیر نیروهای وارده نیز وجود دارد. لذا شرط تعادل در مورد اجسام صلب به صورت زیر خواهد بود:

۱- برای اینکه جسم در راستای محور x جابه‌جایی نداشته باشد باید: $\Sigma F_X = 0 \leftarrow$

۲- برای اینکه جسم در راستای محور y جابه‌جایی نداشته باشد باید: $\Sigma F_Y = 0 \leftarrow$

۳- برای اینکه جسم چرخش نداشته باشد باید: $\Sigma M = 0 \leftarrow$

۴-۲- انواع تکیه‌گاه‌ها و عکس‌العمل‌های آن‌ها

برای بررسی تعادل اجسام صلب، همانند نقاط مادی باید ابتدا پیکر آزاد آن‌ها را ترسیم نمود. برای این منظور، باید جسم را از محیط اطراف آن جدا نمائیم و چون اجسام بر روی تکیه‌گاه‌هایی قرار دارند که با توجه به نوع آن‌ها مانع از حرکت (جابه‌جایی) و یا چرخش جسم می‌گردند، لازم است ابتدا تکیه‌گاه‌ها و عکس‌العمل‌های آنها را معرفی نماییم.

تعریف عکس‌العمل تکیه‌گاهی

منظور از عکس‌العمل تکیه‌گاهی اجسام، واکنشی است که تکیه‌گاه در جهت حفظ تعادل آن‌ها از خود نشان می‌دهد و مانع از حرکت و یا دوران جسم مورد نظر می‌شود.

۴-۲-۱- انواع تکیه‌گاه‌ها

الف) تکیه‌گاه غلتکی (یک‌مجهولی)

عبارت‌است از تکیه‌گاهی که تنها یک عکس‌العمل آن‌هم عمود بر سطح اتکای خود دارد؛ همانند چرخ اتومبیل روی سطح بدون اصطکاک. (ردیف ۱ جدول ۱)

ب) تکیه‌گاه مفصلی (دومجهولی)

به تکیه‌گاهی گفته می‌شود که دارای دو عکس‌العمل می‌باشد؛ یکی مماس بر سطح اتکا و دیگری عمود بر آن خواهد بود. (ردیف ۲ جدول ۱)

ج) تکیه‌گاه گیردار (سه‌مجهولی)

تکیه‌گاهی است که دارای سه عکس‌العمل به شرح زیر می‌باشد: (ردیف ۳ جدول ۱)

۱- مماس بر سطح تکیه‌گاه

۲- عمود بر سطح تکیه‌گاه

۳- عکس‌العمل دورانی

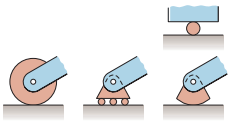
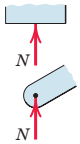
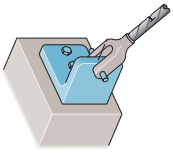
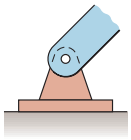
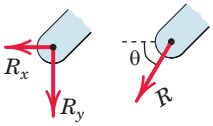
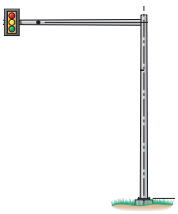
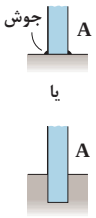
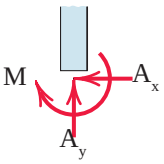
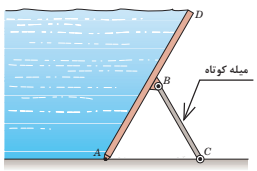
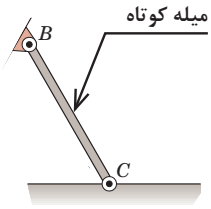
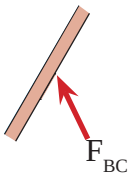
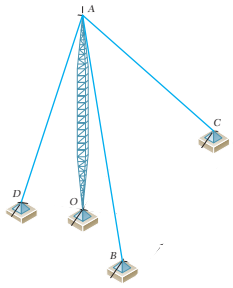
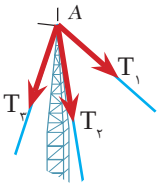
د) تکیه‌گاه میله‌ای

منظور از میله عضوی کوتاه است که در دو انتهای خود به صورت لولا یا مفصل متصل شده باشد. عکس‌العمل تکیه‌گاه میله‌ای در راستای میله و به صورت کششی یا فشاری خواهد بود. (ردیف ۴ جدول ۱)

ه) تکیه‌گاه کابلی

هر گاه جسم توسط کابل به تکیه‌گاه متصل شود، عکس‌العمل کابل به صورت کششی و در راستای آن خواهد بود. (ردیف ۵ جدول ۱)

جدول (۱) انواع تکیه‌گاه

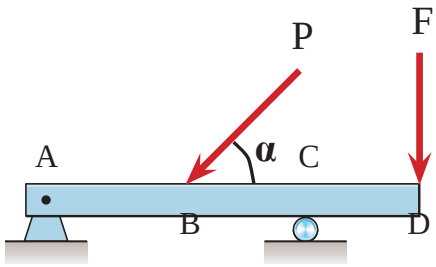
ردیف	نوع تکیه‌گاه	شکل واقعی	شکل شماتیک	عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی
۱	غلتکی			
۲	مفصلی			
۳	گیردار			
۴	میله‌ای			
۵	کابلی		ــــــــ	

۴–۳– محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی اجسام صلب

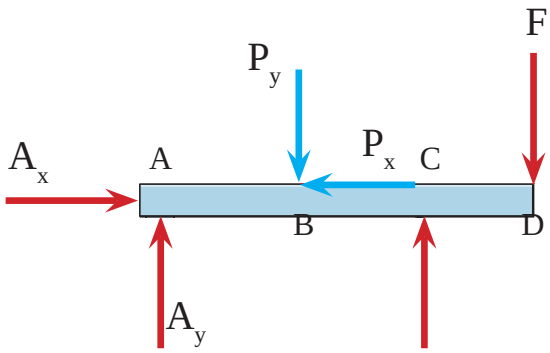
همان‌طور کـه گفتـه شـد شـرط تعادل اجسـام صلب بر آورده شـدن معـادلات آن می‌باشـد و برای نیـل به این هـدف به صـورت زیر عمـل می‌نماییم.

گام اول – ترسیم پیکر آزاد جسم

ابتـدا جسـم را از تکیه‌گاه‌هـا جـدا نمـوده و بـا توجـه بـه نـوع تکیـه‌گاه، عکـس العمل‌هـای مربوطـه را در محل تکیـه‌گاه و در جهـت دلخـواه قـرار می‌دهیـم. بـه عنـوان مثـال پیکر آزاد تیـر شـکل (۱– الف) به صورت شـکل (۱– ب) خواهـد بود.



(الف)



(ب)

شکل ۱▲

گام دوم – تجزیهٔ نیروها

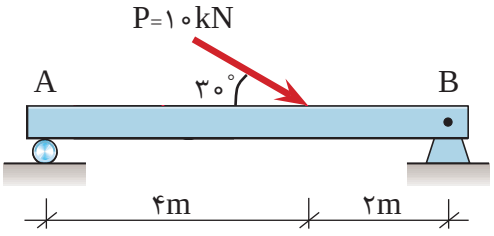
همـهٔ نیروهـای مـورب را روی پیکـر آزاد در صـورت وجـود به مؤلفه‌هـای آن تجزیـه می‌نماییم. به عنـوان مثال در شـکل (۱– ب) نیـروی P بـه دو مؤلفهٔ متعامد تجزیه شـده اسـت.

گام سوم – تشکیل معادلات و حل آنها

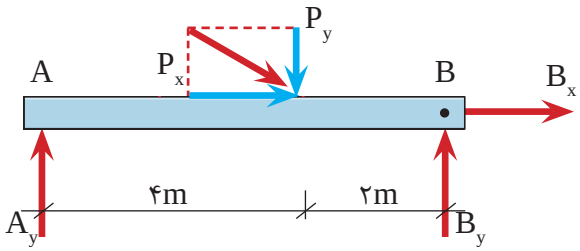
با تشکیل معادلات تعادل و حل آنها مجهولات مسئله (عکس‌العمل‌ها) تعیین می‌شوند.

مثال ۱

عکس العمل های تکیه گاهی تیر زیر را به دست آورید .



گام اول:
ترسیم پیکر آزاد جسم



گام دوم:
تجزیه نیروی P

$$P_x = P.\cos\theta = ۱۰\times\cos ۳۰^\circ = ۸/۶۶kN$$

$$P_y = P.\sin\theta = ۱۰\times\sin ۳۰^\circ = ۵kN$$

گام سوم : تشکیل معادلات تعادل وحل آنها

$$\overset{+}{\Sigma}\overrightarrow{F_x} = ۰ \Rightarrow B_x + P_x = ۰ \Rightarrow B_x + ۸/۶۶ = ۰ \Rightarrow \boxed{B_x = -۸/۶۶\ kN}$$

لازم بـه توضیـح اسـت کـه علامـت منفی در جـواب فوق به این معنی اسـت کـه جهت صحیح عکـس العمل B_x در پیکـر آزاد تیـر به سـمت چپ می‌باشـد.

$$^{+}\uparrow \Sigma F_y = ۰ \Rightarrow A_y + B_y - P_y = ۰ \Rightarrow A_y + B_y = P_y \Rightarrow A_y + B_y = ۵kN$$ رابطهٔ I

معادلـه فـوق دارای دو مجهـول بـوده و قابـل حـل نمـی باشـد لـذا از شـرط سـوم یعنـی $\sum M = ۰$ اسـتفاده می کنیـم

$$^{+}\circlearrowleft \Sigma M_B = ۰ \Rightarrow A_y \times ۶ - P_y \times ۲ = ۰ \Rightarrow A_y \times ۶ - ۵ \times ۲ = ۰ \Rightarrow ۶A_y = ۱۰$$

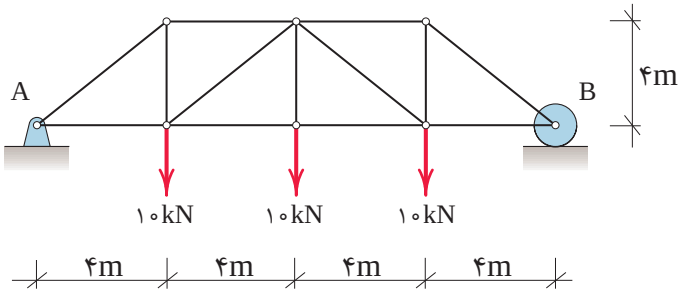
$$A_y = \frac{۱۰}{۶} \Rightarrow \boxed{A_y = ۱/۶۷\ kN}$$

بررسی کنید چرا گشتاور نیروها حول نقطهٔ B محاسبه شده است؟
حال با قرار دادن مقدار Ay در رابطه I خواهیم داشت:

$$Ay + By = ۵ \Rightarrow ۱/۶۷ + By = ۵ \Rightarrow By = ۵ - ۱/۶۷ \Rightarrow \boxed{By = ۳/۳۳\ kN}$$

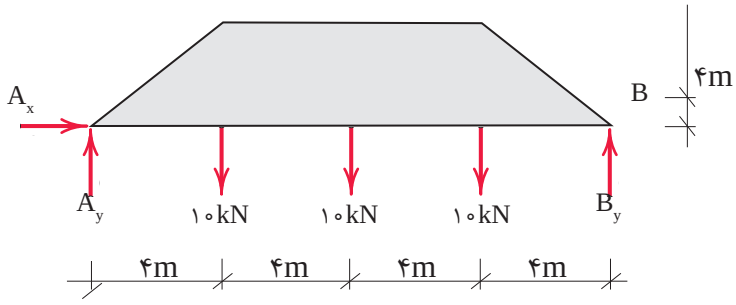
مثال ۲

عکس العمل های تکیه گاهی را در خرپای شکل زیر به‌دست آورید.



گام ۱)

ترسیم پیکر آزاد



گام۲)

تشکیل معادلات تعادل:

با توجه به اینکه نیروی افقی به سیستم وارد نمی‌شود لذا عکس‌العمل افقی تکیه‌گاه A یعنی (A_x) برابر صفر است.

$$\overset{+}{\Sigma F_x} = ۰ \Rightarrow \boxed{A_x = ۰}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = ۰ \Rightarrow A_y + B_y - ۱۰ - ۱۰ - ۱۰ = ۰$$

$$A_y + B_y = ۳۰ \text{ kN} \qquad \textbf{رابطهٔ I}$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft} \Sigma M_A = ۰ \Rightarrow ۱۰\times۴ + ۱۰\times۸ + ۱۰\times۱۲ - B_y \times ۱۶ = ۰$$

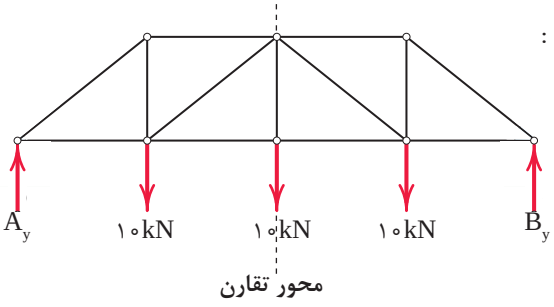
$$۱۶B_y = ۲۴۰ \Rightarrow B_y = \frac{۲۴۰}{۱۶} \Rightarrow \boxed{B_y = ۱۵ \text{ kN} \uparrow}$$

مقدار B_y را در رابطهٔ I قرار می‌دهیم داریم:

$$A_y + ۱۵ = ۳۰ \text{ kN} \Rightarrow \boxed{A_y = ۱۵ \text{ kN} \uparrow}$$

نکته: هرگاه بارگذاری و هندسه سازه‌ای متقارن باشند کل بارهای وارده به صورت مساوی بین دو تکیه‌گاه تقسیم می‌شود.

بنابراین با توجه به تقارن در سازهٔ فوق داریم :

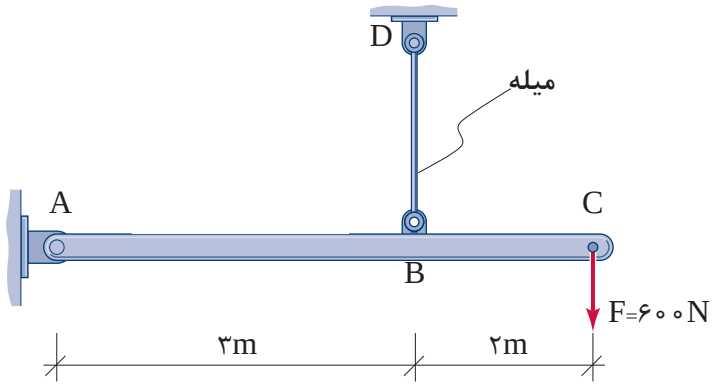


کل بار = ۱۰+۱۰+۱۰=۳۰kN

$$\boxed{A_y = B_y = \frac{۳۰}{۲} = ۱۵ \text{ kN}}$$

مثال ۳

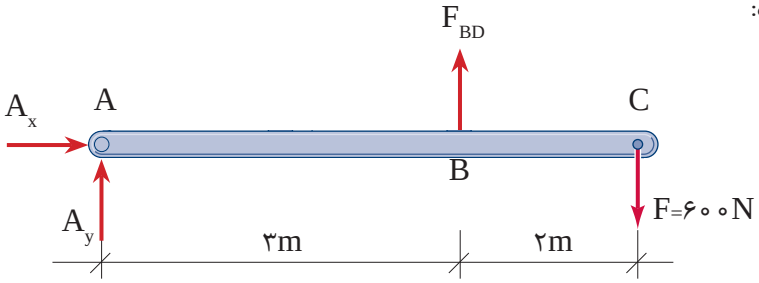
عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیر ABC را به‌دست آورید.



گام اول:

ترسیم پیکر آزاد تیر ABC

چون عضو BD میله است و با توجه به اینکه در تکیه‌گاه میله‌ای عکس‌العمل تکیه‌گاهی، در راستای میله می‌باشد، خواهیم داشت:



پیکر آزاد تیر ABC

گام دوم:

تشکیل معادلات تعادل

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y + F_{BD} - 600 = 0 \Rightarrow A_y + F_{BD} = 600\ N$$

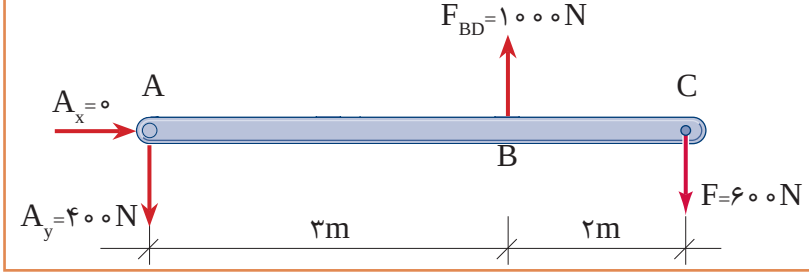
$$\overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 600\times 5 - F_{BD}\times 3 = 0 \Rightarrow \boxed{F_{BD} = 1000\ N}$$

رابطهٔ I

از رابطهٔ I داریم:

$$A_y + F_{BD} = 600 \Rightarrow A_y + 1000 = 600 = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = -400\ N\downarrow}$$

با توجه به علامت منفی در مقدار A_y، جهت عکس‌العمل تکیه‌گاهی A_y به‌طرف پایین(↓)خواهد بود؛ یعنی:



نکته

نکات مربوط به جمع‌بندی پودمان ۲ (تعادل اجسام):

• مفهوم تعادل آن است که ذره یا جسم مادی هیچ‌گونه حرکت و یا چرخشی نداشته باشد.

• شرط تعادل نقطه مادی آن است که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد یعنی:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

• هرگاه جسم یا نقطه مادی را از محیط اطراف خود جدا و نیروهای وارد بر آنها را در راستاهای موجود نمایش دهیم، پیکر آزاد جسم و یا نقطه مادی را ترسیم نموده‌ایم.

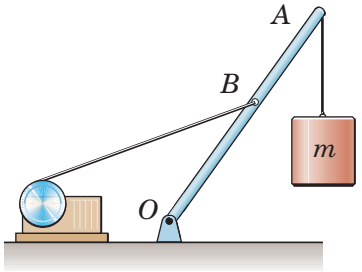
• شرایط تعادل جسم صلب عبارت‌است از:

$$\begin{cases} \Sigma F_X = 0 \\ \Sigma F_Y = 0 \\ \Sigma M = 0 \end{cases}$$

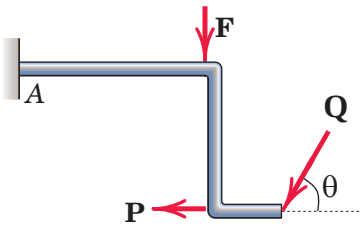
• برای تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی از معادلات تعادل جسم صلب و یا نقطهٔ مادی استفاده می‌شود.

فعالیت کلاسی ۱

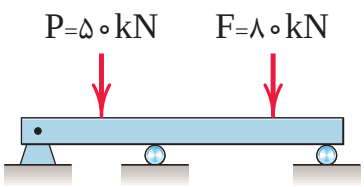
پیکر آزاد هر کدام از شکل‌های زیر را رسم نمایید.



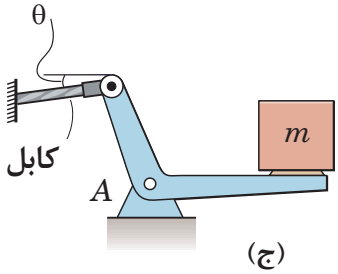
(ب)



(الف)



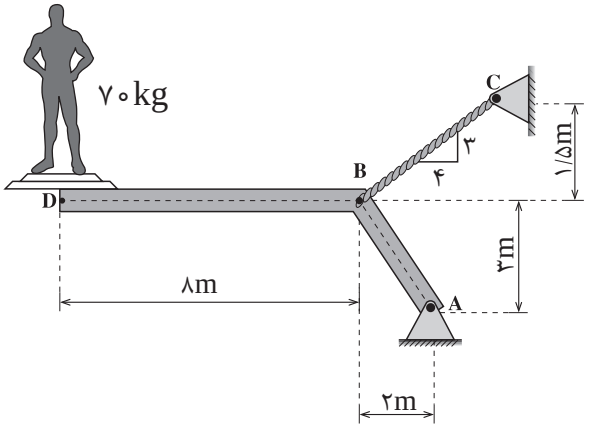
(د)



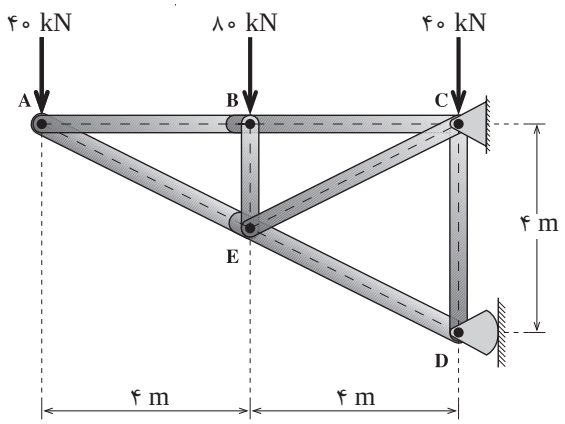
(ج)

فعالیت کلاسی ۲

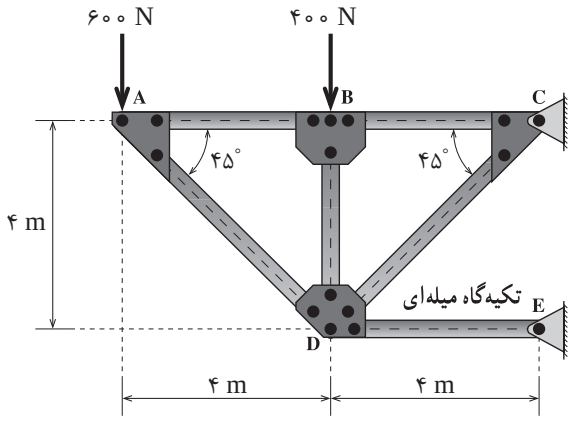
۲- عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را در شکل‌های زیر به‌دست آورید. ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)



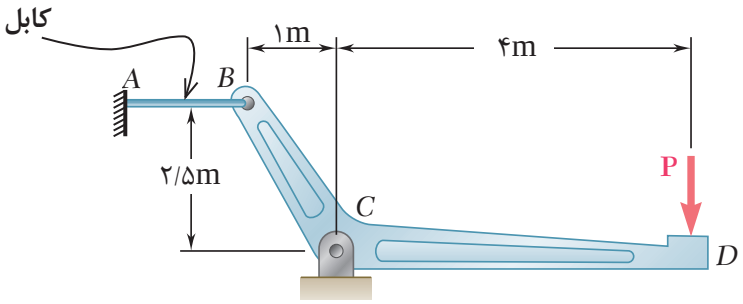
(الف)



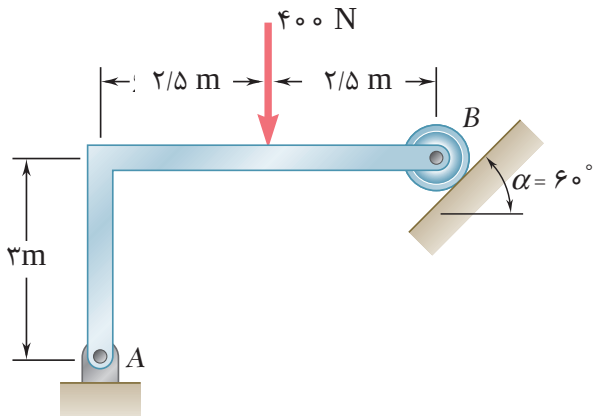
(ب)



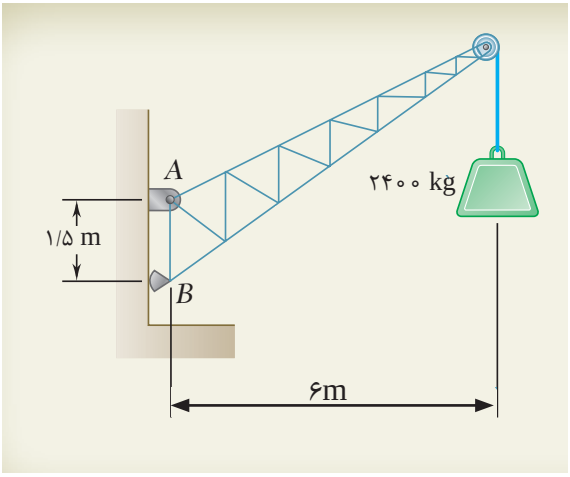
(ج)



(د)



(ه)



(و)

۴-۴- کاربرد نرم‌افزار در تعادل اجسام صلب

امروزه استفاده از نرم‌افزار در تمامی علوم مورد نیاز بشر بسیار فراوان و غیرقابل اجتناب شده است. در مهندسی عمران هم با طراحی انواع سازه‌های پیچیده از یک‌طرف و مهار خرابی‌های ناشی از عوامل طبیعی مانند باد و زلزله و سیل از طرف دیگر باعث به‌وجود آمدن نرم‌افزارهای متعددی شده است که کمک بسیار بزرگی را به مهندسین محاسب می‌نمایند. نرم‌افزارهایی مثل SAP و ETABS و SAFE و ... نرم‌افزارهای مهندسی سازه می‌باشند که به کمک آنها می‌توان سازه‌ها را ابتدا تحلیل و سپس طراحی نمود.

منظور از تحلیل سازه بررسی پایداری، محاسبه عکس‌العمل‌ها، محاسبه نیروی داخلی و تعیین تغییر شکل‌های سازه می‌باشد. شما در این پودمان با محاسبه عکس‌العمل‌ها و نیروهای داخلی بعضی از سازه‌ها (سازه‌های معین) آشنا می‌شوید و روش محاسبهٔ آن‌را به کمک نرم‌افزار SAP فرا می‌گیرید.

منظور از طراحی محاسبه و تعیین ابعاد لازم برای یک سازه می‌باشد تا توانایی مقاومت در برابر بارهای وارده درطول عمر خود را داشته باشد.

نکته

برای سازه‌هایی که در هنرستان بررسی می‌شوند روش تحلیل دستی کفایت نموده و احتیاجی به استفاده از نرم‌افزار نیست وروش حل دستی سریعتر و راحت‌تر می‌باشد ولی سازه‌هایی که در سال‌های آتی با آنها آشنا می‌شوید وتقریباً اکثر سازه‌هایی که اجرا می‌گردند، حل دستی آنها وقت‌گیر و پرزحمت بوده و گاهاً غیرممکن می‌شود. لذا برای آشنایی شما مثال‌ها و تمرینات این کتاب نیز با نرم‌افزار تحلیل می‌شوند تا از این طریق مبانی کار با نرم‌افزارهای مهندسی را فراگرفته و برای دوره‌های عالی آمادگی لازم را به‌دست آورید.

نکته

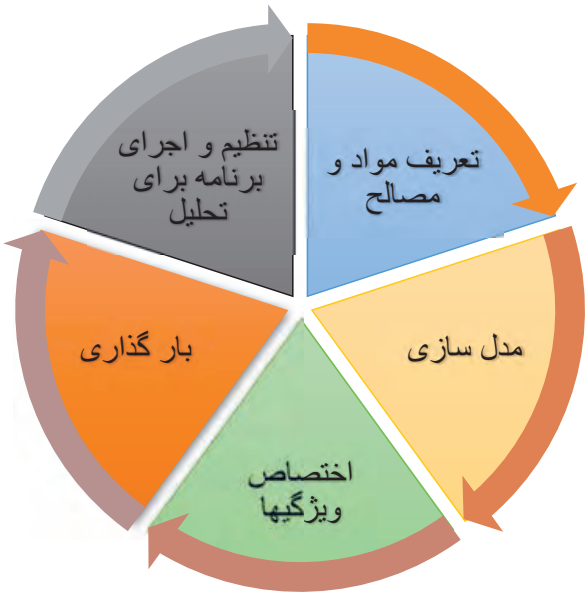
در این کتاب از نرم‌افزار SAP استفاده می‌کنیم. لازم به توضیح هست که این نرم‌افزار مشابهت زیادی به نرم‌افزار ETABS دارد و تفاوت آنها در این است که نرم‌افزار SAP برای کلیهٔ سازه‌ها مثل ساختمان‌های معمولی، سوله‌ها، خرپاها و هرنوع سازهٔ دیگر کاربرد دارد و یک نرم‌افزار کلی برای محاسبات سازه‌ای ساختمان می‌باشد ولی ETABS نرم‌افزاری است که در محاسبهٔ ساختمان‌های معمولی کاربرد بیشتری دارد زیرا کار کردن با آن برای کاربر بسیار راحت‌تر بوده و مختص ساختمان است.

تفکر

با اطلاعاتی که تاکنون کسب کرده‌اید، مراحل تحلیل یک سازه را بنویسید.
در ادامه با همکلاسی‌های خود در مورد نمودار زیر بحث کنید.



نمودار فوق مراحلی را که مهندسین محاسب برای محاسبه و طراحی یک سازه طی می‌کنند نشان می‌دهد. در این کتاب وارد قسمت طراحی نخواهیم شد و آن‌را به سال‌های آتی واگذار خواهیم کرد ولی سه مرحلهٔ مدل‌سازی و بارگذاری و تحلیل را به جزئیات بیشتری مطابق نمودار زیر تبدیل نموده و به توضیح مختصر هر یک از آنها می‌پردازیم.



شکل ۲ ▲

۱- تعریف مواد و مصالح

باید نوع سازه و مصالح مصرفی را برای نرم‌افزار مشخص کنیم. به عنوان مثال آیا سازه بتنی است و یا فلزی؟ چه نوع بتن و یا از چه نوع میلگردهایی و با چه خصوصیاتی باید در پروژه استفاده کرد.

تفکر

با راهنمایی هنرآموز خود، چند خصوصیت بتن و میلگرد که در تحلیل و طراحی سازه استفاده می‌شوند را نام ببرید.

۲ - مدل سازی

هـر سـازه دارای اعضایـی بـا ابعـاد مختلف بـوده که بـه یکدیگر متصل می‌شـوند مانند تیر، سـتون، سـقف و .... بنابرایـن در ایـن مرحلـه هندسـه سـازه را بـرای نرم‌افـزار مشـخص می‌کنیـم کـه می‌توانـد سـازه دوبعـدی و یا سـه‌بعدی و یـا از هـر نوعی باشـد.

۳- اختصاص ویژگی‌ها

هـر یـک از اعضـا سـازه دارای ویژگی‌هایـی بـوده ماننـد جنـس ، سـطح مقطـع و نـوع اتصـال و ... کـه باید به هـر عضـو، این ویژگی‌هـا را اختصـاص داد.

۴ - بارگذاری

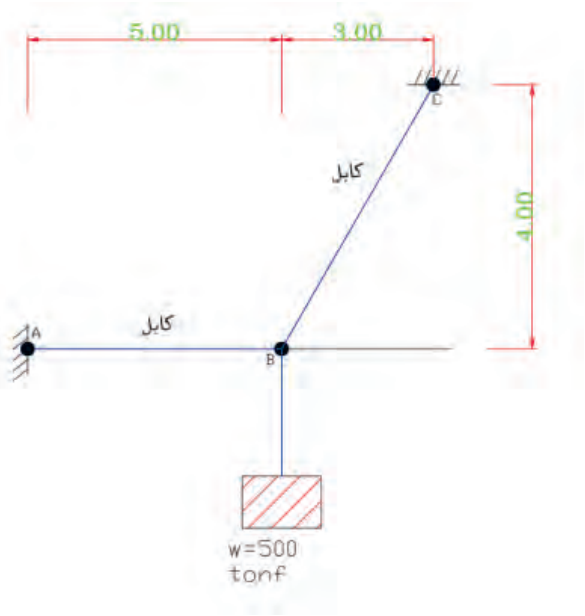
بـار هـر عضـو از سـازه نیـز یـک ویژگی سـازه می‌باشـد کـه باید بـرای هر عضـو تعریف شـود و به‌دلیـل اهمیت زیـاد، آن‌را جداگانـه بـه عنـوان یـک مرحلـه در نظـر گرفتیـم. بارهـا در سـاختمان دارای انواعی نظیر بـار مرده، زنـده، بـاد، زلزلـه، برف، فشـار خـاک، تغییـر دما و ... می‌باشـند.

۵ - تنظیم و اجرای برنامه

نرم‌افزار را باید برای بعضی از سازه‌هایی که نیاز به تحلیل‌های خاصی دارند تنظیم و سپس اجرا نمود .

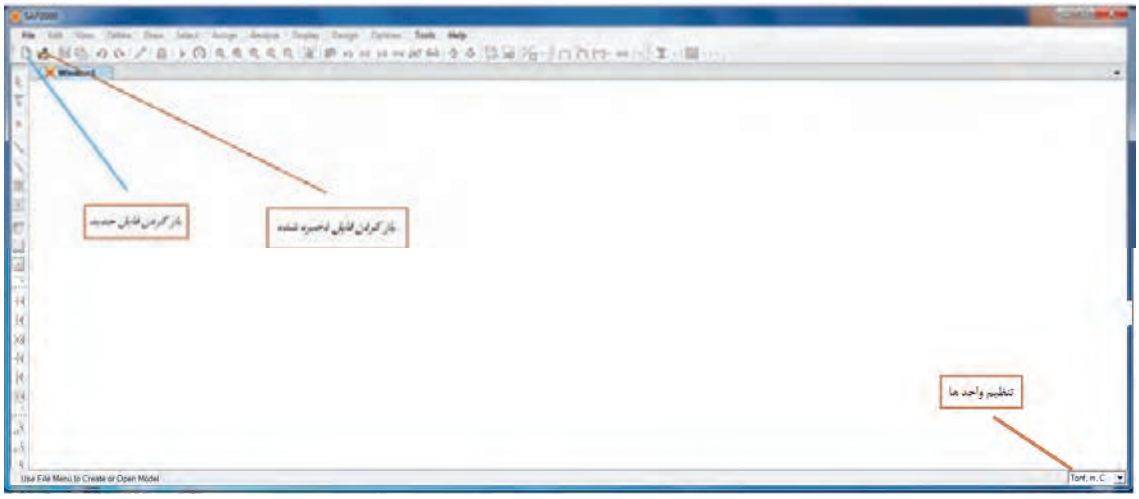
فعالیت کلاسی ۳

کشش کابل‌های AB و BC را به کمک SAP به‌دست آورید. از وزن کابل‌ها صرف نظر کنید .

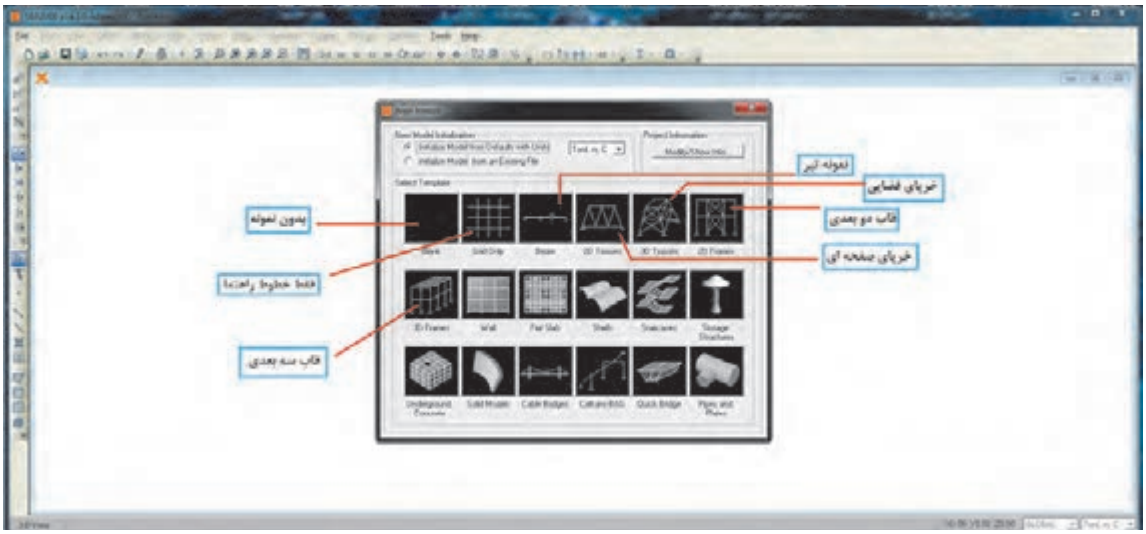


کار با نرم‌افزار

نرم افزار SAP را با کلیک روی آیکون آن اجرا کنید. پس از اجرا صفحه زیر باز می‌شود.



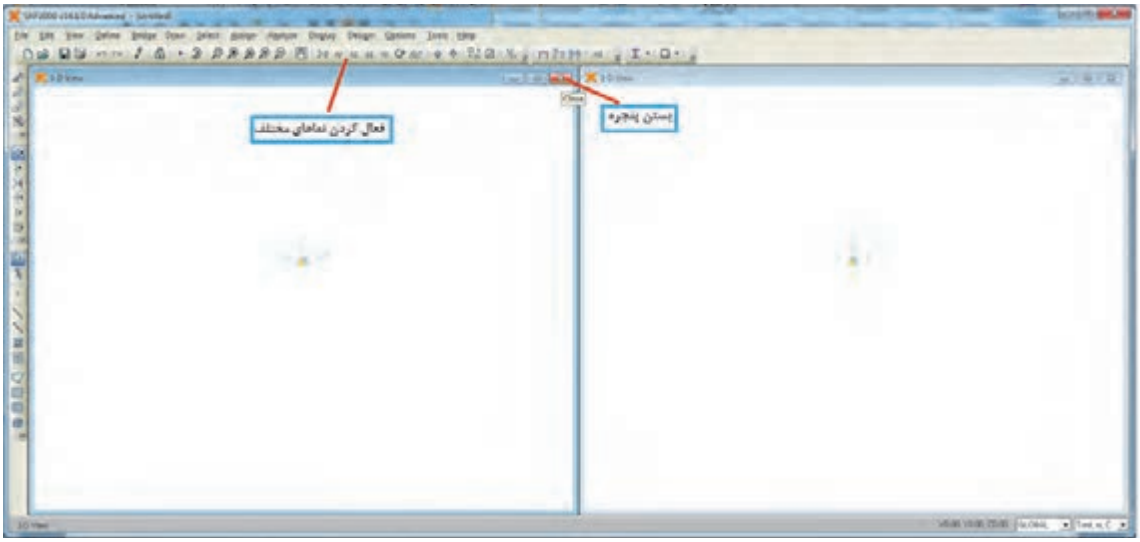
چون در ابتدای کار با برنامه هستیم مطابق شکل بالا آیکون‌های زیادی فعال نیستند. قبل از بازکردن فایل جدید باید واحدها را تنظیم نماییم که مطابق شکل به ترتیب از چپ به راست واحد نیرو، واحد طول و واحد دما را روی واحدهای مورد نظر قرار دهید . معمولاً اگر این واحدها روی tonf، m، c (تن نیرو، متر و سانتی‌گراد) تنظیم گردند مناسب‌تر به نظر می‌رسد. سپس آیکون new model را برای شروع پروژه جدید کلیک نمایید تا صفحه زیر باز شود.



در ایـن صفحـه نمونه‌هایـی از سـازه‌های مختلـف وجـود دارد و شـبیه‌ترین آنهـا بـه پـروژه خـود را می‌توانیـد بـرای تسـهیل در کار انتخـاب نماییـد ودر غیر این صـورت گزینه اول (بـدون نمونه) را می‌توانیـد انتخاب کنید. در گزینـه دوم خطـوط راهنمـا انتخـاب می‌شـود. ایـن خطـوط شـبیه خطـوط آکس هسـتند و وجـود خارجی ندارنـد و بـرای ترسـیم مـدل بـه‌کار می‌روند.

در این مثال از گزینه اول استفاده می‌کنیم و گزینه‌های بعدی را در مثال‌های دیگر به‌کار می‌بریم.

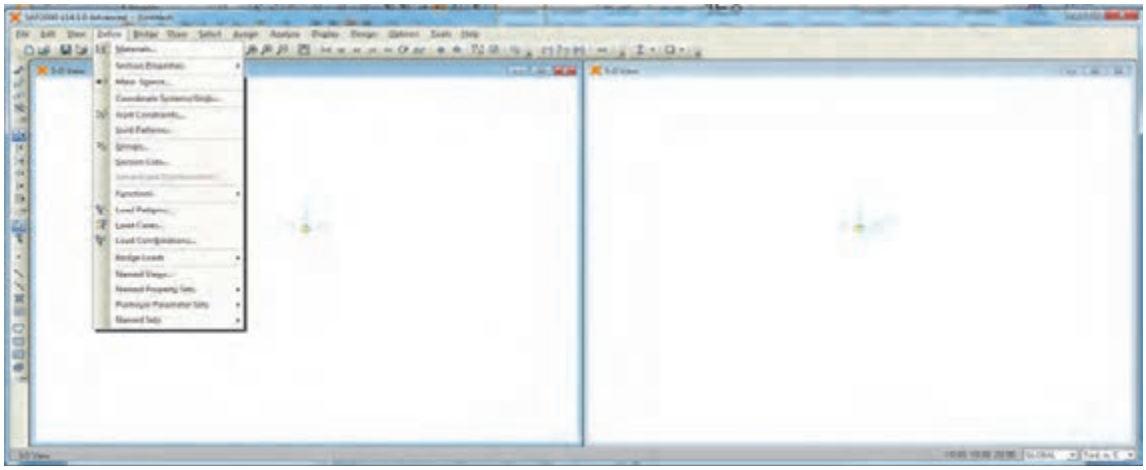
با انتخاب گزینه اول صفحه اصلی SAP باز شده و می‌توانیم مراحل تحلیل را شروع کنیم.

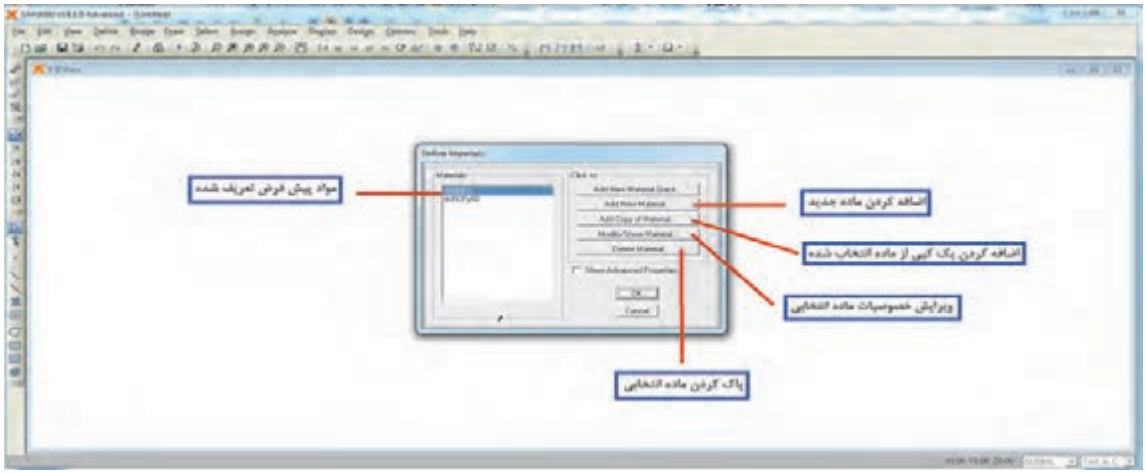


همان‌طـور کـه مشـاهده می‌شـود دو پنجـره هم‌زمـان فعـال می‌باشـند کـه در پروژه‌هـای سـه‌بعدی می‌تـوان یـک نمـا و دیـد سـه‌بعدی را هم‌زمـان مشـاهده کرد. با کلیـک روی هـر پنجره آن پنجـره فعال می‌شـود. برای بسـتن هـر پنجـره با کلیـک روی علامت 3-D View ، پنجره مورد نظر بسـته می‌شـود، حتـی می‌توانید بـا کلیـک روی نماهـای مختلـف (xz و yz و یـا xy) دیـد هر پنجـره را تغییر دهید.

مرحله اول- تعریف مصالح

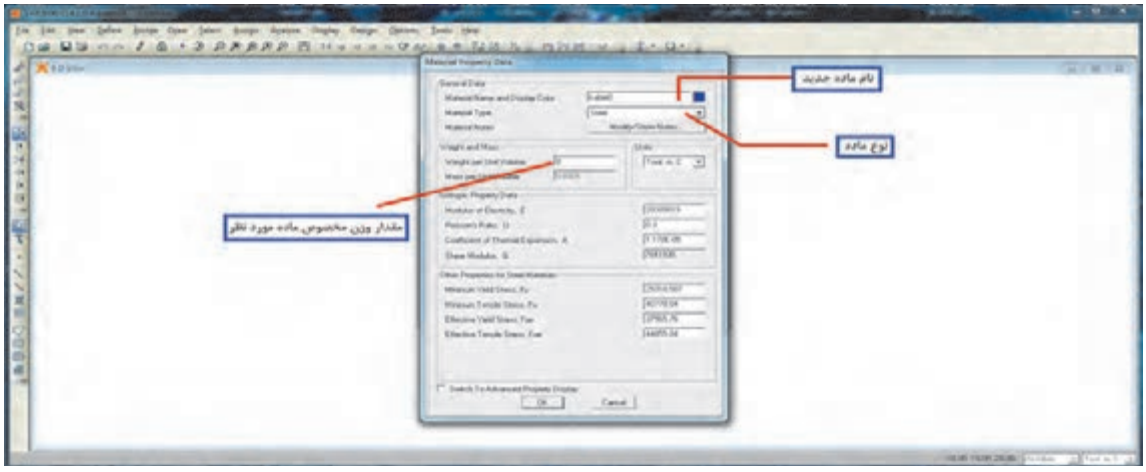
در منـوی define/material می‌تـوان مصالـح مختلفـی را تعریـف کـرد. در ایـن مثـال برای در نظـر گرفتن اثر وزن اعضـا کـه در جـای خـود توضیـح داده می‌شـود یـک نوع مصالـح با وزن مخصـوص صفر (بـی وزن) تعریف می‌کنیـم زیـرا برنامـه بـه صـورت اتوماتیـک وزن مصالحـی کـه مـا در مدل‌سـازی تعریـف کرده‌ایم را محاسـبه می‌کنـد. چـون کابل‌هـا وزن قابـل ملاحظـه‌ای ندارند لـذا وزن مخصوص را برابـر صفر تعریف می‌کنیـم بنابراین بـا ایـن ترفنـد برنامـه هـم کـه وزن را محاسـبه می‌نماید بـه عدد صفر می‌رسـد.

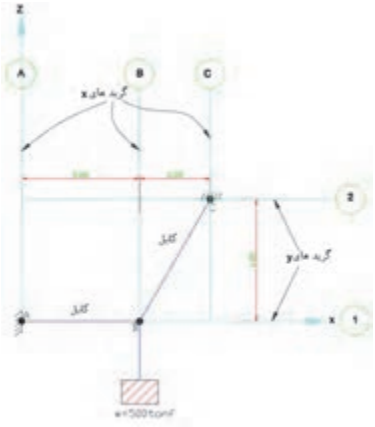




با کلیک روی گزینه دوم در شکل بالا یک ماده جدید به نام cable۰ تعریف می‌کنیم و از مشخصات آن فقط وزن واحد حجم را برابر صفر در نظر می‌گیریم.

اکنون در منوی Define/section property/frame section/add new property یک مقطع دلخواه به نام cable می‌سازیم که مصالح آن از نوع cable۰ بوده و دارای وزن نیست.





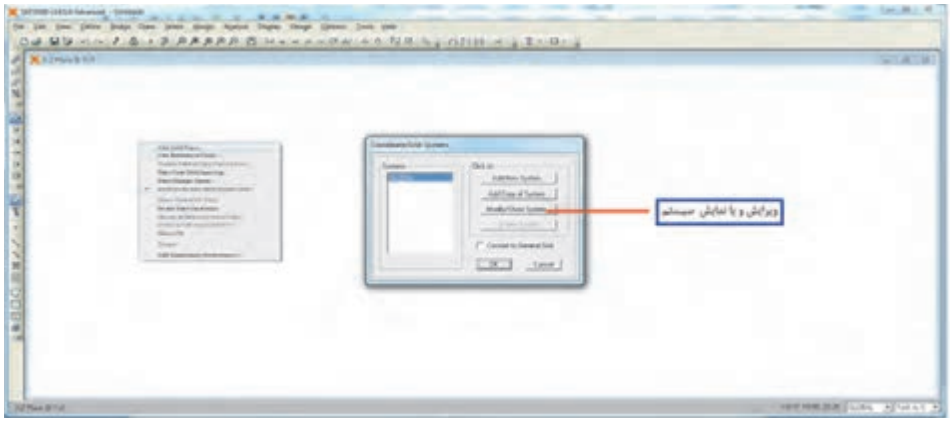
مرحله دوم- مدل‌سازی

برای مدل‌سازی باید گریدهای x و y (خطوط راهنما) ایجاد شوند بنابراین شکل را به صورت زیر تبدیل می‌کنیم.

تفکر

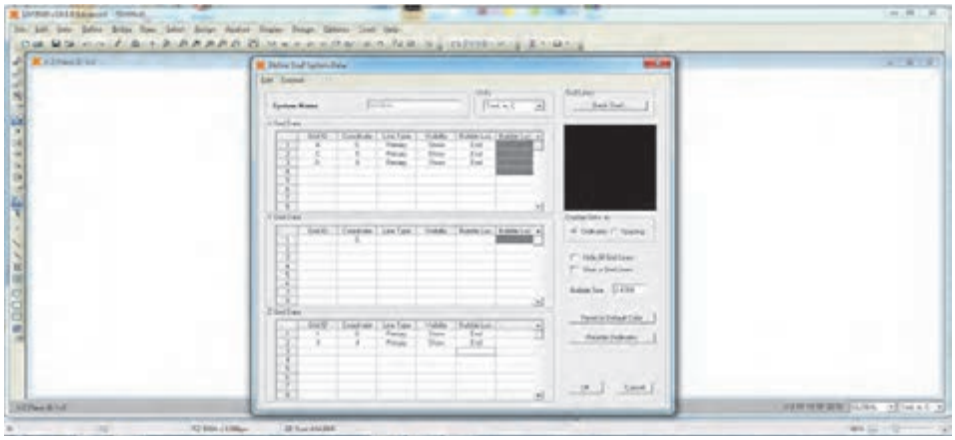
این شکل چگونه ایجاد شده است؟

اکنون در محیط SAP و در یک جای دلخواه کلیک راست کنید و گزینه اول Edit Grid Dat (ویرایش گریدها) را انتخاب کنید. ادامه مراحل در شکل‌های زیر نشان‌داده شده است.

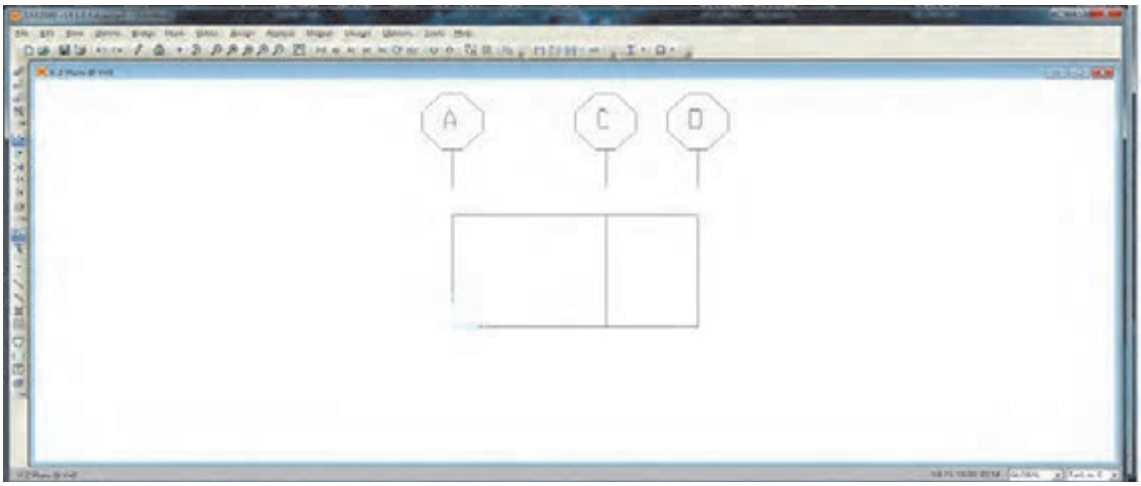


پس از کلیک روی گزینه Modify/show System صفحه زیر بازشده آنها را تکمیل می‌کنیم.

برای تکمیل این جدول می‌توان از دو حالت ordinate و spacing استفاده کرد که شکل زیر بر اساس spacing و با توجه به شکل مسئله یا سؤال و اندازه‌های روی آن انجام شده است و می‌تواند تکمیل جدول به حالت ordinate تغییر یابد.



پـس از تکمیـل جـدول فـوق ok نمـوده و از آن خـارج شـده و نتیجه را ببینید در صورتی که اشـکالی داشـته باشـد می‌توانیـد مجـدداً بـا کلیک راسـت روی صفحـه و انتخـاب Edit Grid Dat ویرایـش لازم را انجام دهید.



در صورتـی کـه گریدبنـدی درسـت انجام شـده باشـد برای تکمیل مدل‌سـازی بایـد اعضا AB و BC را رسـم کنیم

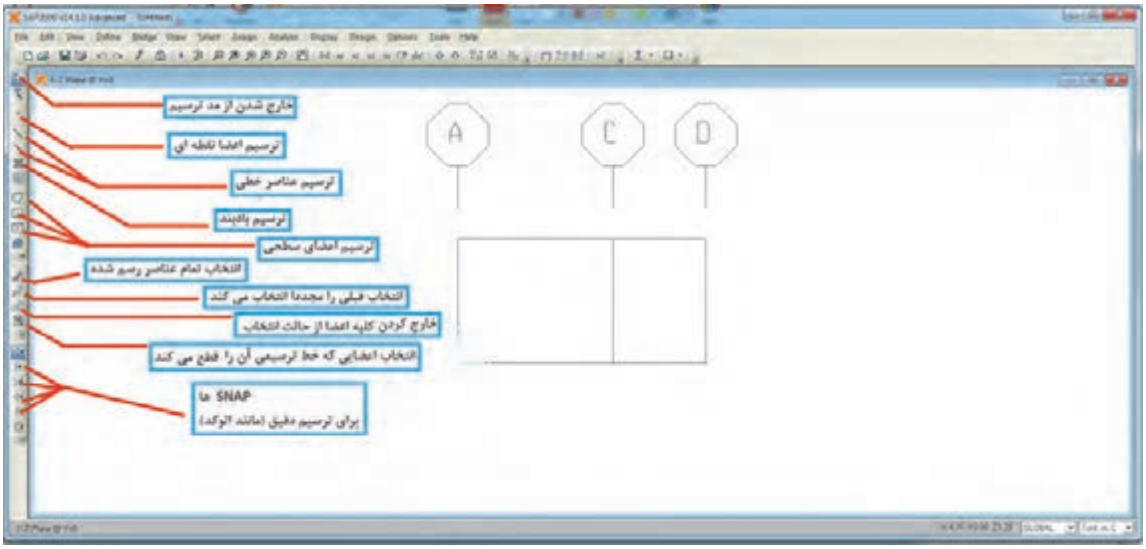
در برنامه SAP اعضای سازه‌ای که ما بیشتر با آنها سر و کار داریم عبارت‌اند از:

۱- اعضای نقطه‌ای مانند ذرات مادی

۲- اعضای خطی مانند تیرها، ستون‌ها و بادبندها و ...

۳- اعضای سطحی مانند انواع سقف‌ها ، دیوار برشی و ...

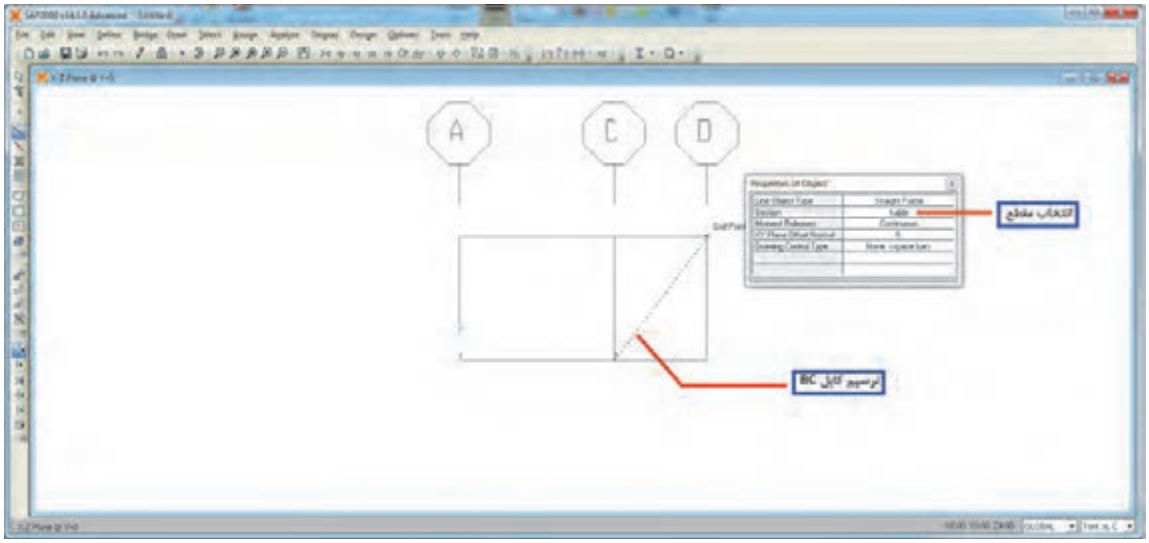
در ایـن مثـال کابل‌هـا از نـوع اعضـا خطـی هسـتند آیکون‌های ترسـیمی در سـمت چـپ صفحـه قراردارند که در شـکل زیـر توضیحـات مختصـری در مـورد هر یک داده شـده اسـت.



بنابرایـن بـرای ترسـیم کابل‌ها از ترسـیم اعضای خطی اسـتفاده می‌شـود . در آیکون کافی‌اسـت تقاطع دو گریـد ابتـدا و انتهـای کابـل AB را کلیـک کنیـد در این حالـت باید snapهـا را فعال کرده تا ترسـیم دقیق باشـد و در آیکـون کافی‌اسـت مابیـن دو نقطـهٔ A و B را کلیک نمایید.

نکته

۱- بـا کلیـک آیکون ترسـیمی هر عنصـر، جعبه‌ای همراه آن باز شـده که می‌توان قبل از ترسـیم ویژگی‌های آن‌را نیـز ماننـد مقاطـع و ... اختصاص داد. در این مثال جنـس مصالح را cable وارد می‌کنیم.
۲- در مُـد ترسـیم شـکل Crosshair تغییـر می‌یابـد و بـه صـورت فلـش عمـودی در خواهـد آمـد. با فشـار دکمـهٔ ESCAP هـم می‌تـوان از مـد ترسـیم خـارج شـد و یا از آیکـون بـا عنـوان set select mode اسـتفاده کرد.



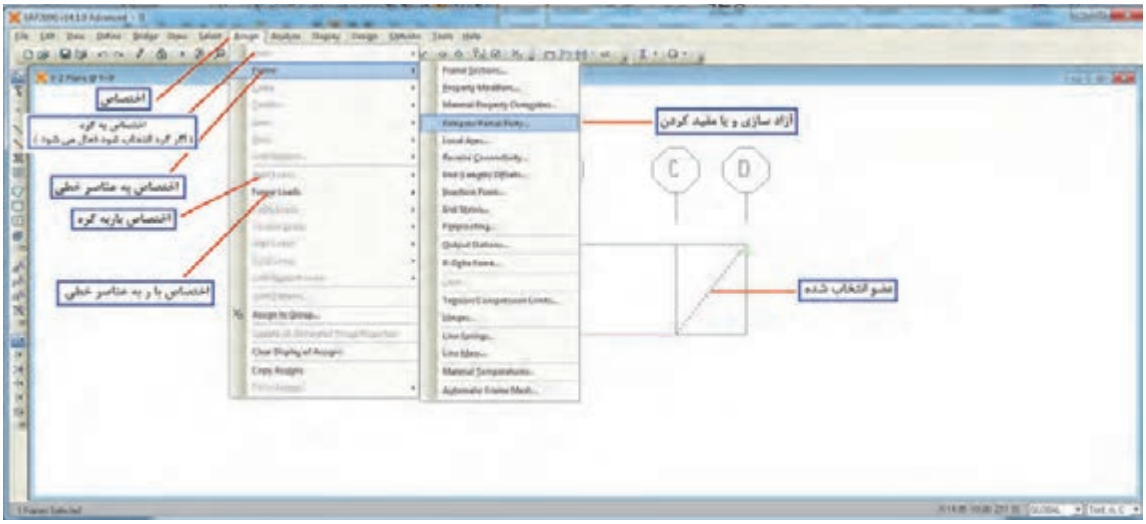
مرحله سوم- اختصاص ویژگی‌ها

در ایـن مرحلـه می‌تـوان ویژگی‌هـای هـر عضـو ماننـد نـوع اتصـال آن، جنـس مصالح و شـکل مقطـع و ... را به آن عضـو اختصاص داد.
ابتـدا بـا کیـک روی هـر عضـو ویـا کشـیدن کادر اطـراف آن، عضـو مربوطـه را انتخـاب می‌کنیـم (عضوهـای انتخـاب شـده موقتـاً حالـت خط‌چین پیـدا می‌کنند) و سـپس از منـوی Assign ویژگی‌هـای لازم را اختصاص می‌دهیـم در ایـن مثـال بایـد انتهـای هـر دو عضـو مفصلی باشـند کـه در شـکل زیـر مراحـل را می‌بینید.

فعالیت کلاسی ۴

انتخاب اعضا در SAP و AutoCAD را با یکدیگر مقایسه کنید.

Frame/Releases/Partial Fixity

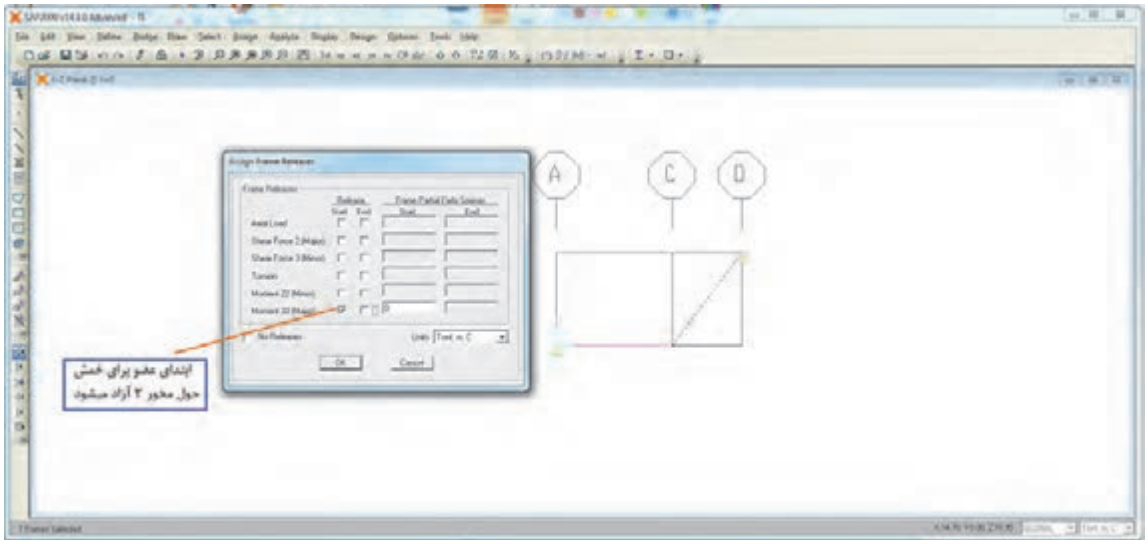


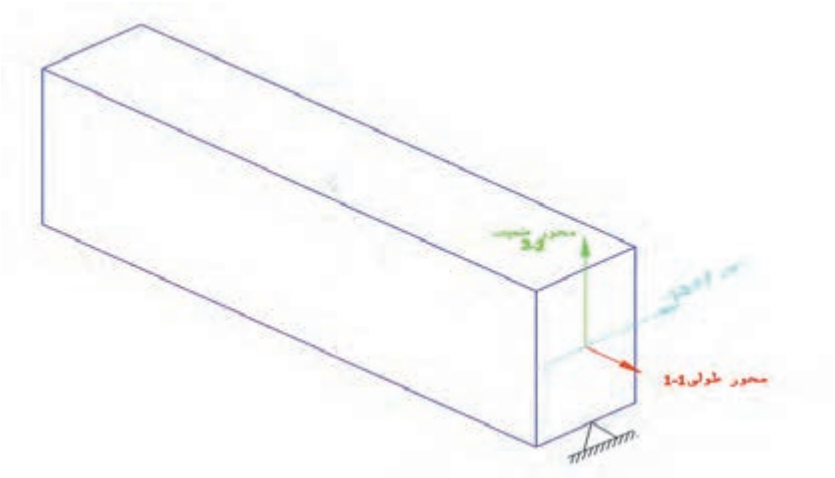
پـس از کلیـک روی Partial Fixity صفحـه زیـر بـاز می‌شـود کـه می‌تـوان هر عضـو را در ابتـدا و انتهای خود در برابـر چرخـش حـول محـور قـوی و ضعیف آن‌را با نشـاندن تیـک در مربع مربوطـه آزاد کرد.

نکته

هنـگام ترسـیم عضـو خطـی، گرهـی کـه ابتـدا کلیـک می‌شـود، ابتـدا و دیگـری انتهـای عضـو خواهـد بـود بنابرایـن شـروع و انتهـای عضـو بسـتگی بـه نحـوه ترسـیم حیـن مدل‌سـازی دارد.
در ایـن برنامـه بـرای هـر مقطـع یک محـور قوی وجـود دارد کـه آن‌را به نام محـور ۳-۳ می‌شناسـد و محور طولـی عضـو محـور ۱-۱ می‌باشـد بنابرایـن محـور ۲ - ۲ محور ضعیـف خواهد بود.

در شـکل زیـر محورهـای یـک تیـر را بـا رنگ مربوطـه در برنامـه SAP می‌بینید. درایـن برنامـه محورهای هر عضـو و بسـیاری دیگـر از مشـخصات گره‌ها و اعضا را بـا کلیک روی آیکـون ☑ set display option در منوی بـالای صفحـه می‌توانیـد ببینیـد. از جمله شـمارهٔ گره، اعضـا و ابتدا و انتهـای عضو و ...





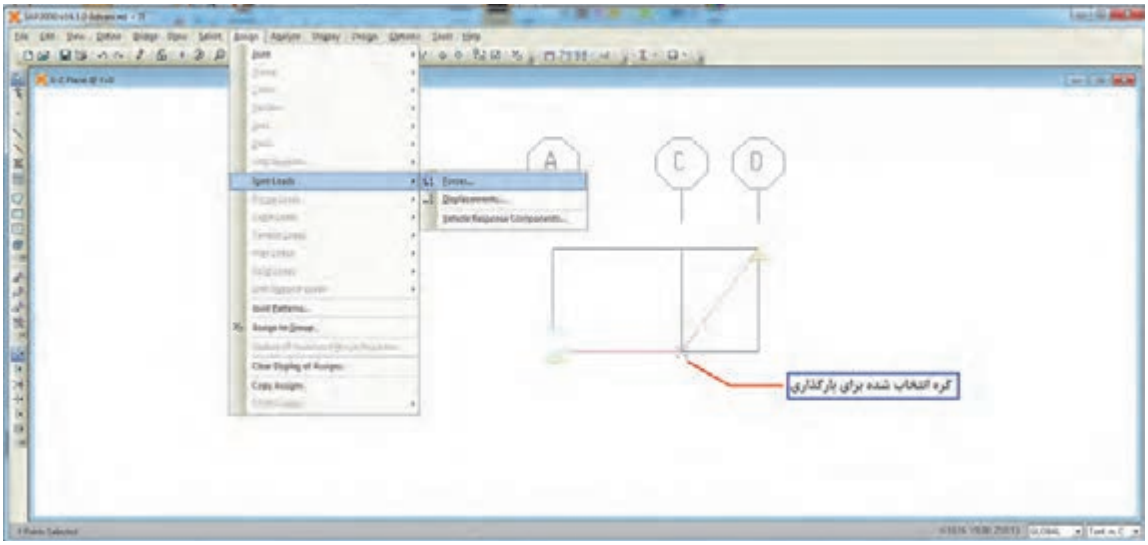
فعالیت کلاسی ۵

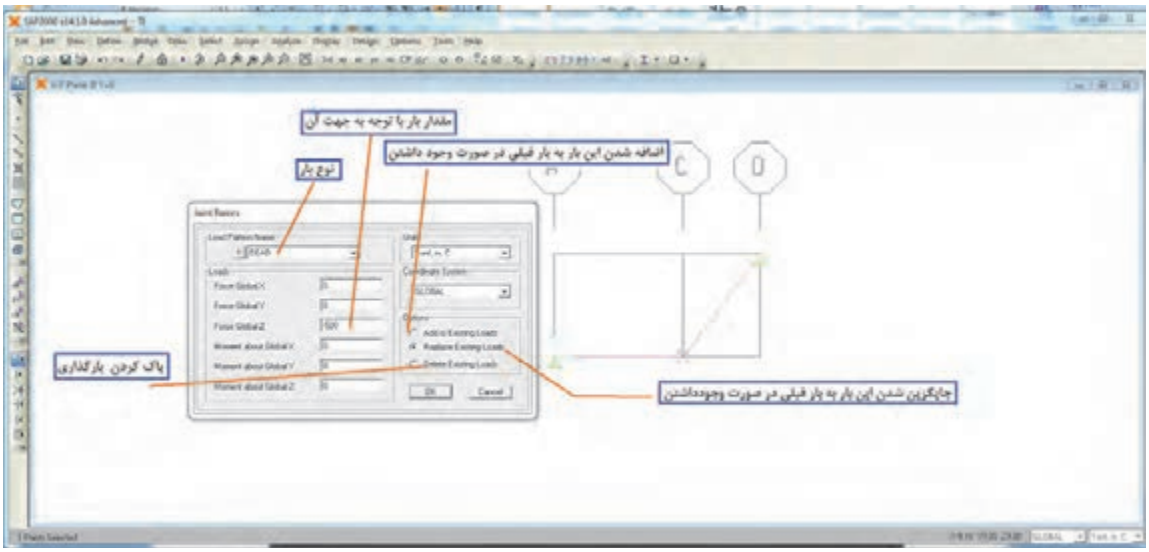
آیکون ☑ set display option را باز نموده و تعدادی از مشخصات پروژه را در آن ببینید.

مرحله چهارم- بارگذاری

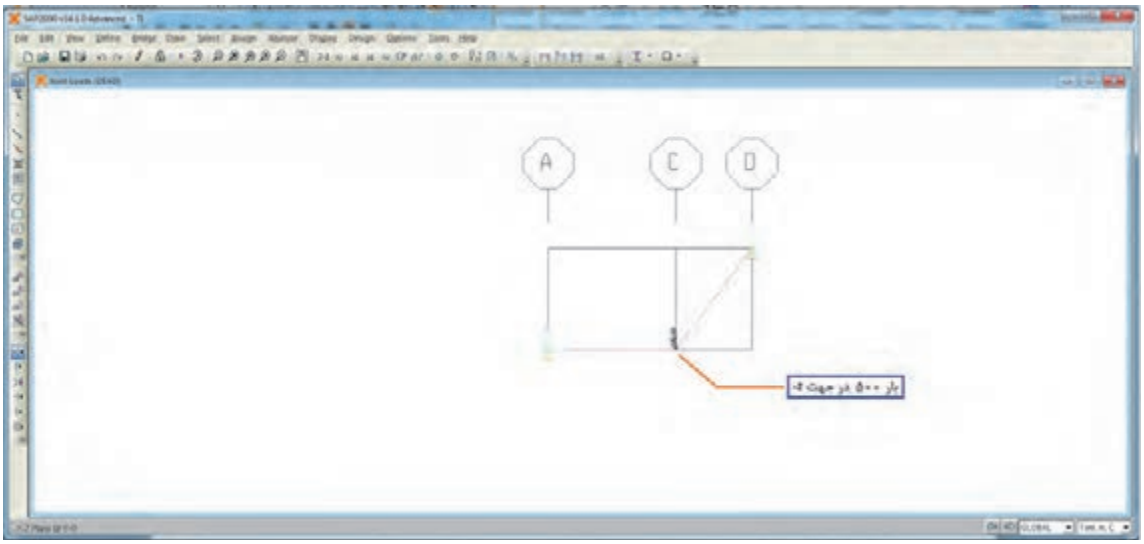
در ایـن مثـال یـک بـار متمرکـز ۵۰۰ تـن نیرویـی وجـود دارد که به گـره B وارد می‌شـود و در جهـت مخالف محـور zها می‌باشـد.

بنابرایـن بـا کلیـک روی گـرهٔ B آن‌را انتخـاب و از منـوی Assign قسـمت Joint Load و Force بـار را اختصـاص می‌دهیـم. در صفحـه بعـدی مقـدار بـار در جهـت مـورد نظـر مشـاهده می‌گـردد.



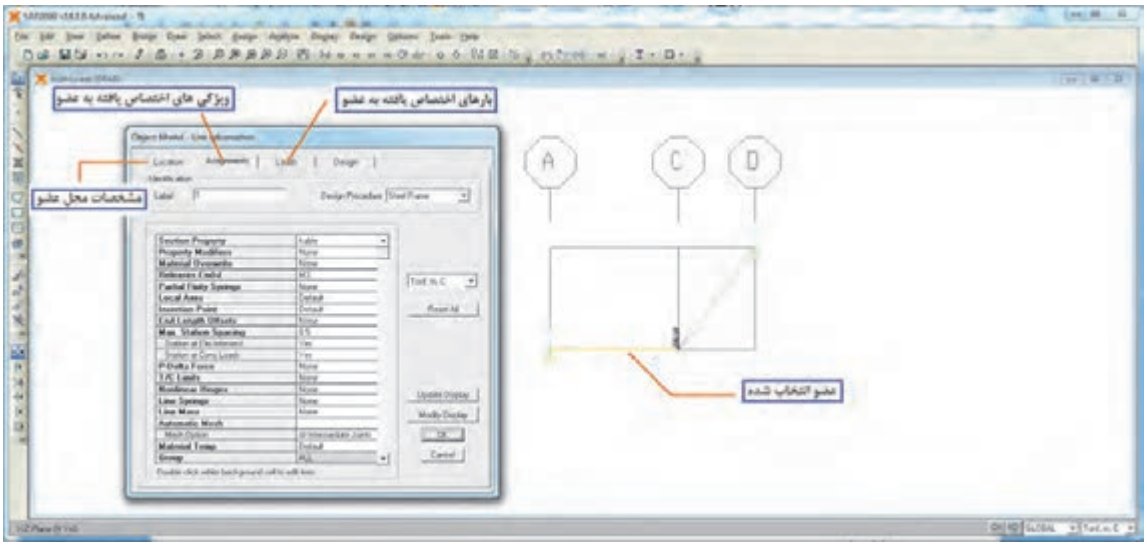


نتیجه بارگذاری در شکل نمایش داده می‌شود.



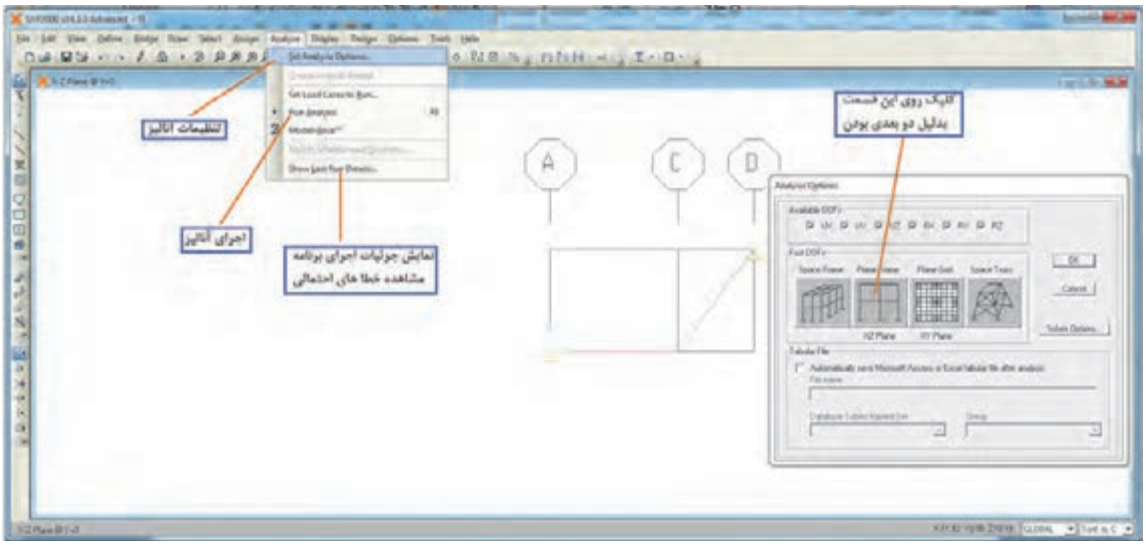
با اتمام بارگذاری، سازه آماده تحلیل می‌باشد. قبل از آنکه تحلیل انجام شود باید درستی مدل و ویژگی‌های اختصاص یافته بررسی شود تا اشتباهات احتمالی حذف گردد. برای این منظور روی یکی از اعضا مثلاً AB راست کلیک می‌کنیم که متعاقباً صفحه‌ای باز می‌شود که کلیه مشخصات عضو در آن لیست شده است. تا زمانی که صفحه باز است عضو مورد نظر چشمک‌زن شده که یادآوری می‌کند مشخصات کدام عضو نمایش داده شده است. این صفحه دارای چند TAB بوده که هر یک مربوط به یکی ازمراحل کاری می‌باشد.

با کلیک روی هر مورد می‌توان در صورت لزوم آن‌را تغییر داد.

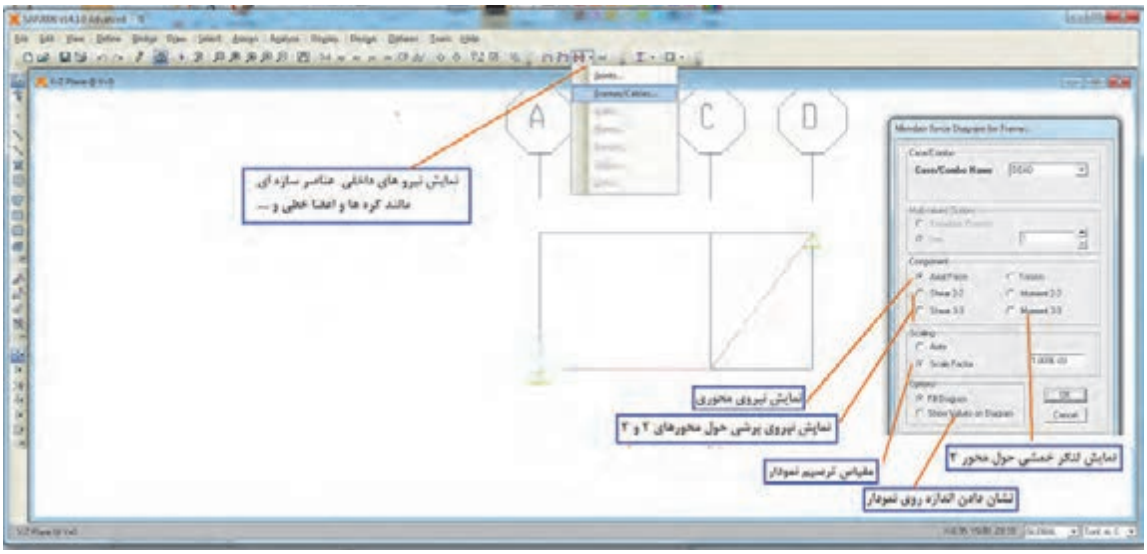


تحلیل سازه

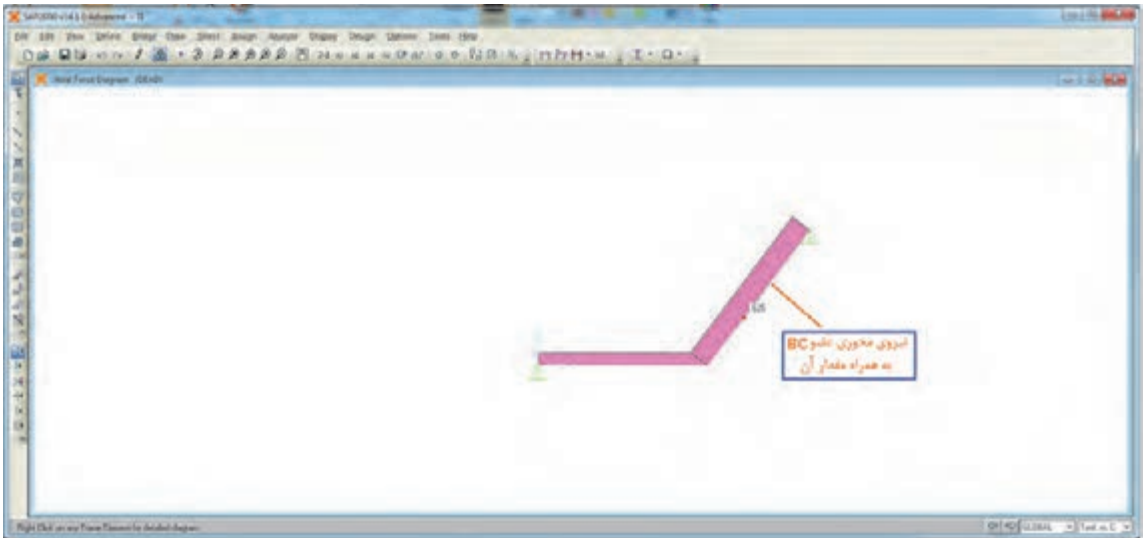
برای تحلیل از منوی Analyse استفاده می‌شود و ابتدا باید تنظیمات لازم را انجام داد. نکته قابل توجه اینکه در حین آنالیز برنامه SAP فایل‌های زیادی را تولید می‌کند بنابراین قبل از تحلیل، مدل را در یک پوشه خاصی ذخیره کنید تا با دیگر فایل‌های شما تداخل ننماید. فایل اصلی (اجرایی) SAP با پسوند sdb. ذخیره می‌شود.



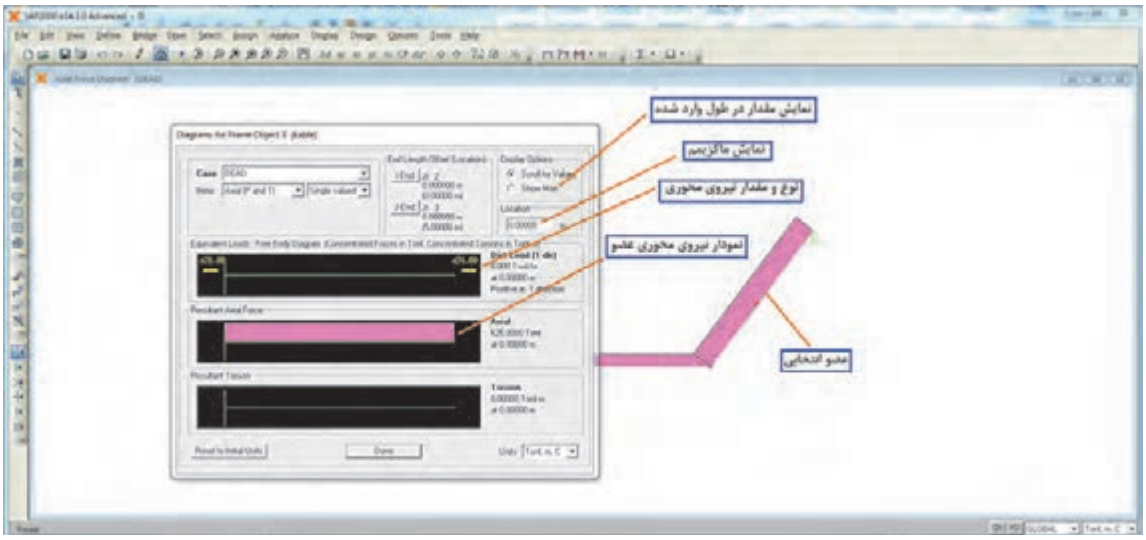
در صورتی که در حین آنالیز خطایی ایجاد نشود تحلیل پایان یافته است و برای مشاهده نتایج تحلیل به صورت زیر عمل می‌شود.



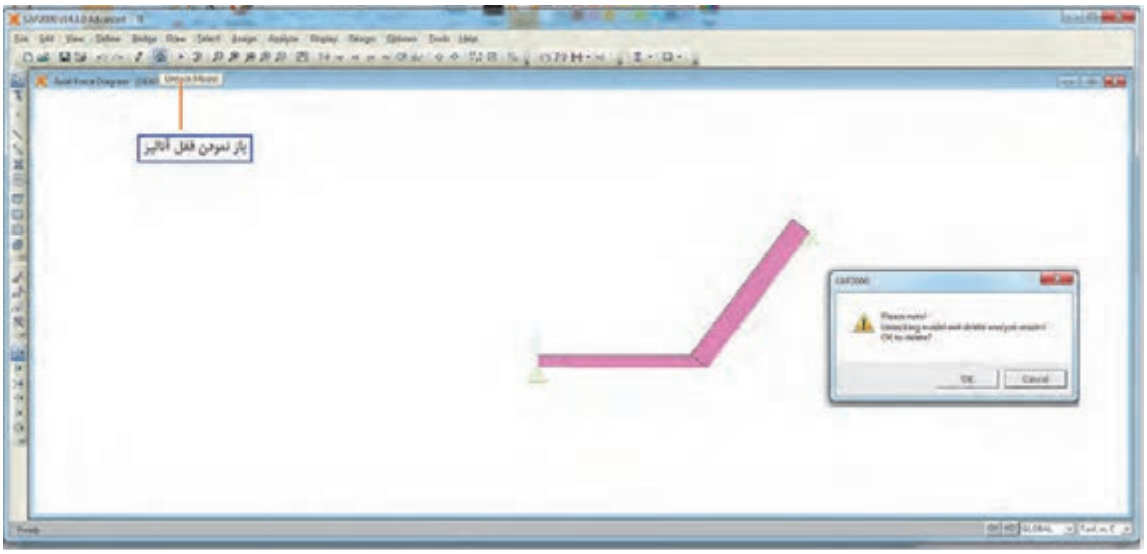
در سازه‌های کابلی چون فقط نیروی محوری داریم، بنابراین در شکل بالا (Axial Force) را انتخاب می‌کنیم تا نیروی محوری اعضای خطی را نمایش دهد نتیجه به صورت زیر است.



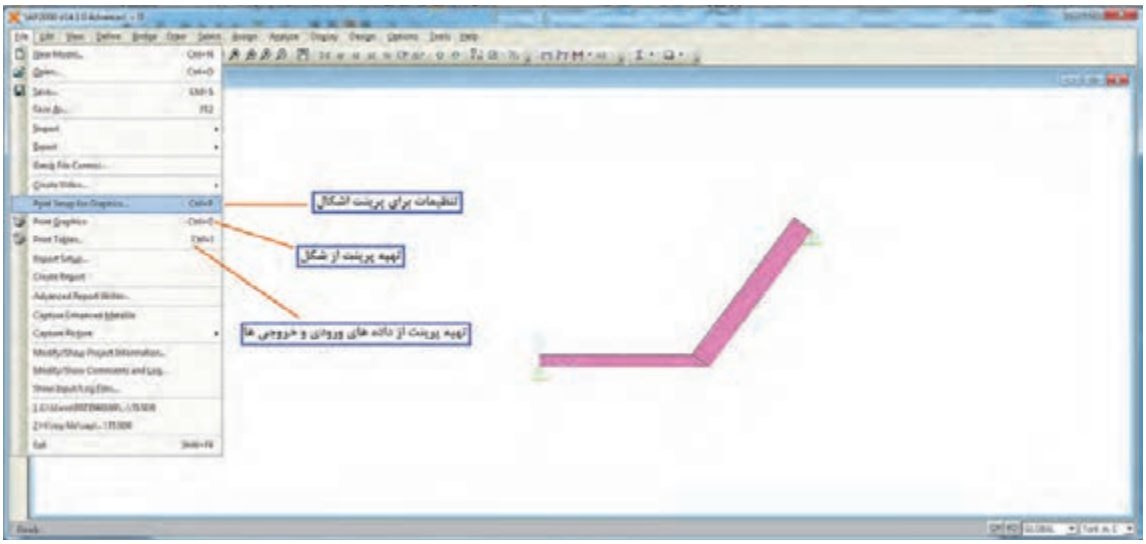
با نزدیک کردن موس به هر عضو مقدار نیروی محوری در هر نقطه‌ای که موس قرار دارد، نشان داده می‌شود. در صورتی‌که بخواهیم این نمودار را جداگانه داشته باشیم با راست کلیک روی عضو، این امر امکان پذیر خواهد بود.



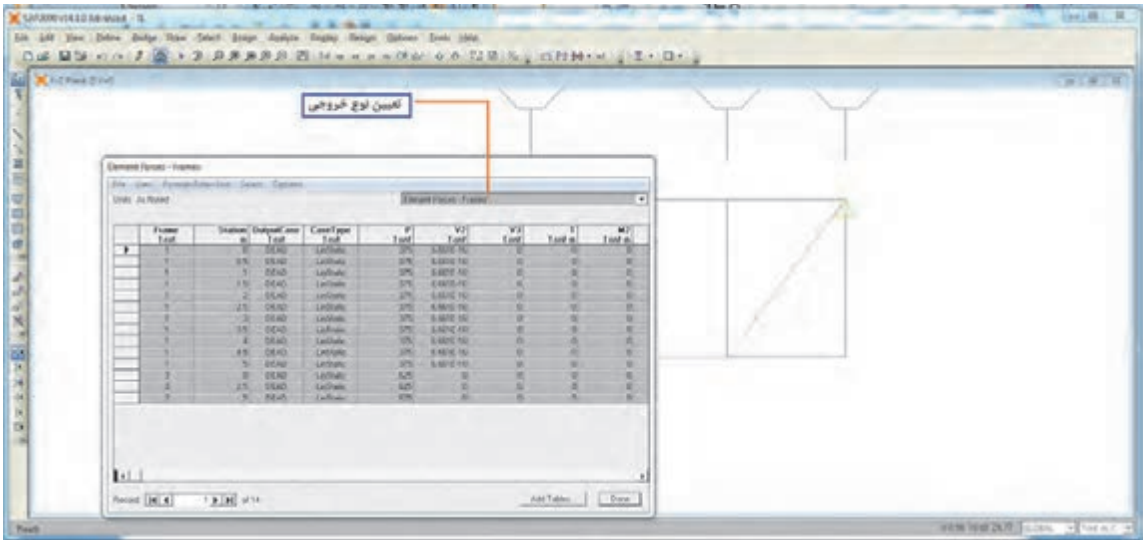
چنانچه در مسئله مشکلی وجود داشته باشد و لازم باشد تغییراتی ایجاد شود و مجدداً تحلیل گردد باید قفل آنالیز باز شده و این کار صورت پذیرد چون پس از هر بار تحلیل برنامه مدل را قفل می‌نماید و امکان تغییرات را نمی‌دهد.



در صورتی که بخواهید از مدل مسئله خود پرینت تهیه کنید از شکل زیر استفاده کنید.

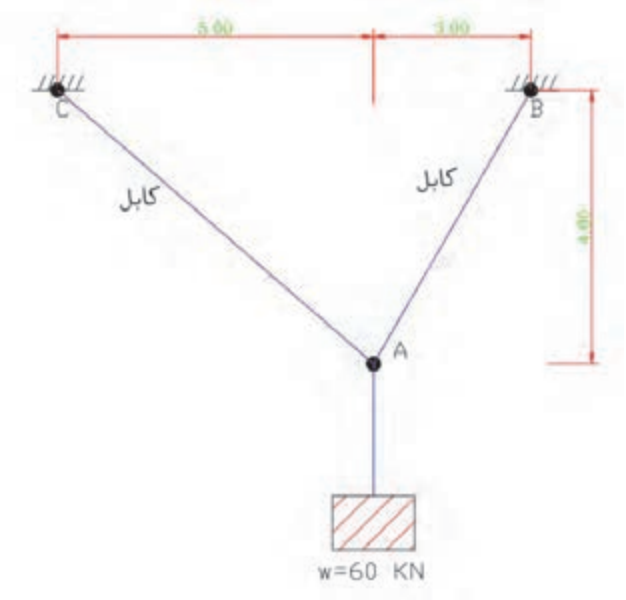


یک نمونه از خروجی که از منوی Display / Show table تهیه شده است در شکل زیر دیده می‌شود.



فعالیت کلاسی ۶

کشش کابل‌های AB و AC را در شکل زیر به‌دست آورید.



ارزشیابی

ارزشیابی در این درس براساس شایستگی است. برای هر پودمان یک نمره مستمر (از ۵ نمره) و یک نمره شایستگی پودمان (نمرات ۱، ۲ یا ۳) با توجه به استاندارد های عملکرد جداول ذیل برای هر هنرجو ثبت می گردد. امکان جبران پودمان های در طول سال تحصیلی برای هنرجویان و بر اساس برنامه ریزی هنرستان وجود دارد.

الگوی ارزشیابی پودمان بررسی تعادل اجسام				
تکالیف عملکردی (شایستگی‌ها)	استاندارد عملکرد	نتایج	استاندارد (شاخص‌ها، داوری، نمره‌دهی)	نمره
پایداری نقطه مادی	تعادل جسم صلب و نقطه مادی را به کمک قوانین نیوتن و روابط مکانیک برداری تعیین کند.	بالاتر از حد انتظار	تعیین نیروهای وارد بر جسم و به‌دست آوردن آنها	۳
تعادل اجسام صلب		در حد انتظار (کسب شایستگی)	تشکیل معادلات تعادل	۲
		پایین‌تر از انتظار (عدم احراز شایستگی)	ترسیم پیکره آزاد	۱
نمره مستمر از ۵				
نمره شایستگی پودمان از ۳				
نمره پودمان از ۲۰				

بیشتر بدانیم



مهندس بهروز پورشریفی

ابتکار پل خیبر-طولانی‌ترین پل شناور نظامی جهان

شاید بتوان منشأ پیشرفت ایران در سدسازی و پل سازی را در تلاش جهادگران در جبهه‌های غرب و جنوب جست و جو کرد. شرایط اقلیمی ایران به گونه‌ای است که هر منطقه نیازمند طراحی پل منحصر به فرد خود است.

به‌طور مثال رودخانه‌های غرب کشور به دلیل دره‌های شیب‌دار و عمیق، خروشان و ناآرام با بعضی مناطق گسترده و پرآب رودهای جنوب و در عین حال باتلاقی تفاوت داشت. بنابراین روش ساخت پل در عملیات‌ها در این دو منطقه متفاوت است.

در دوران جنگ، عبور دادن تعداد زیادی از نیروها از باتلاق‌ها و نهرها و رودخانه‌های کوچک و بزرگ هر کدام تکنیکی خاص می‌طلبید که تلاش جهادگران در ساخت پل‌های فایبرگلاس، پل‌های شناور، پلیکا، فرش‌های باتلاقی، سرعت عبور نیروها را در شب‌های عملیات با کمترین تلفات بالا می برد.

پل خیبر، پل بعثت، پل‌های متحرک و معلق در جنوب و غرب کشور ازجمله شاخص‌ترین پل‌های ساخته شده در دوران دفاع مقدس هستند.

پل خیبر که از آن به عنوان یکی از شاهکارهای مهندسی جنگ نام برده می‌شود، بزرگ‌ترین پل شناور دنیا به طول ۱۳ کیلومتر با عرض ۳ متر و ۲ متر بال محافظ است که بر روی هور زده شد تا بتوان ارتباط بین جزیرهٔ مجنون و ساحل خودی را برقرار نمود.

مبدأ اصلی این طرح، مهندس بهروز پورشریفی بود. او احداث پل معلقی را که بتواند به صورت سریع نصب شود از طریق فشرده کردن یونولیت‌ها و انداختن یک ورق فلزی آج‌دار بر روی آنها، پیشنهاد کرد. پس از ساخت اولیهٔ پل، آزمایشات آن در دریاچهٔ مصنوعی آزادی صورت پذیرفت و تکمیل‌تر شد. عناصر طراح تحقیقاتی در جریان کل عملیات قرار گرفته بودند و با حضور در منطقه، طراحی فنی واقعی صورت پذیرفت. به طور مثال مهار کردن پل به‌وسیلهٔ لنگر پیشنهاد شد ولی در عمل، نی‌های منطقه مانند لنگر عمل می‌کردندو لنگر لازم نشد.

پلی برای عبور خودروهای سبک احداث گردید که توانست مشکل تردد رزمندگان اسلام را پس از پایان عملیات خیبر حل نماید. مزیت این پل آن بود که با بالا و پایین رفتن آب هور، بالا و پایین می‌رفت. از سوی دیگر چنانچه هر قسمت از پل به وسیلهٔ هواپیماها و یا آتش دشمن منهدم می‌گردید بلافاصله توسط رزمندگان جهاد سازندگی بازسازی می‌شد.

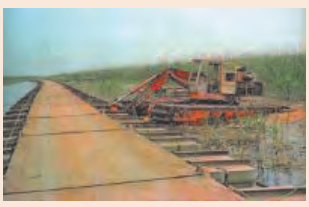
پل خیبر تجربهٔ شیرینی بود چرا که تمام کشور درگیر آن بود و تحقیقی انحصاری بود. حدود ۲۰ کارخانه شبانه‌روز کار می‌کردند و به خودکفایی کمک شد. اساتید دانشگاه، پروژه را کنترل می‌کردند و ارزش تحقیقات در کشور جا افتاد و مسئولین متوجه شدند توان فعالیت‌های نوین در کشور وجود دارد. از همه مهم‌تر، مدیریت کار جمعی و جهادی شکل گرفت و ساخت این پل حدود دوماه زمان برد.

نصب پل خیبر روی آب‌های هور، یکی از موفقیت‌های مهم مهندسی و نظامی به شمار می‌رفت که در نوع خود بی‌سابقه بود. این مسئله، مورد توجه منابع غربی نیز قرار گرفت. خبرگزاری فرانسه گزارش داد: «به گفتهٔ مسئولین دولتی آمریکا، دست یافتن به پل قایقی با چنین طولی، در تاریخ نظامی مدرن بی‌سابقه است».

در زیر تصاویری از این پل آمده است.

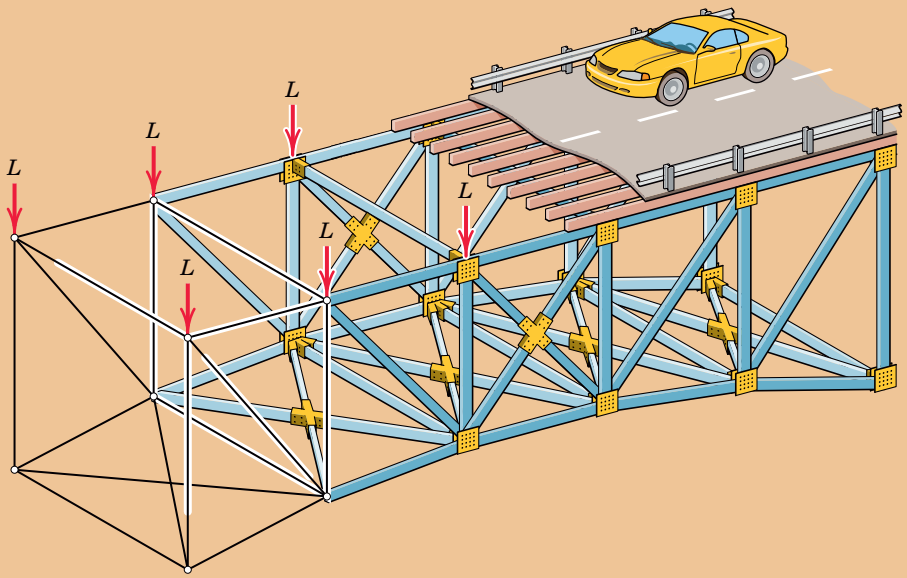






پودمان ۳

تحلیل سازه‌های ساختمانی



واحد یادگیری ۵ تحلیل خرپا

مقدمه

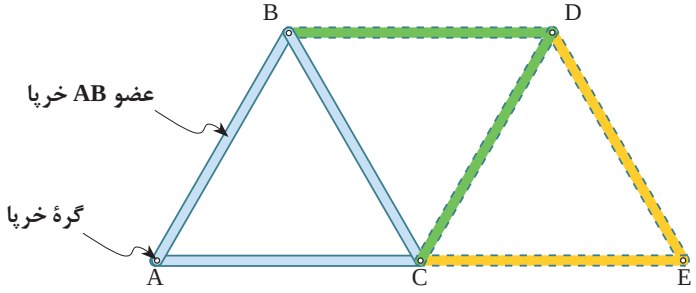
سازه‌های ساختمانی شامل انواع سازه‌های قابی، سازه‌های پوسته‌ای، سازه‌های کابلی وسازه‌های خرپایی می باشد.
به هر عضو یا مجموعه‌ای از اعضا که نیروی وارد شده به آن را تحمل نموده و منتقل نماید، سازه گفته می‌شود. بنابراین تیرها، ستون‌ها، بادبندها و ... نیز نوعی سازه می‌باشند.
منظور از تحلیل سازه، بررسی پایداری سازه، تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی، نیروهای داخلی و تغییر شکل سازه تحت تأثیر نیروهای خارجی وارد به آن می‌باشد که درپودمان دوم کتاب راجع به تعیین عکس‌العمل‌ها بحث شد و در این پودمان تنها به تعیین نیروهای داخلی در اعضای خرپاهای صفحه‌ای و تیرها بسنده می‌شود.

۵ – ۱ – خرپا (Truss)

خرپاها سازه‌هایی هستند متشکل از اعضا (میله‌هایی) که در دو انتهای خود به صورت مفصل (پین) به یکدیگر متصل شده و عموماً تشکیل شبکه‌های مثلثی می‌دهند.

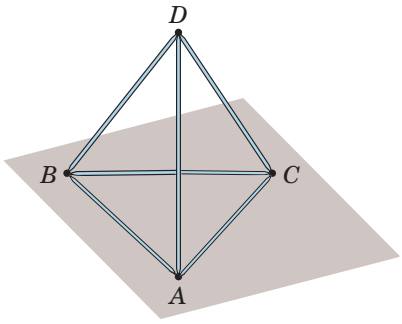
۵ – ۱ – ۱– انواع خرپا

خرپاها به طور کلی به دو گروه تقسیم می‌شوند.
۱- خرپاهای صفحه‌ای: خرپاهایی هستند که فرم پایه آنها تشکیل شده از سه عضو (میله) و سه گره (پین یا مفصل) که در یک صفحه واقع شده و با افزودن دو عضو و یک گره جدید گسترش می‌یابند. (شکل ۱)



شکل ۱ ▲

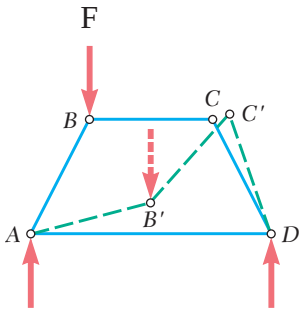
۲- خرپاهای فضایی: به خرپاهایی گفته می‌شود که فرم پایه آنها تشکیل شده از شش عضو و چهار گره که یک شبکه فضایی ساخته و با افزودن سه عضو و یک گره جدید گسترش می‌یابند. (شکل ۲)



شکل ۲ ▲

۵ – ۱–۲– شکل خرپاها

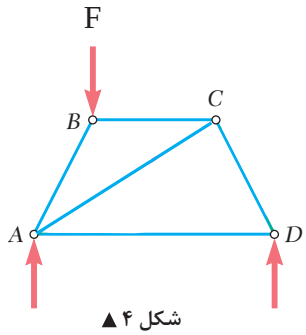
همان‌طور که گفته شد خرپاهای صفحه‌ای از تعدادی شبکه مثلثی تشکیل می‌یابند و دلیل استفاده از هندسهٔ مثلثی در آنها، پایداری هندسی مثلث نسبت به سایر اشکال هندسی می‌باشد. چرا که در مثلث تغییر زاویه مشروط به تغییر طول اضلاع آن می‌باشد و این تغییر در هندسهٔ مثلثی خرپاها به سادگی اتفاق نمی‌افتد درحالی‌که در یک هندسهٔ چهارضلعی بدون تغییر طول اضلاع آن‌ها تغییر شکل به راحتی صورت می‌پذیرد.



شکل ۳ ▲

با توجه به شکل (۳) دیده می‌شود که در چهارضلعی ABCD که اضلاع آن به صورت مفصل یا پین به هم متصل شده‌اند با وارد آوردن نیروی نه‌چندان بزرگ F به‌راحتی دچار تغییرشکل شده و نقطه B به B´ و C به C´ منتقل می‌شود، بنابراین سازه ناپایدار بوده و این مسئله نامطلوب است.

برای تأمین پایداری سازه فوق کافی است عضو قطری BC را به آن بیفزاییم و چهار ضلعی را به دو مثلث تبدیل نماییم. (شکل ۴)



شکل ۴ ▲

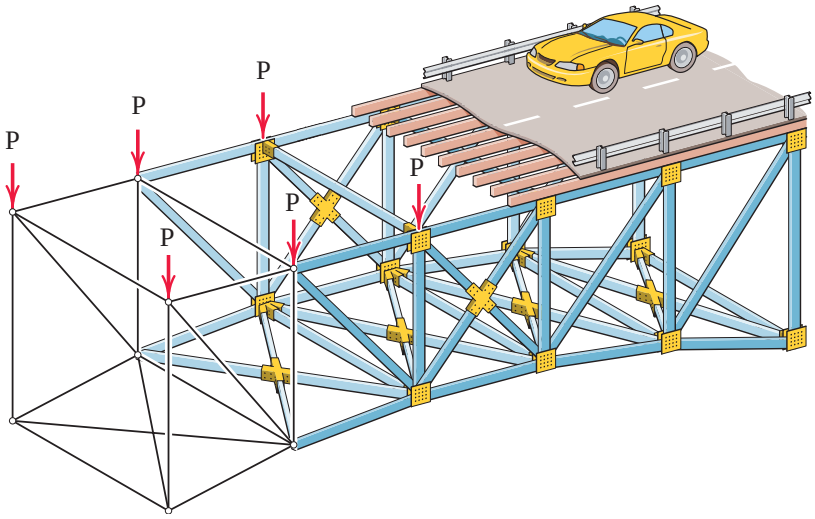
فعالیت عملی ۱

شکل‌های (۳) و (۴) را با قطعات چوبی و اتصال مفصلی بسازید و با اعمال نیروی متناسب، عملکرد آنها را با یکدیگر مقایسه نمایید.

۵ – ۱ – ۳– فرضیات تحلیل خرپاها

منظـور از تحلیـل خرپـا، تعییـن نیـروی داخلـی هـر عضـو خرپـا و محاسـبهٔ عکس‌العمل‌هـای تکیه‌گاهـی آن می‌باشـد و مبتنـی بـر فرضیاتـی بـه شـرح ذیل اسـت:

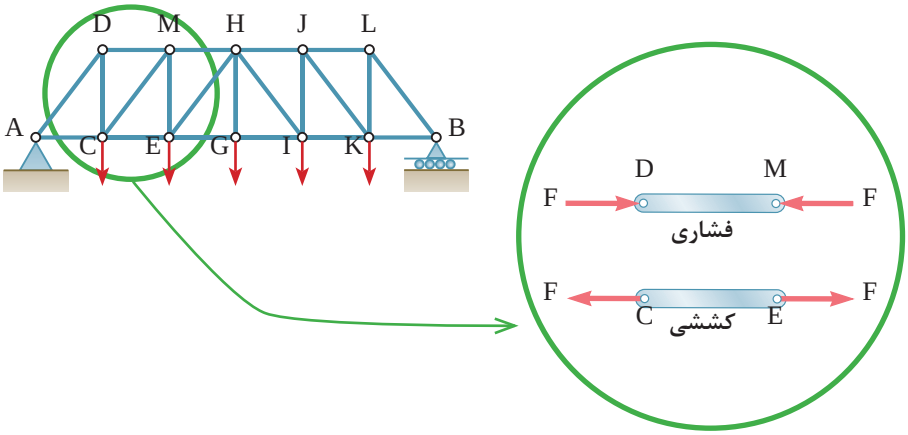
۱- نیروهای خارجی وارد بر خرپا در صفحه خرپا و در محل گره‌ها به آن اعمال می‌شود. (شکل ۵)



شکل ۵ ▲

۲- اعضای خرپا (میله‌ها) به صورت مفصلی به یکدیگر متصل می‌شوند.

بـا توجـه بـه فرضیـات فوق، نیروهـای داخلی و خارجـی در محل گره بـه صورت متقـارب خواهند بـود. بنابراین نیروهـای داخلـی اعضـا در راسـتای آنهـا و به صورت کششـی یا فشـاری عمل می‌نمایند. (شـکل ۶)



شکل ۶ ▲

۵ – ۱–۴– روش تحلیل خرپا

برای تحلیل خرپاها روش‌های مختلفی وجود دارد که در اینجا به روش تحلیل مفاصل (گره‌ها) اشاره می‌شود و در مقاطع بالاتر با سایر روش‌های تحلیل خرپا آشنا خواهید شد.

۵ – ۱ – ۵– روش مفاصل (گره‌ها) در تحلیل خرپاها

فلسفه این روش بر این اصل استوار است که چون کل خرپا در حال تعادل است پس هر گره یا جزء آن نیز باید در حال تعادل باشد، بنابراین عموماً مراحل تحلیل خرپا در این روش عبارت‌است از:

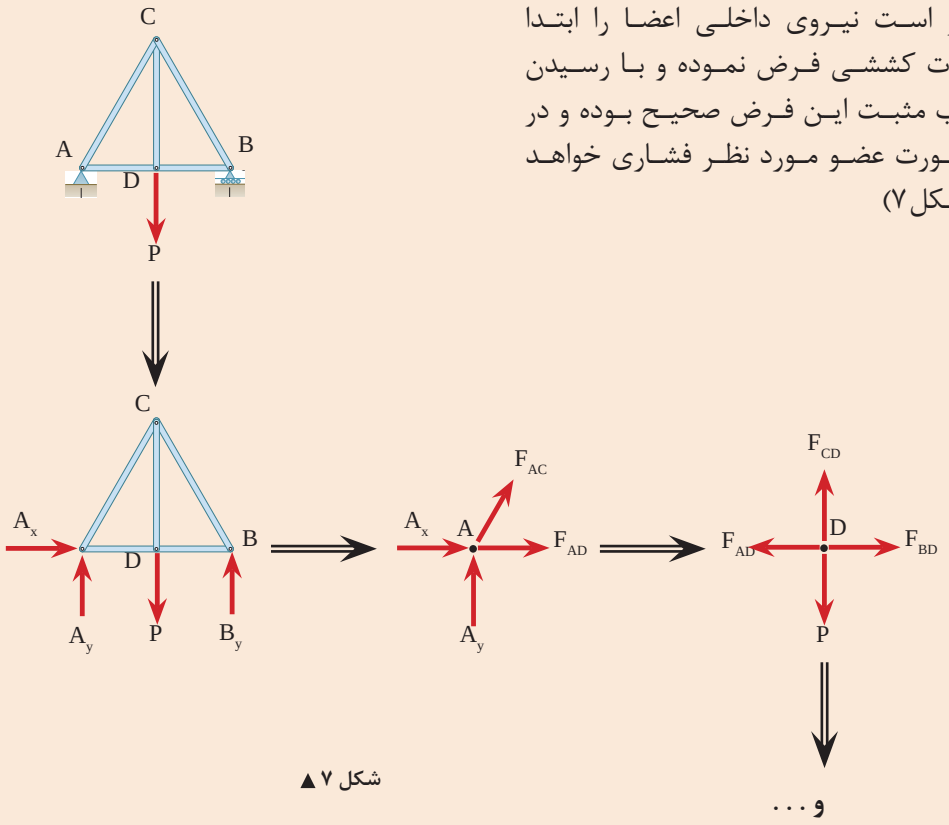
۱) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی ⟵ ۲) ترسیم پیکر آزاد هر گره ⟵

۳) اعمال شرایط تعادل هر گره (نقطهٔ مادی) یعنی: $\begin{cases}\Sigma F_x = 0\\ \Sigma F_y = 0\end{cases}$ ⟵ ۴) حل معادلات تشکیل‌شده و محاسبهٔ مجهولات مورد نظر

نکته

۱- در ترسیم پیکر آزاد گره‌ها، از گره‌ای شروع می‌نماییم که بیش از دو مجهول نداشته باشد.

۲- بهتر است نیروی داخلی اعضا را ابتدا به صورت کششی فرض نموده و با رسیدن به جواب مثبت این فرض صحیح بوده و در غیراین‌صورت عضو مورد نظر فشاری خواهد بود. (شکل ۷)

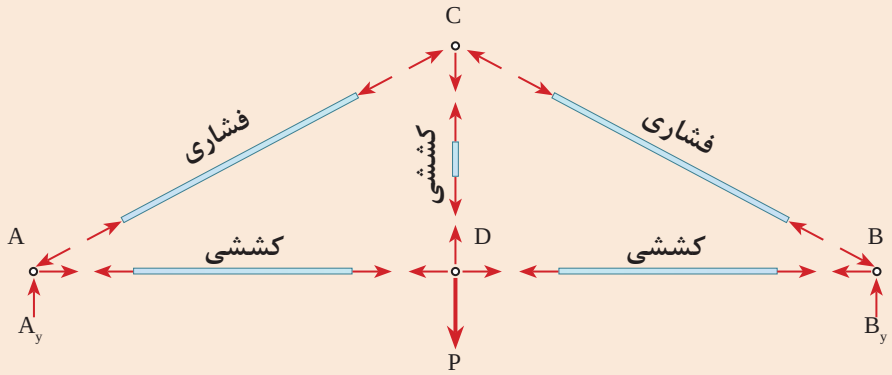


شکل ۷ ▲

نکته

۳- در ترسیم پیکر آزاد هرگره جهت نیروهای کششی از گره دور شده و جهت نیروهای فشاری به گره نزدیک می‌شود.

نتیجه نهایی تحلیل خرپای شکل (۷) در شکل (۸) نشان داده شده است.



شکل ۸ ▲

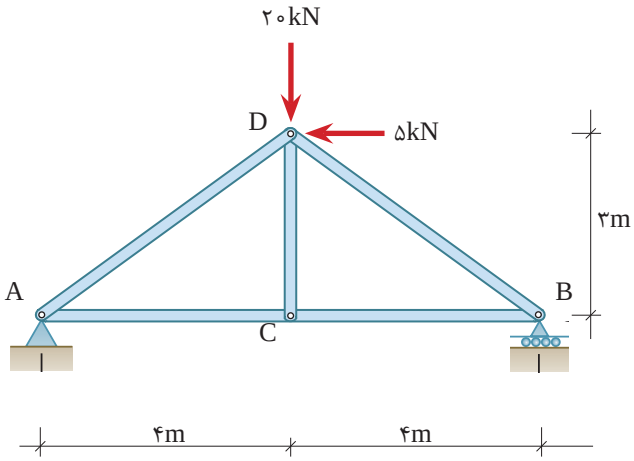
تحقیق کنید

در کتاب‌های تاریخ فنی غرب، چنین آمده است که اولین نوع ساختمان‌های خرپایی، در قرن شانزدهم میلادی ساخته شده است. همچنین گفته شده که اولین نوع خرپای واقعی ثبت‌شده در تاریخ در قرن شانزدهم میلادی توسط یک مهندس رومی به‌نام پالادیو (Paladio) (۱۵۸۰ - ۱۵۱۸ م) ابداع و ساخته شده است. اما سندهای تاریخی نشان‌دهندهٔ آن است که ساختمان خرپایی در ایران باستان از هزارهٔ سوم قبل از میلاد ساخته می‌شده است. مورد استناد در این بررسی لوحه‌ای است که در حفاری‌های باستان‌شناسی شوش به‌دست آمده و تاریخ آن به هزارهٔ سوم قبل از میلاد (پنج هزار سال پیش) می‌رسد.

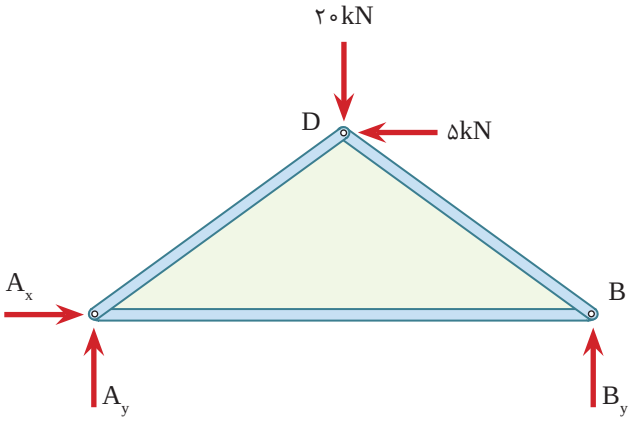
در مورد موارد ذکر شده تحقیقی انجام داده و در جلسه آینده در کلاس ارائه نمایید.

مثال ۱

خرپای شکل روبه‌رو را تحلیل نمایید.



۱- ترسیم پیکر آزاد کل خرپا



۲- محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 5\ kN \rightarrow}$$

$$+\uparrow\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 20 = 0$$

$$A_y + B_y = 20\ kN \qquad \text{معادله I}$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft}\ \Sigma M_A = 0 \Rightarrow 20\times 4 - 5\times 3 - B_y \times 8 = 0$$

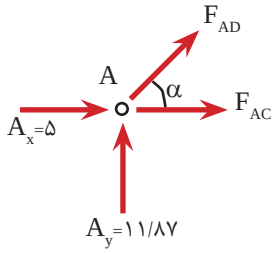
$$B_y = \frac{65}{8} \Rightarrow \boxed{B_y = 8/13\ kN}$$

$$\text{در معادله I} \quad A_y + 8/13 = 20 \Rightarrow \boxed{A_y = 11/87\ kN}$$

۳- تحلیل گره‌ها

برای تحلیل گره‌ها با توجه به وجود دو عضو (دو مجهول) در هر یک از گره‌های A و B می‌توانیم از هریک از آنها شروع نماییم که در این مثال گرهٔ A انتخاب می‌گردد.

پیکر آزاد گرهٔ A :



$$\alpha = \tan^{-1}(\frac{۳}{۴}) = ۳۶/۸۶^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = ۰/۶ \\ \cos\alpha = ۰/۸ \end{cases}$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = ۰ \Rightarrow ۵ + F_{AD}\cos\alpha + F_{AC} = ۰ \Rightarrow ۵ + ۰/۸F_{AD} + F_{AC} = ۰ \quad \text{معادله II}$$

$$^{+}\uparrow \Sigma F_y = ۰ \Rightarrow ۱۱/۸۷ + F_{AD}\sin\alpha = ۰ \Rightarrow ۰/۶F_{AD} = -۱۱/۸۷$$

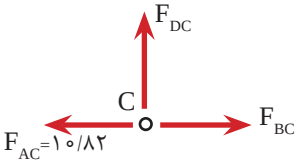
$$\Rightarrow \boxed{F_{AD} = -۱۹/۷۸\text{kN} \quad \text{فشاری}}$$

$$\text{از معادله II} \Rightarrow ۵ + ۰/۸(-۱۹/۷۸) + F_{AC} = ۰$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{AC} = ۱۰/۸۲\text{kN} \quad \text{کششی}}$$

باتوجه به مشخص شدن نیروی داخلی عضو AC می‌بینیم که گرهٔ C نیز دارای دو مجهول BC و CD می‌باشد و اکنون می‌توان تحلیل این گره را آغاز کرد.

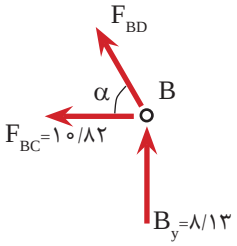
پیکر آزاد گرهٔ C:



$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F_{BC} - ۱۰/۸۲ = ۰ \Rightarrow \boxed{F_{BC} = ۱۰/۸۲\ \text{kN} \quad \text{کششی}}$$

$$^{+}\uparrow \Sigma F_y = ۰ \Rightarrow \boxed{F_{CD} = ۰}$$

پیکر آزاد گرهٔ B:



$$^{+}\uparrow \Sigma F_y = ۰ \Rightarrow F_{BD}\sin\alpha + ۸/۱۳ = ۰$$

$$\Rightarrow F_{BD} = \frac{-۸/۱۳}{۰/۶} \Rightarrow \boxed{F_{BD} = -۱۳/۵۵\ \text{kN} \quad \text{فشاری}}$$

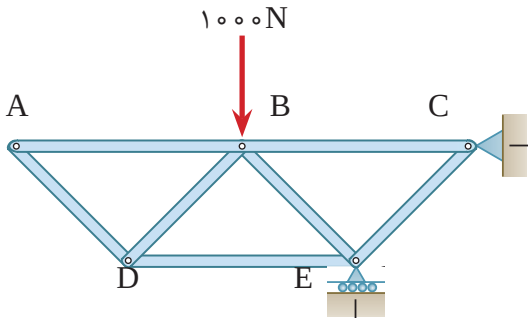
۵ – ۱ – ۶– اعضای صفر نیرویی

درمثال (۱) ملاحظه گردید که نیروی داخلی عضو CD برابر صفر است که اصطلاحاً به آن عضو صفر نیرویی گفته می‌شود.

در موارد زیر می‌توان اعضای صفر نیرویی را بدون تحلیل تشخیص داد.

الف) هرگاه در گره‌ای دو عضو غیر هم‌راستا وجود داشته باشد و به آن گره نیروی خارجی و یا عکس‌العمل تکیه‌گاهی اعمال نشود، هر دو عضو صفر نیرویی خواهند بود. برای نمونه در شکل (۹)، اعضای AB و AD دارای چنین شرایطی هستند. بنابراین این اعضا صفر نیرویی خواهند بود. یعنی:

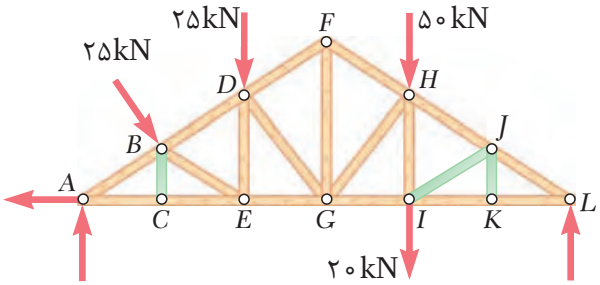
$$F_{AB} = F_{AD} = 0$$



شکل ۹ ▲

آیا این خرپا دارای عضو صفر نیرویی دیگری می‌باشد؟ چرا؟ نام ببرید.

ب) هرگاه در گره‌ای سه عضو وجود داشته باشد که دو عضو آن هم‌راستا باشند، در صورتی که نیروی خارجی روی گرهٔ مذکور نباشد، عضو سوم صفر نیرویی خواهد بود. در خرپای شکل (۱۰) اعضای BC و JK و IJ صفر نیرویی می‌باشند.



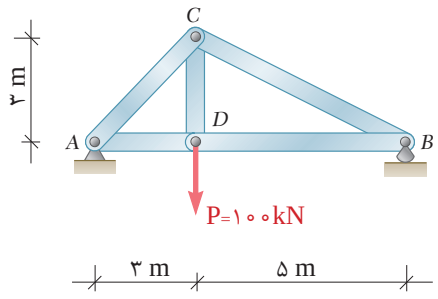
شکل ۱۰ ▲

فعالیت کلاسی ۱

در خرپای شکل روبه‌رو مطلوب‌است:

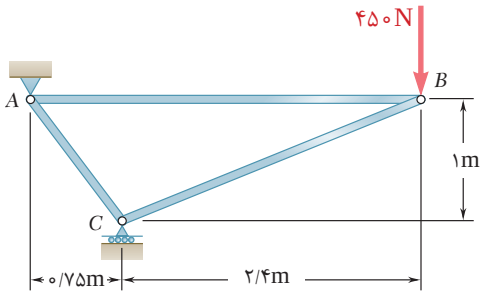
الف) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

ب) محاسبه نیروهای داخلی اعضا و تعیین کششی یا فشاری بودن آنها

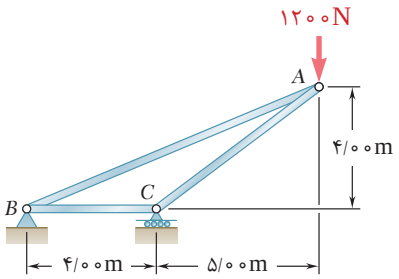


فعالیت کلاسی ۲

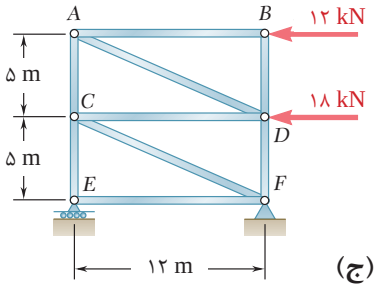
در خرپاهای زیر نیروهای داخلی اعضا را محاسبه نمایید.



(الف)



(ب)



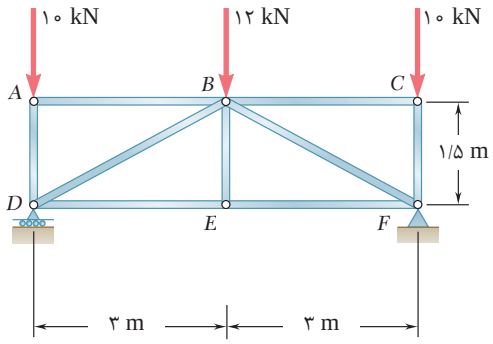
(ج)

فعالیت کلاسی ۳

در خرپای شکل روبه‌رو

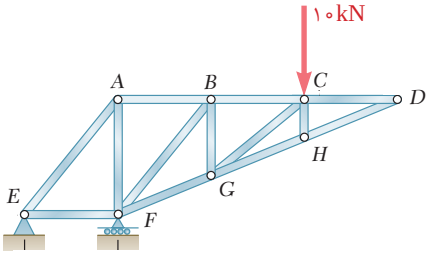
اولاً: اعضای صفر نیرویی را تعیین کنید.

ثانیاً: نیروی داخلی سایر اعضا را محاسبه کنید.

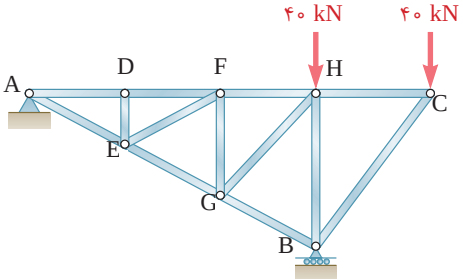


فعالیت کلاسی ۴

در خرپاهای زیر اعضای صفر نیرویی را مشخص نمایید.



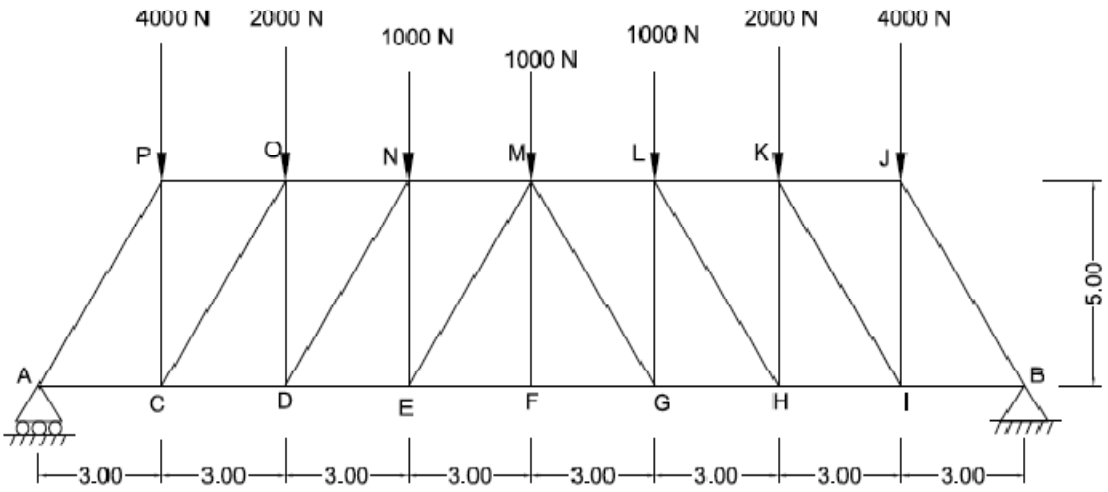
(الف)



(ب)

فعالیت کلاسی ۵

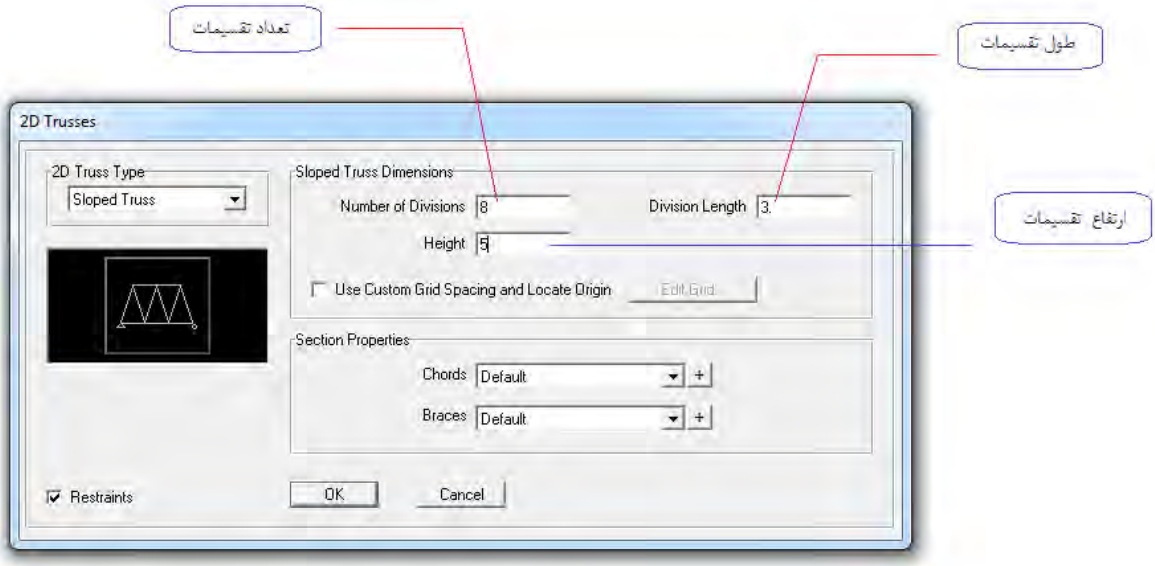
خرپای زیر را به کمک برنامه SAP تحلیل کنید. از وزن اعضا خرپا صرف‌نظر کنید.



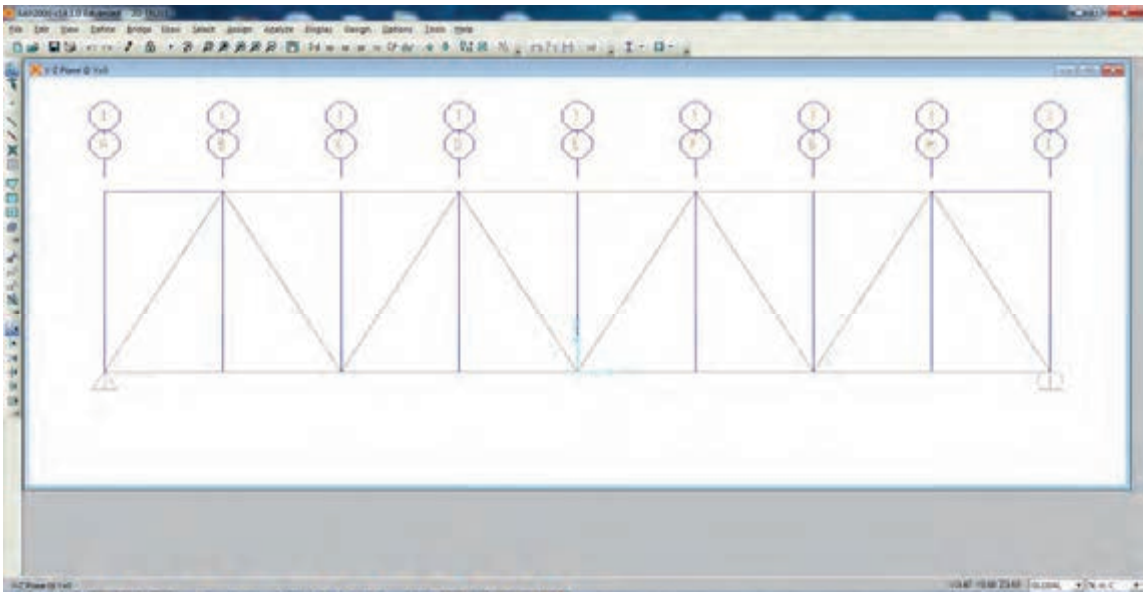
برای شروع برنامه SAP را راه‌اندازی نموده و مراحل زیر را انجام دهید.

• با توجه به صورت سؤال واحدها را روی N و m و c قرار دهید.

• سپس گزینه new model را کلیک و این بار از بین نمونه‌ها 2D TRUSS را انتخاب نموده و با توجه به شکل سؤال صفحه زیر را تکمیل کنید.

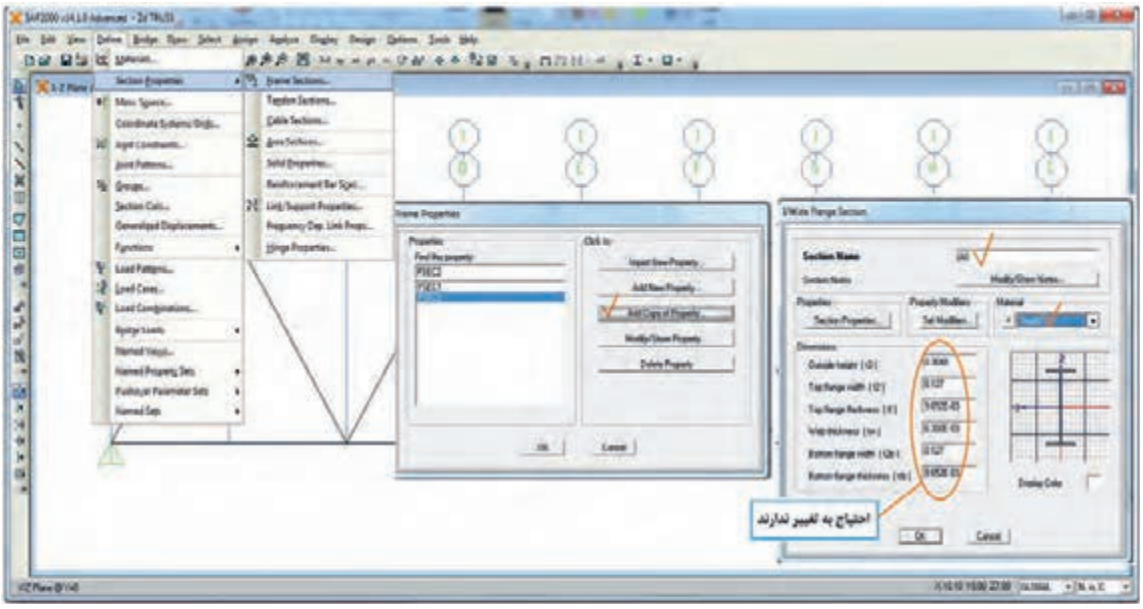


پس از تأیید، خرپا مدل می‌شود. برای این که مدل مطابق تمرین عملی باشد باید اعضای اضافی پاک شده و همچنین اعضای ممتد مجدداً ترسیم شوند. نتیجهٔ نهایی به صورت شکل صفحهٔ بعد خواهد بود.

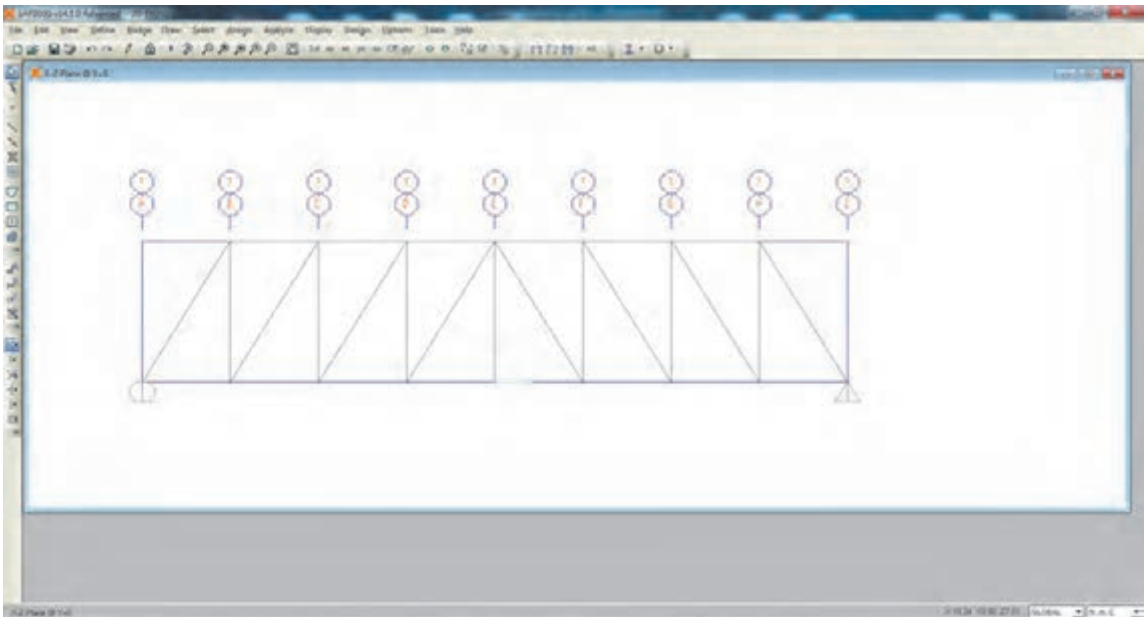


برای این‌که هم‌زمان با ترسیم اعضا، مقطع هر عضو را تعیین کنیم لازم است ابتدا یک ماده با وزن مخصوص صفر تعریف نموده و یک مقطع دلخواه برای این ماده تعریف کرده و در زمان ترسیم اعضا در قسمت مربوط به معرفی سطح مقطع آن‌را انتخاب کنیم.

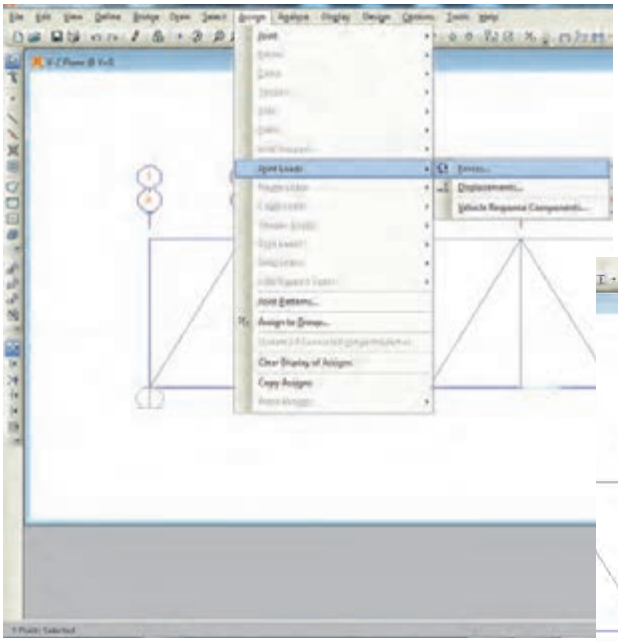
در این جا مثل تمرین قبل ماده‌ای با اسم Steel۰ تعریف می‌کنیم وسپس یک مقطع به نام A۰ تعریف کرده که مراحل این کار در شکل‌های زیر دیده می‌شود.

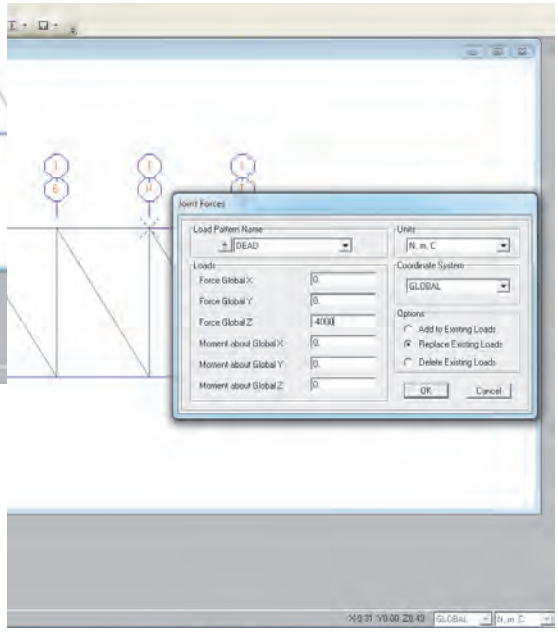


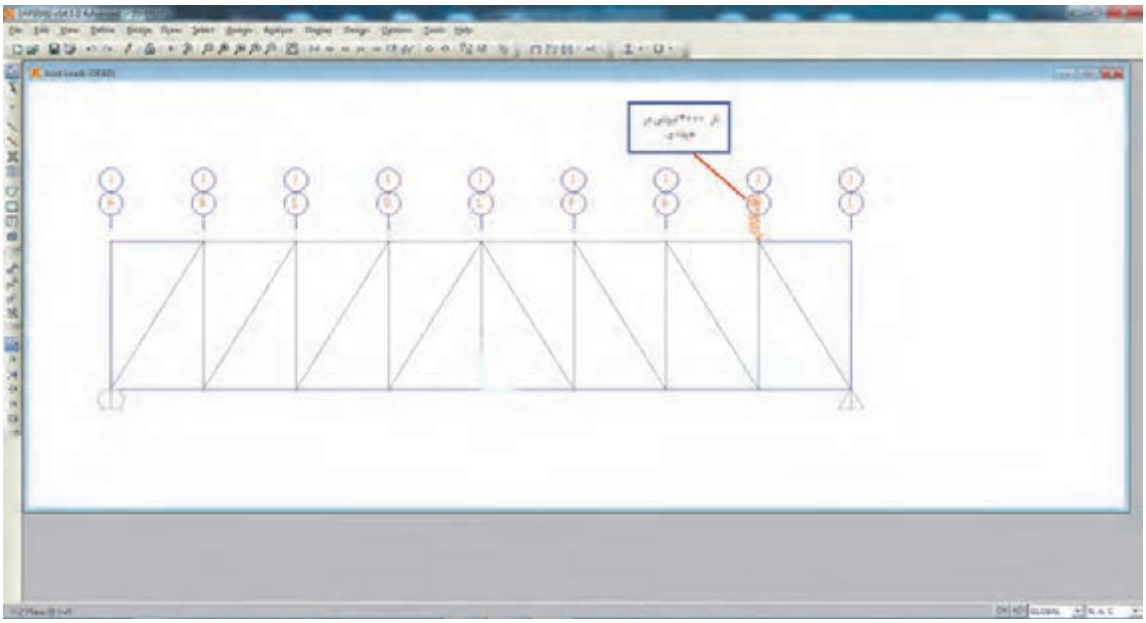
نتیجهٔ نهایی به صورت شکل صفحهٔ بعد است که با کلیک روی هر عضو می‌توانید مقطع هر عضو را ببینید که آیا درست تعریف شده‌اند یا نه.



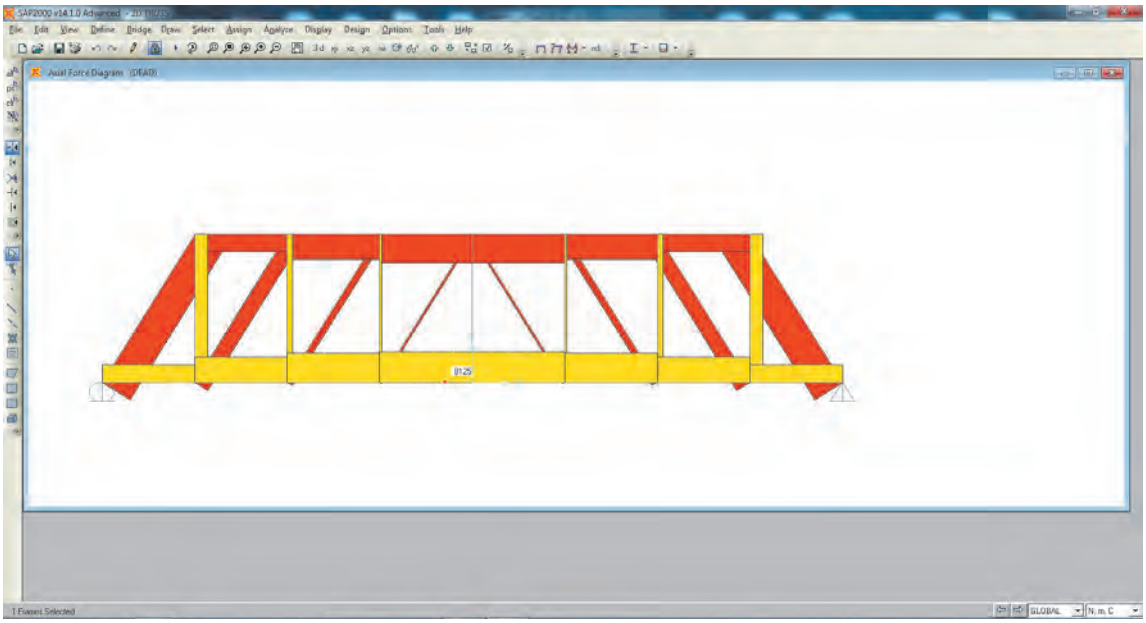
گام بعـدی بارگـذاری روی گره‌هـای J ، K ، L ، M ، N، O، P می‌باشـد کـه نحـوهٔ بارگذاری یک گره در شـکل زیر دیده می‌شـود.







بارگذاری سایر گره‌ها به همین شکل انجام می‌شود.
پس از بارگذاری و کنترل صحت کار انجام شده، با کلیک روی run analysis تحلیل خرپا انجام می‌گردد.
مانند تمرین قبل نیروهای هر عضو را با کلیک روی آن عضو و نوع نیرو را نیز می‌توانید مشاهده کنید.
در شکل زیر چند نمونه را مشاهده می‌کنید.



نمایش نیروی محوری اعضا

از نتایج کار پرینت تهیه کنید و با هم‌کلاسی‌های خود نتایج را بررسی نمایید.

واحد یادگیری ۶ تحلیل تیرها

۶–۱– تحلیل تیر

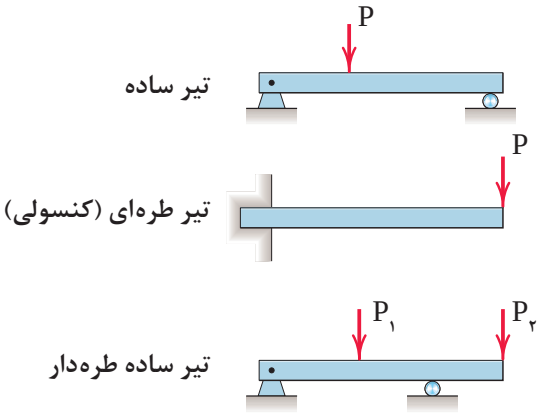
هدف از تحلیل تیر در این واحد یادگیری تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی در هر مقطع از تیر می‌باشد.

۶–۱–۱– تعریف تیر (Beam)

تیر عضوی است که بارهای عمود بر محور خود را تحمل و منتقل می‌نماید و در اکثر سازه‌های ساختمانی به‌کار می‌رود.

۶–۱–۲– انواع تیرها از نظر شرایط تکیه‌گاهی

با توجه به انواع تکیه‌گاه‌ها که قبلاً معرفی شده‌اند تیرها می‌توانند به صورت‌های مختلف روی تکیه‌گاه‌ها قرار گیرند که در این قسمت به معرفی چند نوع از آنها اکتفا می‌شود. (شکل ۱)

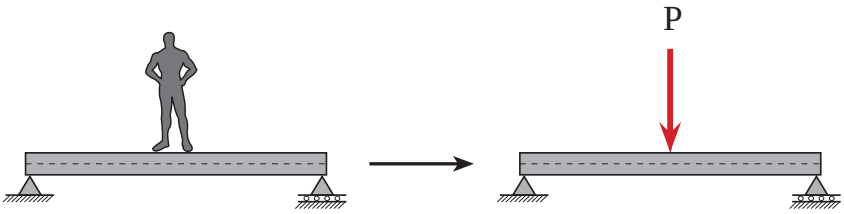


شکل ۱ ▲

۶–۱–۳– انواع بارهای وارد به تیر

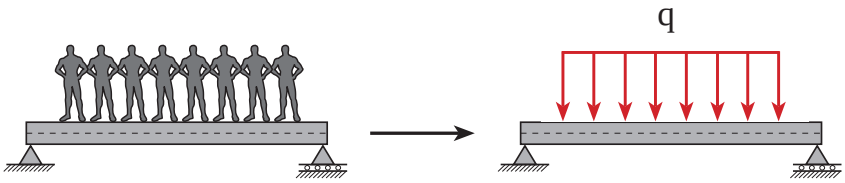
بارها به صورت‌های گوناگون به تیرها وارد می‌گردند که تعدادی از آنها عبارت‌اند از:

الف) بار متمرکز



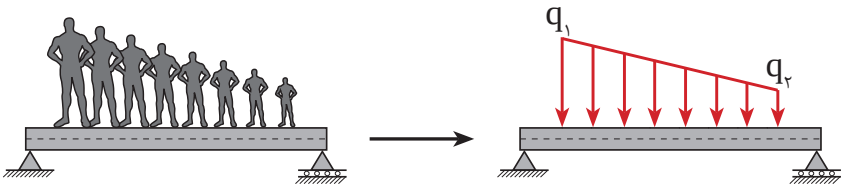
شکل ۲ ▲

ب) بار گسترده یکنواخت



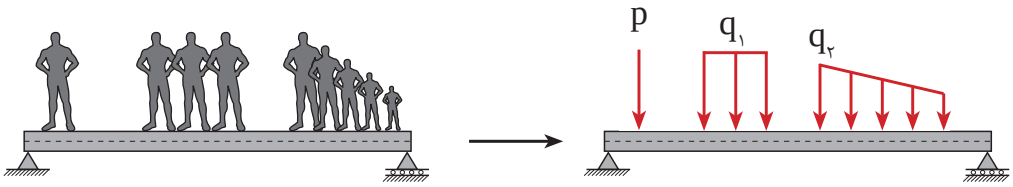
شکل ۳ ▲

ج) بار گسترده غیر یکنواخت



شکل ۴ ▲

د) ترکیبی از انواع فوق



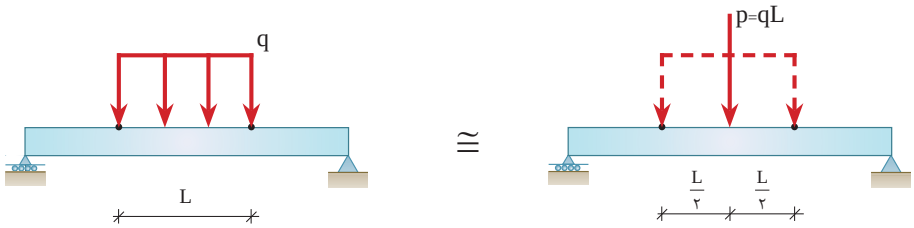
شکل ۵ ▲

۶–۱–۴– تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیرها با بار گسترده یکنواخت

برای محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیرها تحت بار گستردهٔ یکنواخت ابتدا باید مقدار و محل اثر برآیند بارهای گسترده یکنواخت وارد به تیر را تعیین نمود. مطابق شکل (۶)

مقدار برآیند بار گسترده برابر مساحت مستطیل بار وارده و محل اثر آن نقطهٔ تلاقی دو قطر مستطیل (نصف طول آن) خواهد بود.

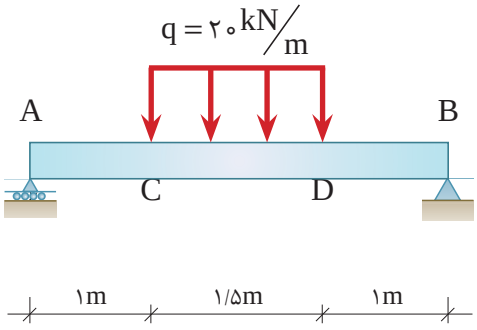
با توجه به موارد فوق‌الذکر پیکر آزاد تیر را ترسیم نموده و عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را محاسبه می‌نماییم.



شکل ۶ ▲

مثال ۱

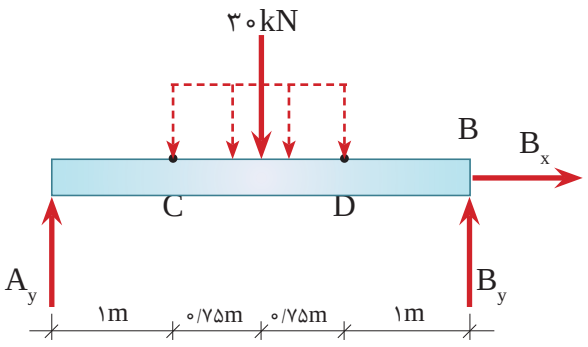
عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیر شکل زیر رامحاسبه نمایید.

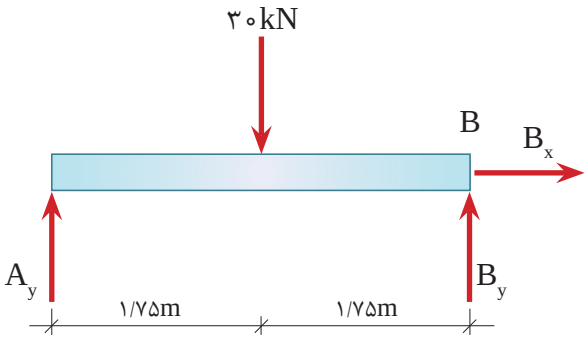


الف) ابتدا مقدار برآیند بار گسترده (مساحت مستطیل) را به‌دست می‌آوریم.

$$P = q.L \Rightarrow P = ۲۰ \times ۱/۵ = ۳۰ kN$$

ب) محل اثر برآیند بار گسترده در نصف طول مستطیل می‌باشد که در پیکر آزاد تیر دیده می‌شود.





ج) با تشکیل معادلات تعادل و حل آنها خواهیم داشت:

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow \boxed{B_x = ۰}$$

$$^{+}\uparrow \Sigma F_y = ۰ \Rightarrow A_y + B_y - ۳۰ = ۰$$

$$\Rightarrow \boxed{A_y + B_y = ۳۰\ kN} \quad I$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M_A = ۰ \Rightarrow ۳۰ \times ۱/۷۵ - B_y \times ۳/۵ = ۰$$

$$\Rightarrow \boxed{B_y = ۱۵\ kN}$$

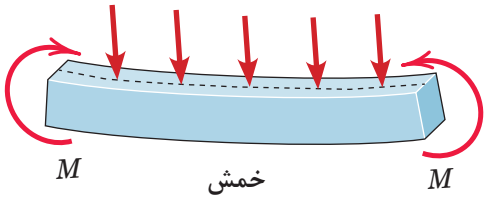
مقدار B_y را در معادله I قرار می‌دهیم تا Ay به‌دست آید.

$$\text{از معادلهٔ I} \Rightarrow A_y + B_y = ۳۰ \Rightarrow A_y + ۱۵ = ۳۰ \Rightarrow \boxed{A_y = ۱۵\ kN}$$

۶–۱–۵– رفتار تیر تحت تأثیر بارهای خارجی

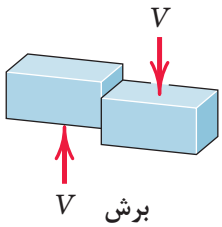
هنگامی که تیری تحت تأثیر نیروهای خارجی مطابق شکل (۷) واقع می‌شود، در آن پدیده‌های خمش و برش ایجاد می‌گردد.

پدیده خمش باعث ایجاد کشش و فشار در لایه‌ها یا تارهای تحتانی و فوقانی تیر می‌گردد. (شکل ۷)



شکل ۷ ▲

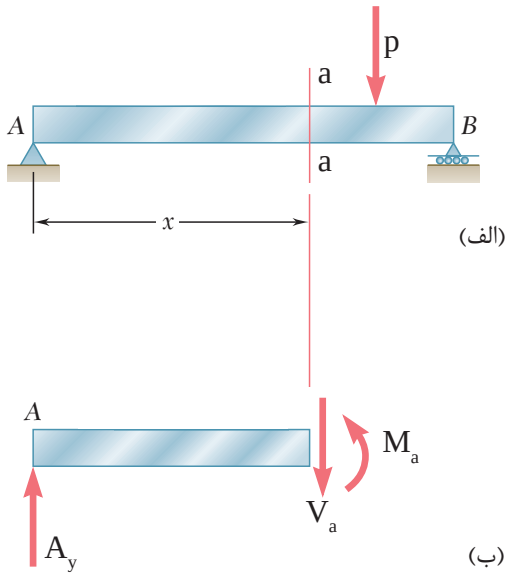
پدیده برش، رفتاری از تیر است که تمایل دارد تیر را در مقاطع مختلف آن قطع نماید. این رفتار، شبیه رفتار یک قیچی می‌باشد. (شکل ۸)



شکل ۸ ▲

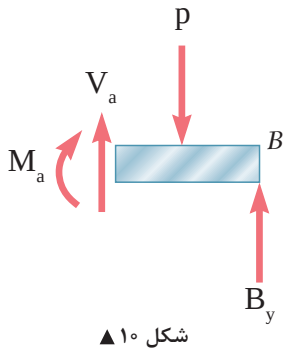
۶–۱–۶– نیروهای داخلی در تیرها با بار متمرکز

هنگامی که تیر تحت تأثیر بار قرار می‌گیرد در هر نقطه از طول تیر نیروهایی به‌وجود می‌آیند که به آنها نیروهای داخلی تیر می‌گویند. برای این‌که نیروهای داخلی در هر نقطه از تیر تعیین شود باید یک برش (مقطع) عمود بر محور تیر در آن نقطه در نظر گرفت و پیکر آزاد یکی از قطعات سمت چپ یا راست مقطع مورد نظر را ترسیم نموده و با توجه به بحث تعادل اثر قطعه دیگر را بر روی آن اعمال کرد. به عنوان مثال در شکل (۹) در مقطع a-a خواهیم داشت:



شکل ۹ ▲

و مطابق قانون سوم نیوتن همین اثر روی قطعه سمت راست و در جهت مخالف وجود دارد. (شکل ۱۰)

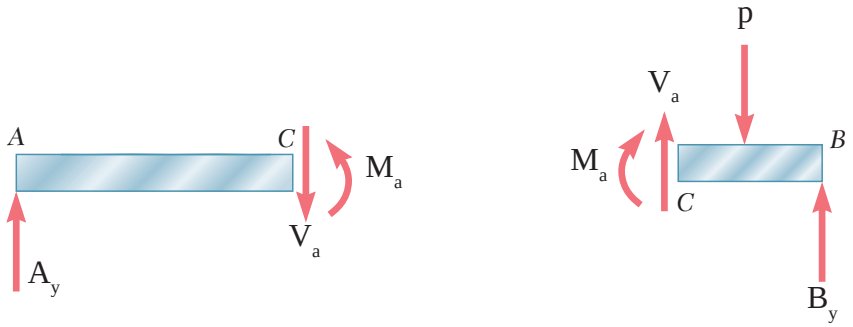


شکل ۱۰ ▲

بنابراین نیروهای داخلی در هر مقطع از تیرها عبارت‌اند از:
۱- نیروی برشی (V)
۲- لنگر خمشی (M)

۶-۱-۶-۱- علائم قراردادی نیروهای داخلی تیرها

برای ایجاد یکنواختی در محاسبات نیروهای داخلی در مقاطع تیرها بهتر است جهت‌های مثبت نیروی برشی و لنگر خمشی را به صورت شکل (۱۱) در نظر بگیریم.



قطعه سمت راست — قطعه سمت چپ

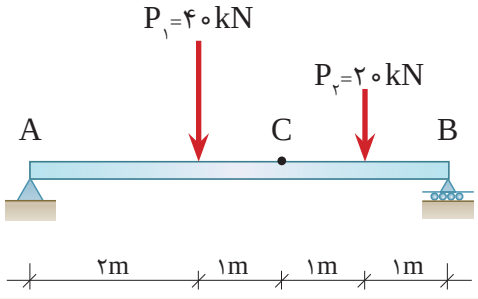
شکل ۱۱ ▲

۶-۱-۶-۲- محاسبهٔ نیروهای داخلی تیرها با بار متمرکز

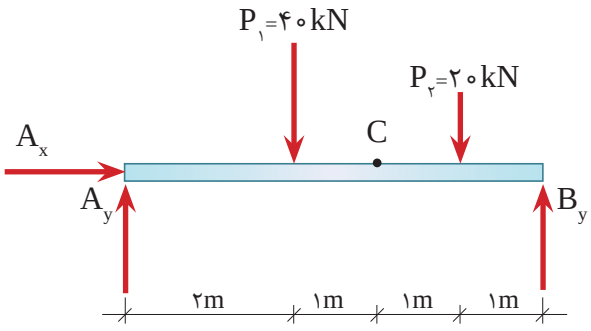
برای محاسبهٔ نیروهای داخلی در هر مقطع، پس از ترسیم پیکر آزاد یکی از قطعات سمت چپ یا راست آن مقطع و قرار دادن نیروی برشی V و لنگر خمشی M مطابق قرارداد فوق کافی‌است معادلات تعادل را برای قطعه مورد نظر تشکیل داده و اقدام به حل آنها نماییم.

مثال ۲

در تیر شکل مقابل مطلوب است:
الف) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی
ب) محاسبه نیروی برشی و لنگر خمشی در نقطهٔ C



گام۱) ترسیم پیکر آزاد تیر:



گام۲) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی:

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 40 - 20 = 0$$

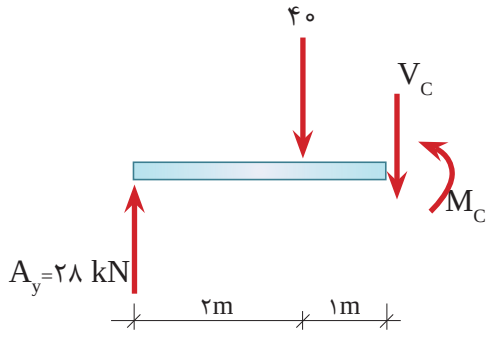
$$A_y + B_y = 60 \text{ kN} \quad \text{رابطهٔ I}$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 40\times 2 + 20\times 4 - 5B_y = 0$$

$$\boxed{B_y = 32 \text{ kN}}$$

$$\text{از رابطهٔ I} \Rightarrow A_y + 32 = 60 \Rightarrow \boxed{A_y = 28 \text{ kN}}$$

گام۳) برای تعیین نیروهای داخلی در مقطع C، تیر را در این نقطه به دو قسمت تقسیم نموده و قطعهٔ سمت چپ را مورد بررسی قرار می‌دهیم.



گام۴) تشکیل معادلات تعادل و حل آنها برای این قطعه

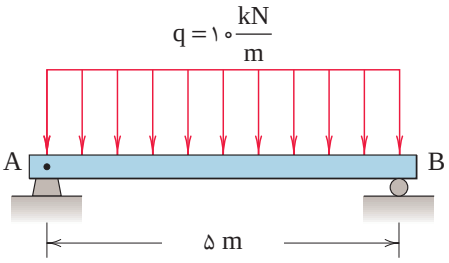
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 28 - 40 - V_c = 0 \Rightarrow \boxed{V_c = -12 \text{ kN}}$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M_c = 0 \Rightarrow 28\times 3 - 40\times 1 - M_c = 0$$

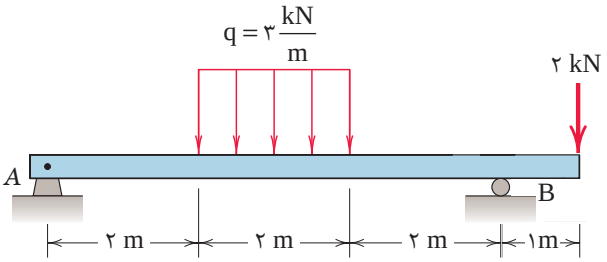
$$\boxed{M_c = 44 \text{ kN.m} \circlearrowleft}$$

فعالیت کلاسی ۱

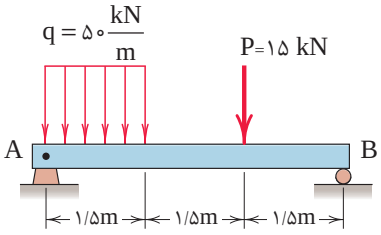
عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیرهای زیر را به‌دست آورید.



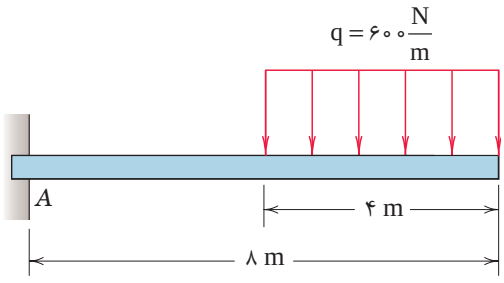
(الف)



(ب)



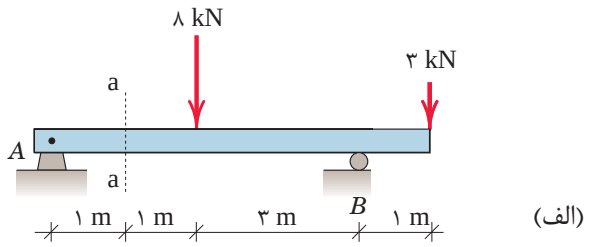
(ج)



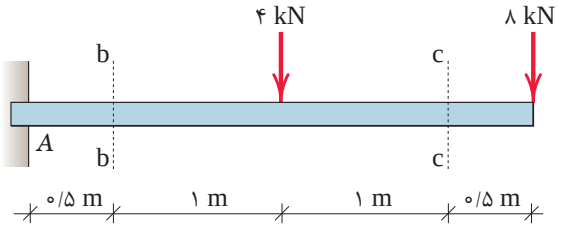
(د)

فعالیت کلاسی ۲

در تیرهای زیر نیروی برشی و لنگر خمشی را در مقاطع نشان‌داده شده به‌دست آورید.



(الف)



(ب)

۶-۱-۷- مقادیر حداکثر نیروهای برشی و لنگر خمشی در تیرها با بار متمرکز

در مثال قبل چگونگی محاسبه نیروی برشی و لنگر خمشی در نقطه دلخواه C را مشاهده نمودیم. برای مهندسین معمولاً مقدار ماکزیمم نیروهای داخلی و محل آنها مهم است.

حال این سؤال مطرح می‌شود که مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی حداکثر در کدام نقطه از طول تیر به وجود می‌آید؟

برای پاسخ به این سؤال باید مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی را در تمام نقاط طول تیر همانند مثال قبل محاسبه نموده تا مقادیر حداکثر مورد نظر و محل آنها مشخص شود که این روش، کاری است طاقت‌فرسا. لذا بهتر است که مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی در طول تیر را به صورت نمودار نشان داده و از روی نمودار مقادیر حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی و محل آنها را تعیین نمود.

۶-۱-۸- ترسیم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی تیرها با بار متمرکز

نمودار نیروی برشی و یا لنگر خمشی عبارت‌است از نموداری که مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی را در هر نقطه از تیر مشخص می‌نماید. هدف از ترسیم چنین نمودارهایی تعیین نقاطی است که حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در آنها به‌وجود می‌آید. برای رسیدن به این هدف تیر را با توجه به محل‌هایی که بارگذاری آن تغییر می‌نماید به چند ناحیه تقسیم نموده و در هر ناحیه معادلات نیروی برشی و لنگر خمشی را بر حسب طول تیر تعیین و سپس نمودار معادلات مذکور ترسیم می‌گردد.

مراحل ترسیم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی در تیر با بار متمرکز به شرح ذیل خواهد بود:

۱- محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیر

۲- ما بین هر دو بار متمرکز یک مقطع به فاصله X از تکیه‌گاه در نظر گرفته و محدوده X را تعیین می‌نماییم. عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی نیز، بار متمرکز محسوب می‌شوند.

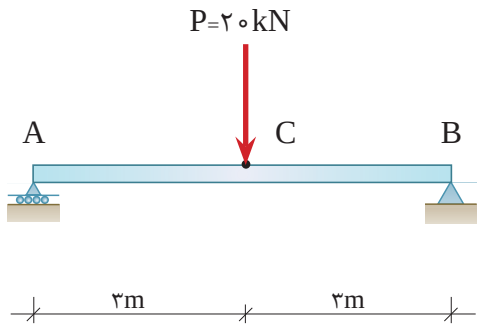
۳- پیکر آزاد یکی از قطعات سمت چپ و یا راست مقطع مورد نظر را ترسیم می‌کنیم.

۴- با تشکیل معادلات تعادل برای قطعهٔ مورد نظر، به معادلات نیروی برشی و لنگر خمشی بر حسب X خواهیم رسید.

۵- با ترسیم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی در محدوده‌های مختلف تیر به نمودارهای موردنظر دست می‌یابیم.

مثال ۳

نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی تیر مقابل را ترسیم نمایید.

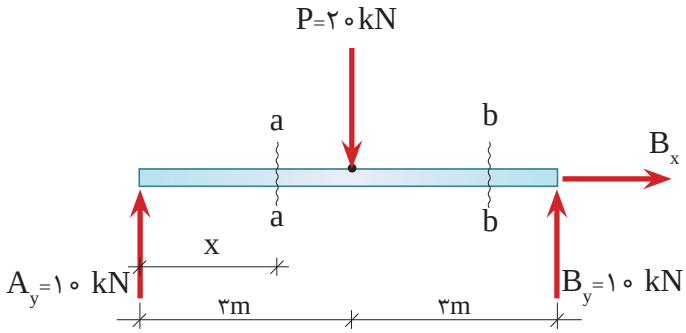


۱- محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی: با توجه به تقارن تیر داریم:

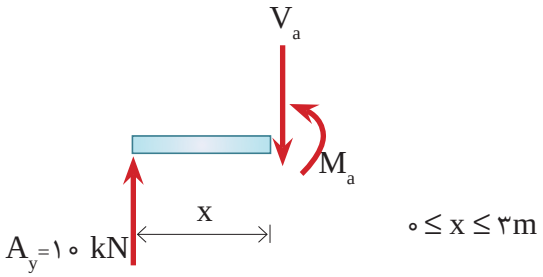
$$\overset{+\rightarrow}{\Sigma F_x} = 0 \Rightarrow \boxed{B_x = 0}$$

$$\boxed{A_y = B_y = \frac{20}{2} = 10 \text{ kN}}$$

۲- مقطع a-a به فاصله x از تکیه‌گاه A را در نظر گرفته و محدودهٔ x را مشخص می‌نماییم.



۳- ترسیم پیکر آزاد قطعهٔ سمت چپ مقطع a-a



$0 \le x \le 3m$

۴- با تشکیل معادلات تعادل برای قطعه فوق خواهیم داشت:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 10 - V_a = 0$$

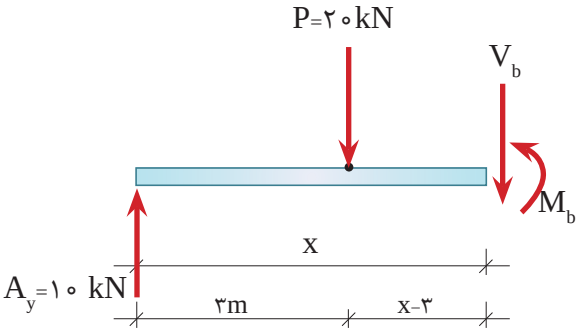
$$\boxed{V_a = 10\ kN} \quad (I) \qquad 0 \le x \le 3m$$ **معادله نیروی برشی در محدودهٔ**

$$+\circlearrowleft \Sigma M_a = 0 \Rightarrow 10 \times x - M_a = 0$$

$$\boxed{M_a = 10x} \quad (II) \qquad 0 \le x \le 3m$$ **معادله لنگر خمشی در محدودهٔ**

این معادلات مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی را در محدودهٔ $0 \le x \le 3m$ مشخص می‌نمایند.

عملیات صفحه قبل را برای مقطع b-b در محدودهٔ $۳m \le x \le ۶m$ تکرار می‌نماییم. خواهیم داشت:



مقطع b-b

$$+\uparrow \Sigma F_y = ۰ \Rightarrow ۱۰ - ۲۰ - V_b = ۰$$

$$\boxed{V_b = -۱۰ \text{ kN}} \quad (III) \qquad ۳m \le x \le ۶m$$ معادله نیروی برشی در محدودهٔ

$$+\circlearrowleft \Sigma M_b = ۰ \Rightarrow ۱۰ \times x - ۲۰ (x-۳) - M_b = ۰$$

$$M_b = ۱۰ x - ۲۰ (x-۳)$$

$$\boxed{M_b = ۶۰ - ۱۰x} \quad (IV) \qquad ۳m \le x \le ۶m$$ معادله لنگر خمشی در محدودهٔ

۵- اکنون نمودار نیروی برشی را با استفاده از معادلات I و III ترسیم می‌نماییم.

(I) $V_a = ۱۰ \text{ kN} \qquad ۰ \le x \le ۳m$

(III) $V_b = -۱۰ \text{ kN} \qquad ۳m \le x \le ۶m$

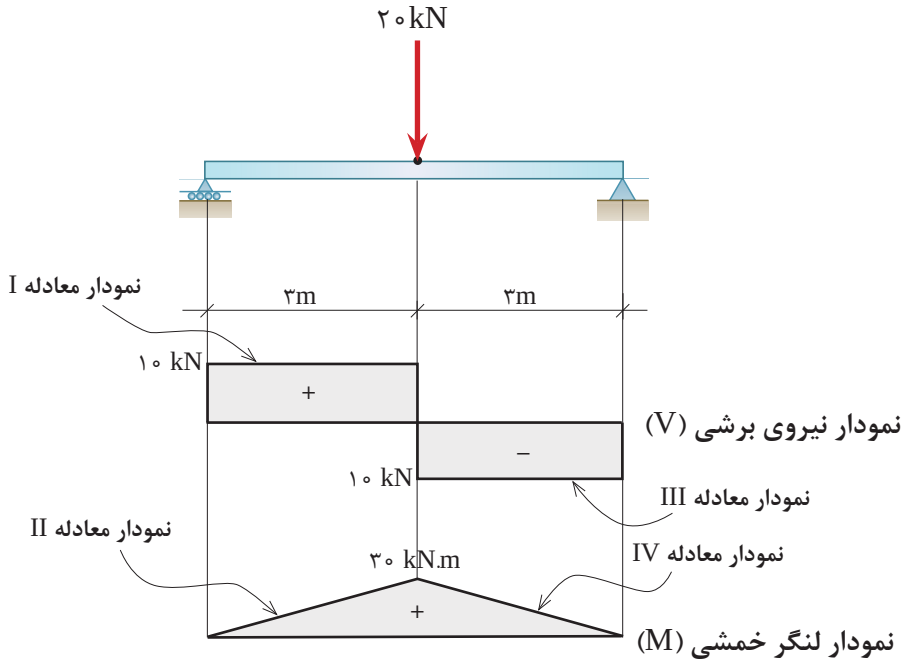
۶- نمودار لنگر خمشی را با استفاده از معادلات II و IV و به‌روش نقطه‌یابی در نقاط ابتدا و انتهای هر ناحیه ترسیم می‌کنیم.

(II) $M_a = ۱۰x \qquad ۰ \le x \le ۳m$

x (m)	M(kN.m)
۰	۰
۳	۳۰

(IV) $M_b = ۶۰ - ۱۰x \qquad ۳m \le x \le ۶m$

x (m)	M(kN.m)
۳	۳۰
۶	۰



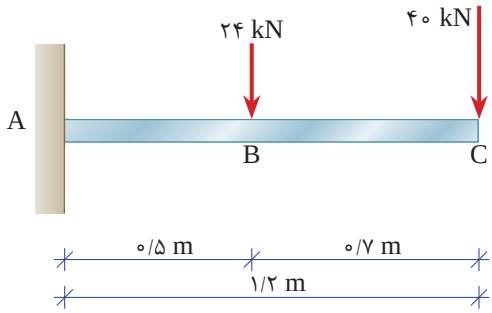
مثال ۴

در تیر شکل مقابل مطلوب‌است:

الف) ترسیم دیاگرام نیروی برشی تیر

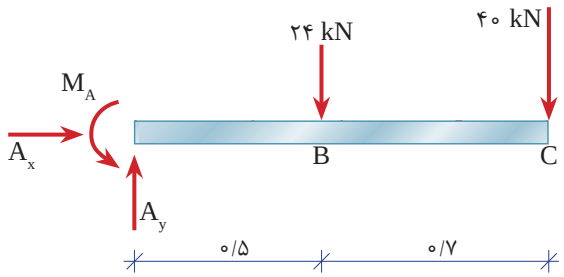
ب) ترسیم دیاگرام لنگر خمشی تیر

ج) تعیین نیروی برشی و لنگر خمشی حداکثر تیر.



حل:

الف) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

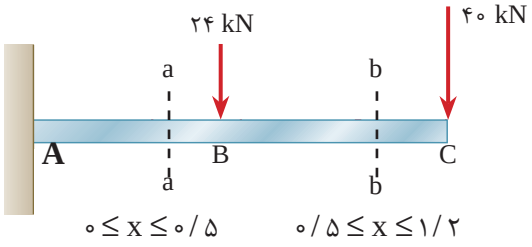


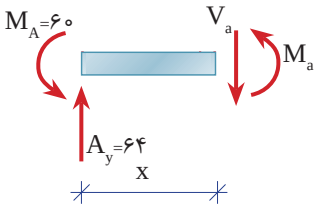
$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y - 24 - 40 = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 64\ kN}$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -M_A + 24\times 0/5 + 40\times 1/20 = 0 \Rightarrow \boxed{M_A = 60\ kN.m}$$

معادلات نیروی برشی و لنگر خمشی در ناحیه AB ($0 \le x \le 0/5$):



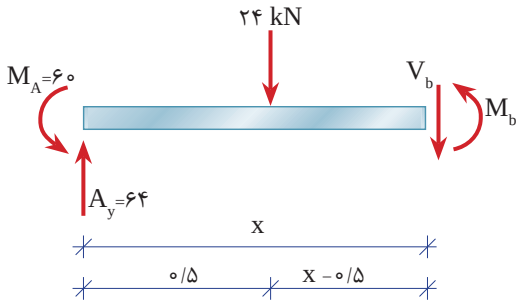


مقطع a–a

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 64 - V_a = 0 \Rightarrow \boxed{V_a = 64\ kN} \qquad 0 \le x \le 0/5$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M_a = 0 \Rightarrow -M_a + 64x - M_A = 0 \Rightarrow \boxed{M_a = 64x - 60}$$

معادلات نیروی برشی و لنگر خمشی در ناحیه BC ($۰/۵ \le x \le ۱/۲$):



مقطع b-b

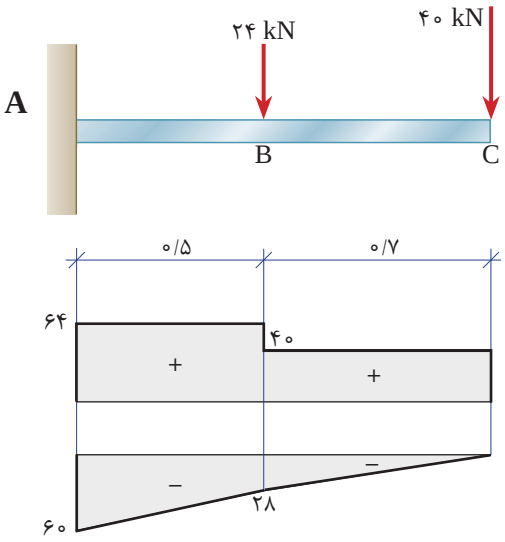
$$+\uparrow \Sigma F_y = ۰ \Rightarrow ۶۴ - ۲۴ - V_b = ۰ \Rightarrow \boxed{V_b = ۴۰ \text{ kN}} \qquad ۰/۵ \le x \le ۱/۲$$

$$+\circlearrowleft \Sigma M_b = ۰ \Rightarrow -M_b - M_A + ۶۴ \times x - ۲۴(x - ۰/۵) = ۰$$

$$\Rightarrow M_b = ۶۴x - ۲۴(x - ۰/۵) - ۶۰$$

$$\boxed{M_b = ۴۰x - ۴۸} \qquad ۰/۵ \le x \le ۱/۲$$

ترسیم معادلات برش و خمش:



نمودار نیروی برشی

نمودار لنگر خمشی

ج) با توجه به نمودار، حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در تکیه‌گاه قرار دارد و مقدار آن برابر است با:

$$\boxed{\begin{aligned} V_{max} &= ۶۴ \text{ kN} \\ M_{max} &= ۶۰ \text{ kN.m} \end{aligned}}$$

نتیجه: در تیرهای کنسولی حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در تکیه‌گاه به‌وجود می آید.

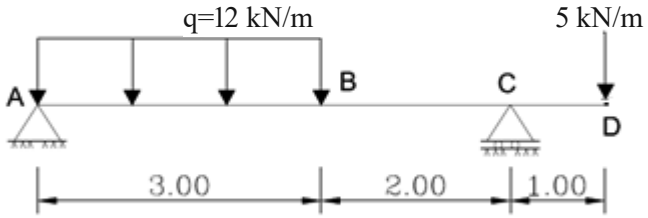
فعالیت کلاسی ۳

به کمک برنامه SAP در تیر شکل زیر مطلوب‌است:

۱- محاسبهٔ عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

۲- ترسیم دیاگرام برش و تعیین مقدار و محل حداکثر آن

۳- ترسیم دیاگرام خمش و تعیین مقدار و محل حداکثر آن

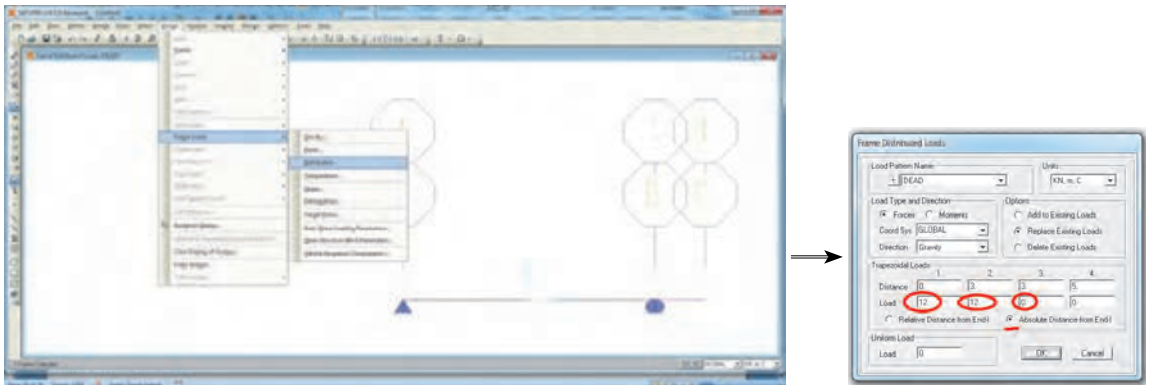


مراحل کار به‌صورت زیر است که با تمامی آنها آشنایی دارید به‌جز نحوه اعمال بار گسترده که در ادامه توضیح خواهیم داد.

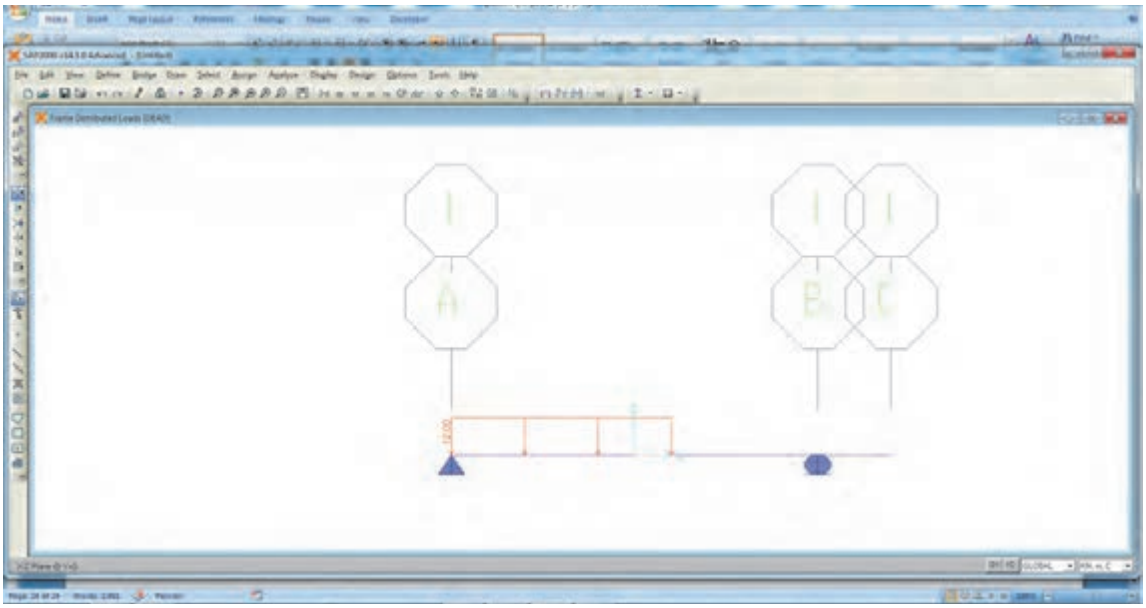
- واحد را باتوجه به مسئله تنظیم کنید
- از گزینه new model نمونه تیر یک دهانه را انتخاب و اصلاحات مربوطه مانند تعداد تقسیمات و طول دهانه را انجام دهید.
- پنجره سه‌بعدی را بسته و در نمای x-z قرار بگیرید.
- در زمینه برنامه کلیک راست نموده و گریدها را برای ایجاد کنسول تیر اصلاح کنید.
- ماده‌ای با نام mat۰ تعریف کنید.
- یک مقطع دلخواه بنام beam تعریف کنید که مصالح آن از نوع mat۰ باشد.
- هریک از اعضا AC و CD را ترسیم کنید. در جعبه‌ای که همراه ترسیم بازشده، مقطع را روی beam قرار دهید.

تعریف بار گسترده

عضو AC را انتخاب و از منوی Assign/frame Load/distributed مطابق شکل زیر تعریف‌های لازم را انجام دهید.



نتیجه در شکل زیر مشاهده می‌شود.



- بار نقطه‌ای را در نقطه D در جهت z- تعریف کنید.

نکته

توجه داشته باشید که نوع این بار با بار گسترده یکی می‌باشد. در تعریف آن گزینه Add to existing load را به‌جای Replace existing load در جعبه Frame distributed loads در شکل بالا فعال نمایید در غیر این‌صورت این بار جایگزین بار گسترده شده و بار گسترده حذف می‌شود.

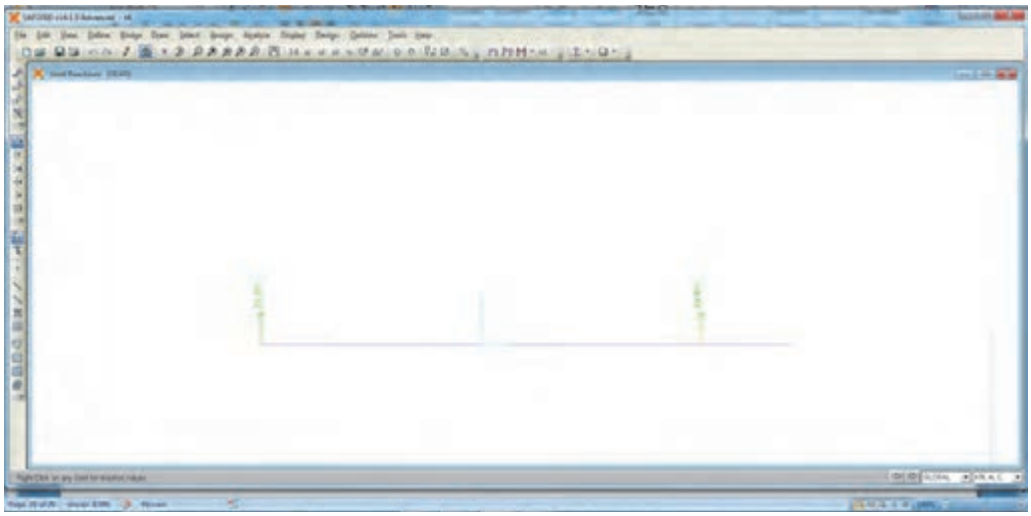
نکته

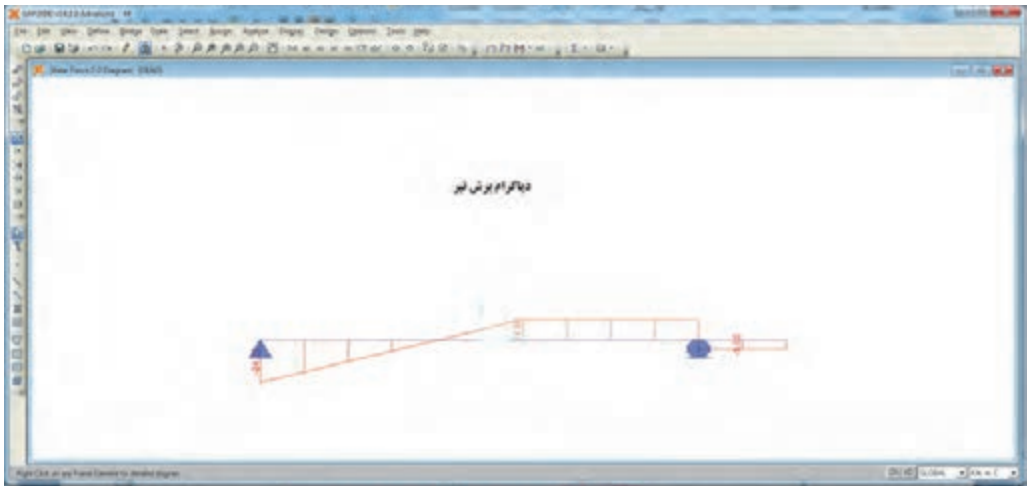
برای کنترل کار می‌توانید از منوی Display /Show load هر یک از بارهای اختصاص یافته را ببینید.

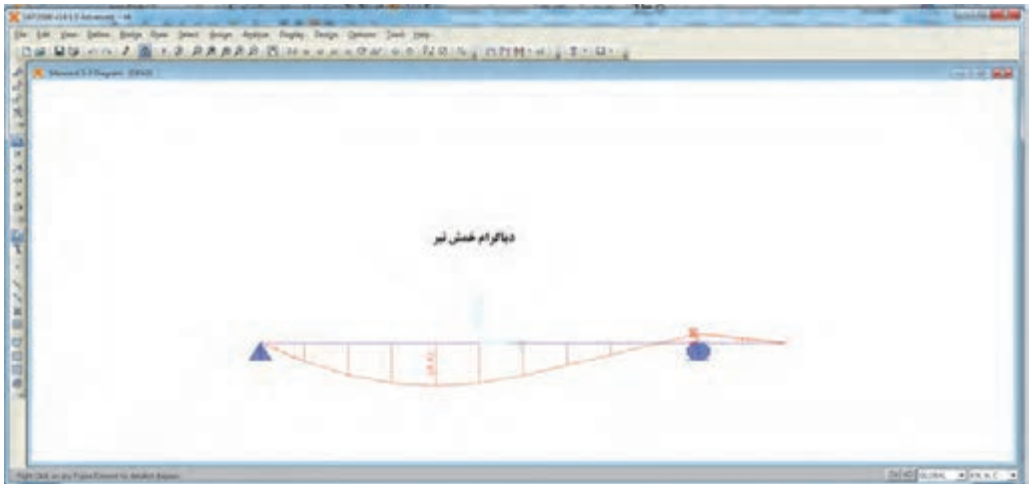
- برنامه آمادهٔ Run می باشد و می‌توانید نتایج را در شکل‌های صفحهٔ بعد ببینید.

نکته

برای اطمینان از صحت نتایج ابتدا مقادیر عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را نمایش دهید و با روش دستی کنترل کنید.







بـا توجـه بـه توضیحـات در تمرین‌هـای عملـی قبلـی محـل حداکثـر نیروی برشـی و لنگـر خمشـی را تعیین کنید .

نکته

نکات مربوط به جمع‌بندی پودمان ۳ (تحلیل سازه‌های ساختمانی)

- خرپاها به دو گروه کلی صفحه‌ای و فضایی تقسیم می‌شوند.
- خرپاها تشکیل شبکهٔ مثلثی می‌دهند.
- نیروهای خارجی وارد بر خرپاها در صفحه خرپا و در محل گره‌ها به آنها اعمال می‌شود.
- اعضای خرپاها به صورت مفصلی به یکدیگر متصل می‌شوند.
- منظور از تحلیل خرپا، تعیین نیروی داخلی هر عضو خرپا و محاسبهٔ عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی آن می‌باشد.
- برای تحلیل خرپاها از روش مفصل (گره) استفاده می‌شود.
- در گره‌های دارای دو عضو غیر هم‌راستا در صورتی که نیروی خارجی وجود نداشته باشد هر دو عضو صفر نیرویی خواهند بود.
- در گره‌های دارای سه عضو که دو عضو آنها هم‌راستا باشند، در صورت عدم وجود نیروی خارجی در آن گره، عضو سوم، صفر نیرویی خواهد بود.
- هدف از تحلیل تیر، تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی در هر مقطع از تیر می‌باشد.
- تیرها در اثر اعمال بارهای خارجی دارای رفتارهای خمشی و برشی می‌باشند.
- نیروهای داخلی در هر مقطع از تیر عبارت‌اند از : نیروی برشی و لنگر خمشی.
- مقدار برآیند بارهای گسترده یکنواخت برابر است با مساحت بار گسترده.
- محل اثر برآیند بارهای گسترده یکنواخت در محل تلاقی دو قطر مستطیل بار وارده (نصف طول مستطیل) می‌باشد.

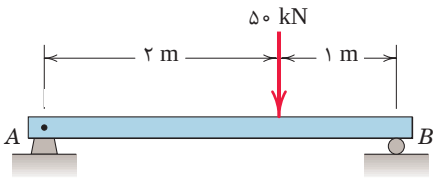
فعالیت کلاسی ۴

در تیرهای زیر مطلوب‌است:

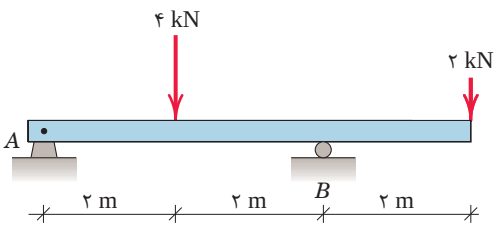
الف) ترسیم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی

ب) تعیین محل لنگر خمشیِ حداکثر

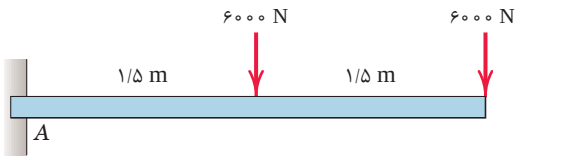
ج) تعیین مقادیر حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی تیر



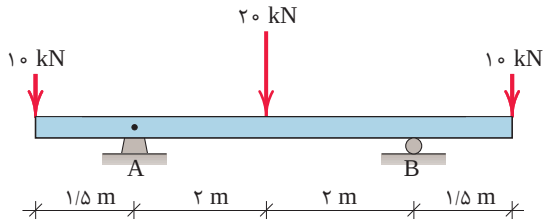
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

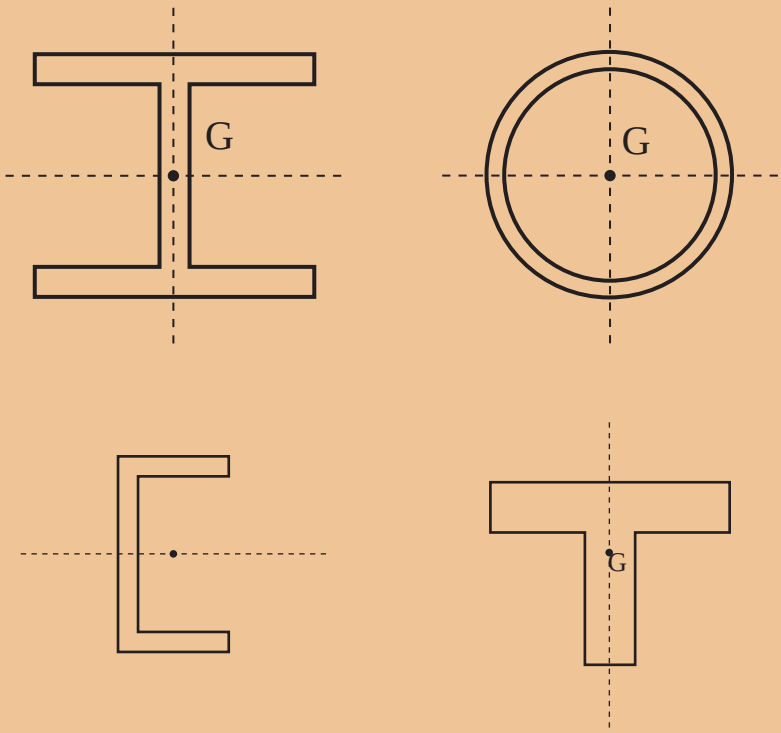
ارزشیابی

ارزشیابی در این درس براساس شایستگی است. برای هر پودمان یک نمره مستمر (از ۵ نمره) و یک نمره شایستگی پودمان (نمرات ۱، ۲ یا ۳) با توجه به استانداردهای عملکرد جداول ذیل برای هر هنرجو ثبت می‌گردد. امکان جبران پودمان‌های در طول سال تحصیلی برای هنرجویان و بر اساس برنامه‌ریزی هنرستان وجود دارد.

الگوی ارزشیابی پودمان تحلیل سازه‌های ساختمانی				
تکالیف عملکردی (شایستگی‌ها)	استاندارد عملکرد	نتایج	استاندارد (شاخص‌ها، داوری، نمره‌دهی)	نمره
تحلیل خرپا	به کمک معادلات تعادل، نیروهای داخلی در خرپا و اجسام صلب را با ماشین‌حساب به‌دست آورد.	بالاتر از حد انتظار	ترسیم نیروهای داخلی خرپا و تیر	۳
		در حد انتظار (کسب شایستگی)	تشکیل معادلات تعادل گره یا در هر مقطع از جسم صلب	۲
تحلیل تیر		پایین‌تر از انتظار (عدم احراز شایستگی)	ترسیم پیکره آزاد هر گره یا در هر مقطع جسم صلب	۱
نمره مستمر از ۵				
نمره شایستگی پودمان از ۳				
نمره پودمان از ۲۰				

پودمان ۴

خواص هندسی سطوح



واحد یادگیری ۷ گشتاور اول سطح

مقدمه

طـول، سـطح و حجـم سـه خصوصیت اصلی هندسـی اجسـام به‌شـمار می‌روند. اجسـام یک‌بعـدی مانند طناب بـا طولشـان، اجسـام دو بعـدی ماننـد یک قطعـه زمین با مساحتشـان و اجسـام سـه‌بعدی مثل یک سـاختمان بـا حجمـی که دارند مشـخص می‌شـوند.

تفکر

با راهنمایی هنرآموز خود، خصوصیات دیگری از سطح را بنویسید.

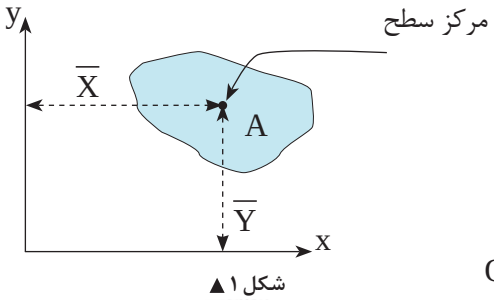
ایـن خصوصیـات تمـام ویژگی‌هـای اجسـام را بیـان نمی‌کننـد؛ مثـلاً دو قطعه زمین هم‌مسـاحت ممکن اسـت دارای شـکل‌های هندسـی متفـاوت باشـند. بنابراین اجسـام دارای خصوصیـات دیگری نیز می‌باشـند که در این فصـل بـه بررسـی بعضی از خصوصیات سـطوح شـامل گشـتاور اول سـطح، مرکز سـطح، گشـتاور دوم سـطح و مـدول مقطـع یا اسـاس مقطـع آنهـا می‌پردازیم.

۷–۱– گشتاور اول سطح (ممان استاتیک)

در پودمـان دوم بـا گشـتاور نیـرو آشـنا شـدیم کـه عبـارت بـود از حاصل‌ضرب نیـرو در فاصلـهٔ آن نیـرو تا یک محـور. گشـتاور اول سـطح نیز تعریفی مشـابه گشـتاور نیـرو دارد.

گشـتاور اول یـک سـطح نسـبت بـه یک محـور، حاصل‌ضـرب آن سـطح در فاصلهٔ مرکـز آن تا محور مـورد نظر می باشد.

گشـتاور اول سـطح بـا نمـاد Q نمایـش داده می‌شـود و واحـد آن طول به توان ۳ می‌باشـد یعنـی m^3 و یا cm^3 و ... .

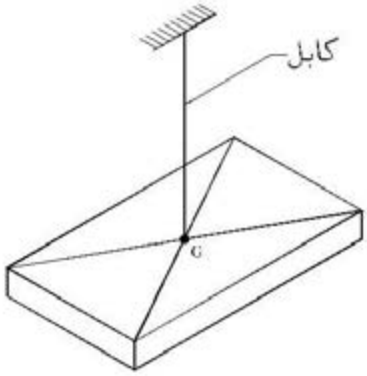


شکل ۱ ▲

گشتاور اول سطح A نسبت به محور x $Q_x = A.\overline{Y}$

گشتاور اول سطح A نسبت به محور y $Q_y = A.\overline{X}$

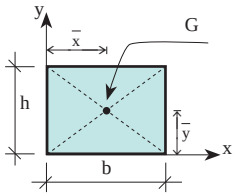
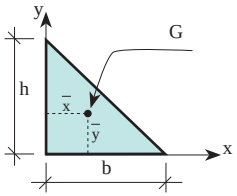
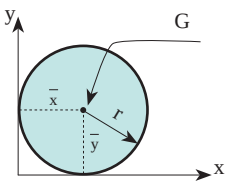
در روابط فوق $\overline{X}$ و $\overline{Y}$ مختصات مرکز سطح A می‌باشند.



شکل ۲ ▲

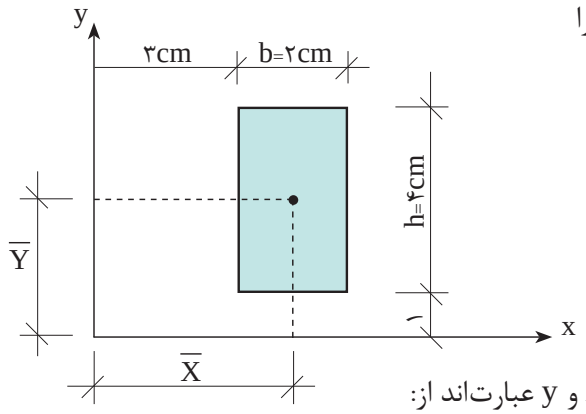
در جدول (۱) مختصات مرکز سطح بعضی از سطوح هندسی نسبت به محورهای x و y آمده است.

جدول (۱)

نام سطح	شکل هندسی	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	توضیحات
مستطیل (مربع)		$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$	مرکز سطح مستطیل محل تلاقی دو قطر آن می‌باشد
مثلث قائم‌الزاویه		$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$	مرکز سطح مثلث قائم‌الزاویه در فاصلهٔ $\frac{1}{3}$ از قاعدهٔ آن می‌باشد
دایره		r	r	مرکز سطح دایره مرکز دایره می‌باشد

مثال ۱

گشـتاور اول سـطح (ممان اسـتاتیک) مسـتطیل را نسـبت بـه محورهـای x و y محاسـبه کنید.



با توجه به شکل فاصله مرکز سطح از محورهای x و y عبارت‌اند از:

$$\overline{X}=\frac{b}{۲}+۳\Rightarrow \overline{X}=\frac{۲}{۲}+۳=۴cm$$

$$\overline{Y}=\frac{h}{۲}+۱\Rightarrow \overline{Y}=\frac{۴}{۲}+۱=۳cm$$

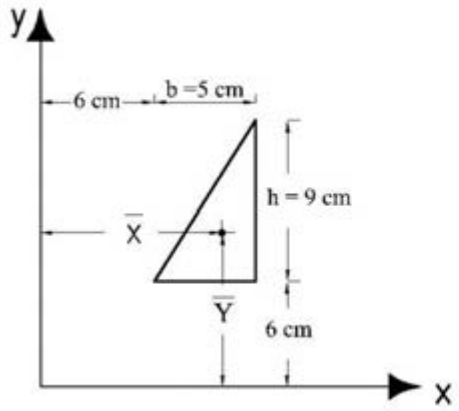
$A=b.h=۲\times۴=۸cm^{۲}$ مساحت مستطیل برابر است با

$Q_x=A.\overline{Y}\Rightarrow Q_x=۸\times۳=۲۴cm^{۳}$ ممان استاتیک نسبت به محور **x**

$Q_y=A.\overline{X}\Rightarrow Q_y=۸\times۴=۳۲cm^{۳}$ ممان استاتیک نسبت به محور **y**

مثال ۲

گشـتاور اول سـطح (ممان اسـتاتیک) مسـتطیل را نسـبت بـه محورهـای x و y محاسـبه کنید.



ابتـدا مسـاحت مثلـث و مختصـات $\overline{X}$ و $\overline{Y}$ را بـه دسـت می‌آوریـم:

$$A=\frac{b.h}{۲}=\frac{۵\times۹}{۲}=۲۲/۵\ cm^{۲}$$

$$\overline{X}=۶+\frac{۲}{۳}b\Rightarrow \overline{X}=۶+\frac{۲}{۳}۵=۹/۳۳\ cm$$

$$\overline{Y}=۶+\frac{۱}{۳}h\Rightarrow \overline{Y}=۶+\frac{۱}{۳}۹=۹\ cm$$

حال گشـتاور اول سـطح را نسـبت بـه محورهای x و y بـه دسـت می‌آوریم:

$$Q_x=A.\overline{Y}\Rightarrow Q_x=۲۲/۵\times۹=۲۰۲/۵\ cm^{۳}$$

$$Q_y=A.\overline{X}\Rightarrow Q_y=۲۲/۵\times۹/۳۳=۲۰۹/۹۲\ cm^{۳}$$

۷–۲– گشتاور اول (ممان استاتیک) سطوح مرکب

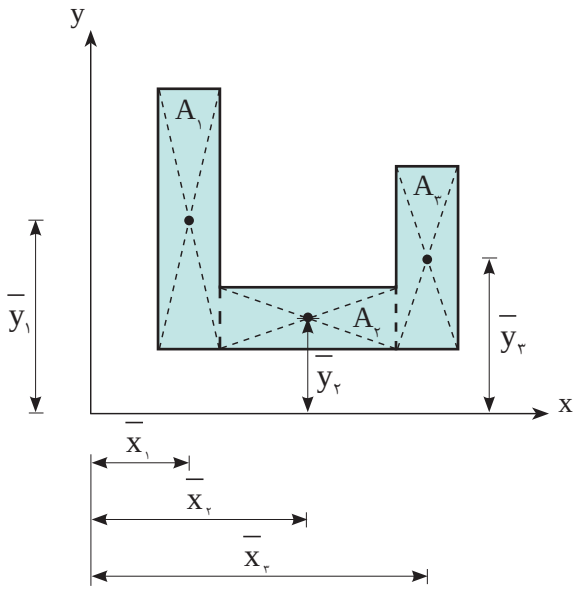
به منظور محاسبه گشتاور اول سطوح مرکب، آن‌ها را به سطوح هندسی ساده تجزیه نموده و ممان استاتیک هر یک از آن‌ها را نسبت به محورهای مورد نظر محاسبه و با یکدیگر جمع جبری می‌نماییم. یعنی :

$$Q_x = \sum_{i=1}^{n} A_i \bar{y}_i$$

$$Q_y = \sum_{i=1}^{n} A_i \bar{x}_i$$

در این رابطه علامت Σ (بخوانید زیکما) به معنی مجموع می‌باشد.

به عنوان نمونه در شکل (۳) خواهیم داشت:



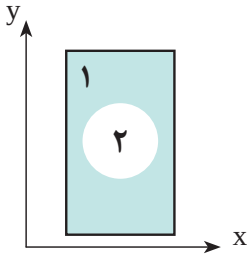
شکل ۳ ▲

$$Q_x = \sum_{i=1}^{n} A_i \bar{y}_i \Rightarrow Q_x = A_1 \bar{y}_1 + A_2 \bar{y}_2 + A_3 \bar{y}_3$$

$$Q_y = \sum_{i=1}^{n} A_i \bar{x}_i \Rightarrow Q_y = A_1 \bar{x}_1 + A_2 \bar{x}_2 + A_3 \bar{x}_3$$

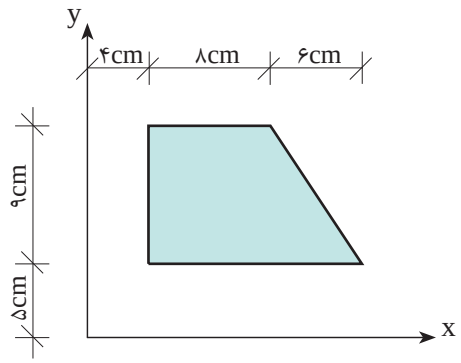
فعالیت کلاسی ۱

رابطهٔ بسط یافتهٔ Q_x و Q_y در شکل زیر را بنویسید.
(دایره و مستطیل، هم‌مرکز هستند)



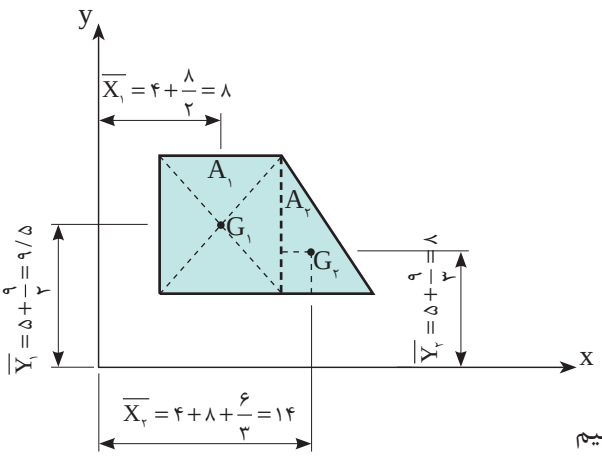
مثال ۳

گشـتاور اول سطح داده‌شـده را نسبت به محورهای x و y محاسبه کنید.



حل:

سطح مرکب داده شده را مطابق شکل زیر به دو سطح ساده مستطیلی و مثلثی تجزیه می‌کنیم.



به کمک جدول (۲) حل مسئله را ادامه می‌دهیم

جدول (۲)

سطوح	مساحت (A_i) cm^2	$\bar{x}$ cm	$\bar{y}$ cm	$Q_x = A\bar{y}_i$ cm^3	$Q_y = A\bar{x}_i$ cm^3
A_1	$۸ \times ۹ = ۷۲$	۸	۹/۵	$۷۲ \times ۹/۵ = ۶۸۴$	$۷۲ \times ۸ = ۵۷۶$
A_2	$\frac{۶ \times ۹}{۲} = ۲۷$	۱۴	۸	$۲۷ \times ۸ = ۷۱۶$	$۲۷ \times ۱۴ = ۳۷۶$
Σ				۱۴۰۰	۹۵۴

بنابراین:

$$Q_x = ۱۴۰۰ \ cm^3$$
$$Q_y = ۹۵۴ \ cm^3$$

۷–۳– مرکز سطح سطوح مرکب

برای محاسبه مرکز سطح سطوح مرکب با توجه به اینکه گشتاور اول کل سطح با مجموع گشتاورهای اول اجزای سطح مرکب با هم برابرند می‌توان نوشت:

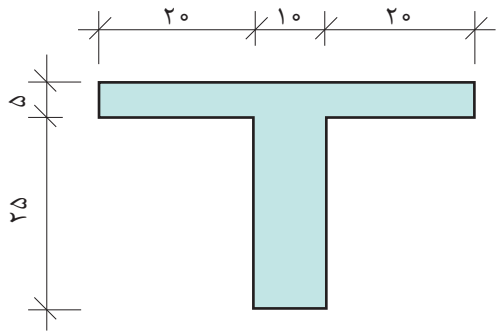
$$\left.\begin{aligned} Q_y &= A\overline{X} \\ Q_y &= \sum_{i=1}^{n} A_i \overline{x}_i \end{aligned}\right\} \Rightarrow A\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} A_i \overline{x}_i \Rightarrow \overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \overline{x}_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}$$

$$\left.\begin{aligned} Q_x &= A\overline{Y} \\ Q_x &= \sum_{i=1}^{n} A_i \overline{y}_i \end{aligned}\right\} \Rightarrow A\overline{Y} = \sum_{i=1}^{n} A_i \overline{y}_i \Rightarrow \overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \overline{y}_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}$$

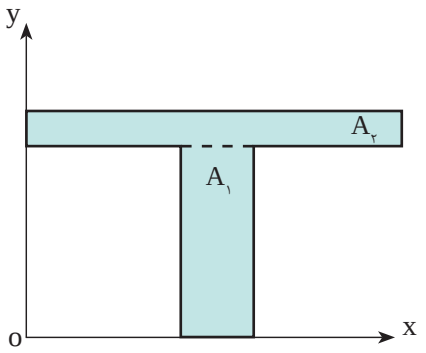
در روابط فوق $\overline{X}$ و $\overline{Y}$ مختصات مرکز سطح مرکب مورد نظر می‌باشند که نسبت به محورهای مختصات دلخواه تعیین می‌شوند.

مثال ۴

مختصات مرکز سطح شکل زیر را محاسبه نمایید.
(ابعاد شکل بر حسب cm است)



به‌منظور سادگی حل مسئله محورهای مختصات x و y را طوری در نظر می‌گیریم که شکل در ربع اول دستگاه مختصات قرار گرفته و تمام طول‌ها مثبت باشند.



پس از تجزیه شکل مرکب به سطوح ساده جدول مشخصات آنها را تشکیل داده و با استفاده از روابط مرکز سطح سطوح مرکب، مختصات مرکز سطح را محاسبه می‌نماییم. (جدول ۳)

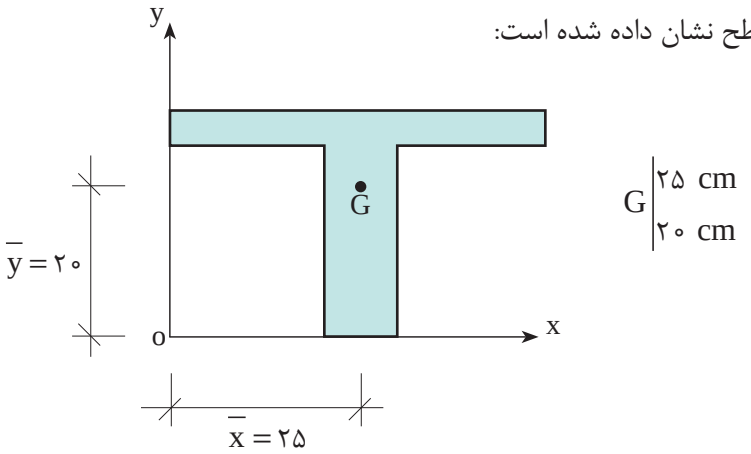
جدول (۳)

سطوح	مساحت (A_i) cm^2	$\bar{x}_i$ cm	$\bar{y}_i$ cm	$Q_x = A\bar{y}_i$ cm^3	$Q_y = A_i\bar{x}_i$ cm^3
A_1	$10\times25=250$	$20+\frac{10}{2}=25$	$\frac{25}{2}=12/5$	۳۱۲۵	۶۲۵۰
A_2	$5\times50=250$	$\frac{50}{2}=25$	$25+\frac{5}{2}=27/5$	۶۸۷۵	۶۲۵۰
Σ	۵۰۰			۱۰۰۰۰	۱۲۵۰۰

$$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_i\bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i}=\frac{12500}{500}=25cm$$

$$\bar{Y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_i\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{n}A_i}=\frac{10000}{500}=20cm$$

در شکل زیر مختصات مرکز سطح نشان داده شده است:



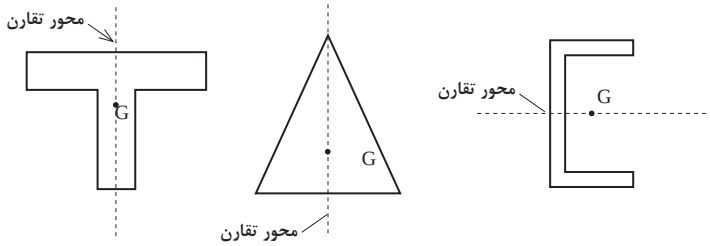
$$G\begin{vmatrix}25\ cm\\20\ cm\end{vmatrix}$$

۷-۴- استفاده از تقارن در تعیین مرکز سطح سطوح متقارن

محور تقارن: خطی است که سطح را به دو قسمت مساوی و قرینه تقسیم می‌کند.

۷-۴-۱- سطوح با یک محور تقارن

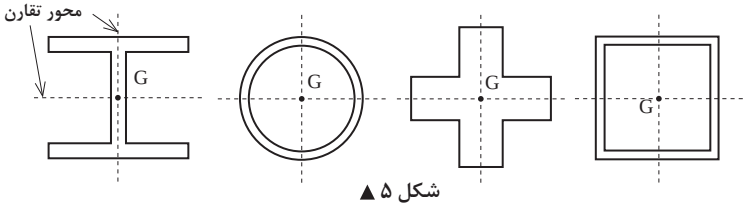
اگر سطح دارای یک محور تقارن باشد، مرکز سطح روی آن محور خواهد بود. (شکل ۴)



شکل ۴ ▲

۷-۴-۲- سطوح با دو محور تقارن

هرگاه سطح دارای دو محور تقارن باشد، مرکز سطح در محل تلاقی آن دو محور خواهد بود. (شکل ۵)



شکل ۵ ▲

فعالیت کلاسی ۲

به‌صورت عملی با روش‌های زیر، مرکز سطح یک سطح دلخواه را تعیین نموده و مقایسه کنید.

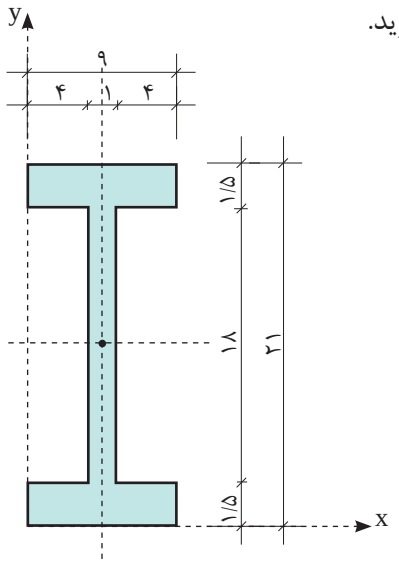
۱- از دو نقطه سطح مورد نظر را در امتداد شاقول آویزان کنید. محل تلاقی آنها مرکز سطح خواهد بود.

۲- در نرم‌افزار AutoCAD سطح را ترسیم نموده و با دستور Region آنرا به یک ناحیه تبدیل کنید. سپس با دستور زیر، مرکز سطح آنرا مشخص کنید.

tools → inquiry → region / properties

مثال ۵

در شکل زیر با استفاده از تقارن مختصات مرکز سطح را به‌دست آورید.
(ابعاد بر حسب سانتی‌متر می‌باشد)



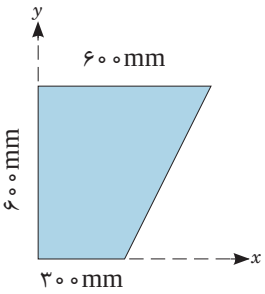
باتوجه به اینکه شکل دارای دومحور تقارن می‌باشد لذا مرکز سطح محل تلاقی آن‌ها خواهد بود. بنابراین داریم:

$$\bar{x} = \frac{۹}{۲} = ۴/۵ \quad cm$$

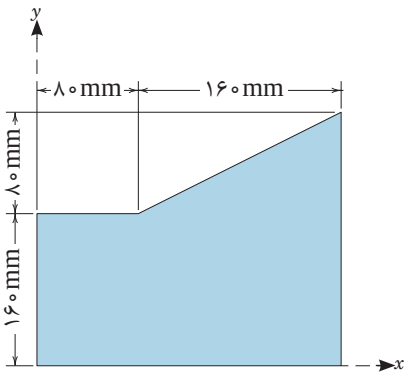
$$\bar{y} = \frac{۲۱}{۲} = ۱۰/۵ \quad cm$$

فعالیت کلاسی ۳

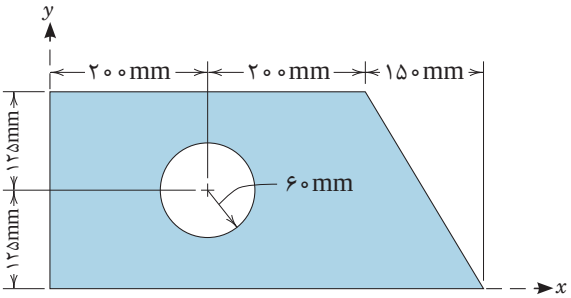
در شکل‌های زیر مختصات مرکز سطح را محاسبه کنید.



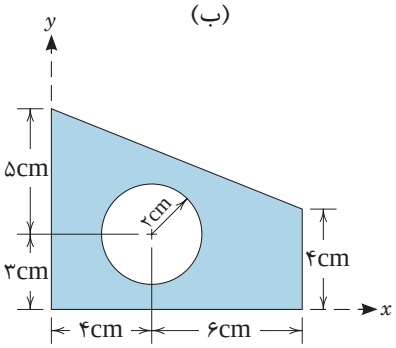
(الف)



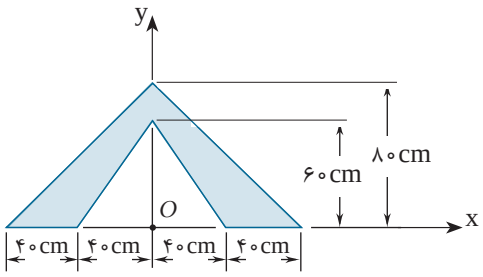
(ب)



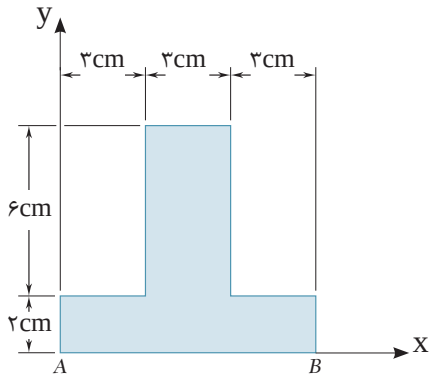
(ج)



(د)



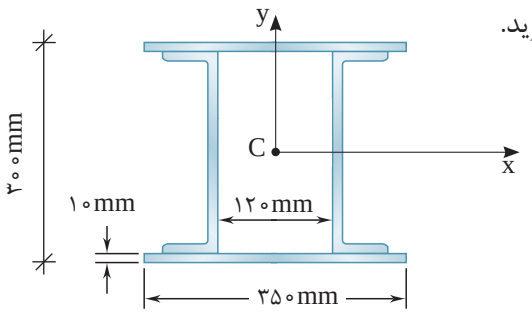
(ه)



(و)

فعالیت کلاسی ۴

با استفاده از تقارن، مختصات مرکز سطح را به‌دست آورید.



نکته

نکات مهم واحد یادگیری ۷ (گشتاور اول سطح):

• گشتاور اول سطح نسبت به یک محور عبارت‌است از: حاصل‌ضرب آن‌سطح، در فاصله مرکز آن تا آن محور مورد نظر و نسبت به محور های x و y به‌صورت روبه‌رو تعریف می‌شود:

$$Q_x = A.\overline{Y}$$
$$Q_y = A.\overline{X}$$

• گشتاور اول سطوح مرکب با تجزیه آنها به سطوح ساده هندسی و محاسبه گشتاور اول سطح هرکدام نسبت به محورهای مورد نظر و جمع جبری آنها محاسبه می‌شود. یعنی:

$$Q_x = \sum_{i=1}^{n} A_i.\overline{y}_i$$
$$Q_y = \sum_{i=1}^{n} A_i.\overline{x}_i$$

• مختصات مرکز سطح یک سطح هندسی با استفاده از گشتاور اول سطح و رابطهٔ روبه‌رو تعیین می‌شود:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i\overline{x}_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i\overline{y}_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}$$

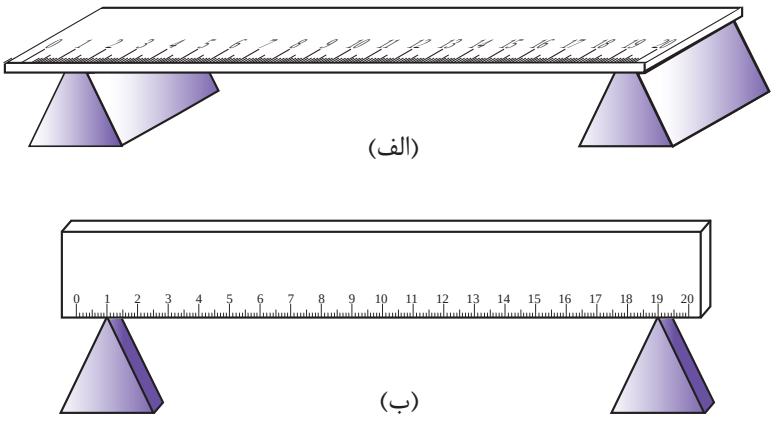
• اگر سطحی دارای یک محور تقارن باشد، مرکز سطح روی آن محور خواهد بود.

• اگر سطحی دارای دو محور تقارن باشد، مرکز سطح، محل تلاقی آن دو محور خواهد بود.

واحد یادگیری ۸ گشتاور دوم سطح (ممان اینرسی)

۸ – ۱– گشتاور دوم سطح (ممان اینرسی) (Moment of Inertia)

خـط کشـی را مطابـق شـکل (۱) در نظـر می‌گیریـم. اگر بخواهیـم آن‌را در دو حالـت نشان‌داده‌شـده خم کنیم بـه نظر شـما درکـدام حالـت راحت‌تـر خم می‌شـود؟ چرا؟



شکل ۱ ▲

باتوجـه بـه مثـال فـوق درمی‌یابیـم علی‌رغـم آنکـه سـطح مقطع خط‌کـش در هـر دو حالت یکسـان اسـت، در حالـت (الـف) خط‌کـش راحت‌تـر خم می‌شـود. یعنی مقاومـت آن در مقابل خم شـدن (خمش) کمتـر از حالت (ب) می‌باشـد. علـت آن ممـان اینرسـی سـطح مقطـع خط‌کش اسـت کـه درحالت (الـف) کمتـر از حالت (ب) می‌باشـد.

به عنوان یک تعریف ساده از ممان اینرسی، می‌توان گفت:
گشتاور دوم سطح یا ممان اینرسی عامل مقاوم در مقابل خمش می‌باشد و به پراکندگی ذرات تشکیل‌دهندهٔ جسم حول محور خمش بستگی دارد.
ممان اینرسی را با نماد I نشان داده و نسبت به محورهای مختلف با اندیس آن محور نام‌گذاری می‌شود. به عنوان مثال، I_x یعنی ممان اینرسی نسبت به محور x.

تفکر

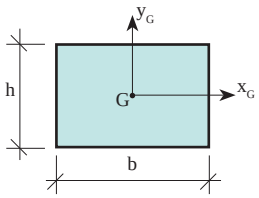
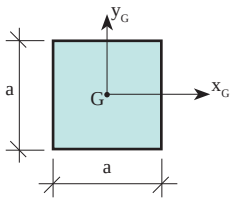
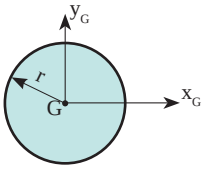
به نظر شما در مقطع I شکل ضخامت بال‌ها بیشتر است یا جان؟ چرا؟

نکته

واحد ممان اینرسی، طول به توان ۴ یعنی cm^4 یا mm^4 و ... می‌باشد.

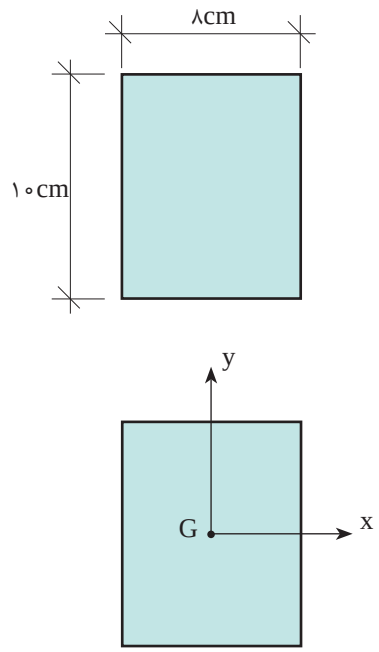
درجدول (۱) روابط ممان اینرسی بعضی از سطوح هندسی ساده نسبت به محورهای مرکزی آن‌ها آمده است.

جدول (۱)

نام سطح	شکل هندسی	I_{x_G}	I_{y_G}
مستطیل		$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$
مربع		$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$
دایره		$\frac{\pi r^4}{4}$	$\frac{\pi r^4}{4}$

مثال ۱

ممـان اینرسـی سـطح مقطـع مقابـل را نسـبت بـه محورهـای مرکـزی آن محاسـبه نماییـد.



حل:

مرکـز سـطح مسـتطیل محـل تلاقـی دو قطـر آن می‌باشـد بنابرایـن:

ابتـدا موقعیـت محورهـای مرکـزی سـطح مقطع را مشـخص نموده سـپس بـا اسـتفاده از روابط جدول (۱) I_{x_G} و I_{y_G} را تعییـن می‌نماییـم.

$$I_{xG} = \frac{bh^3}{12} = \frac{8\times10^3}{12} = 666/67 \quad cm^4$$

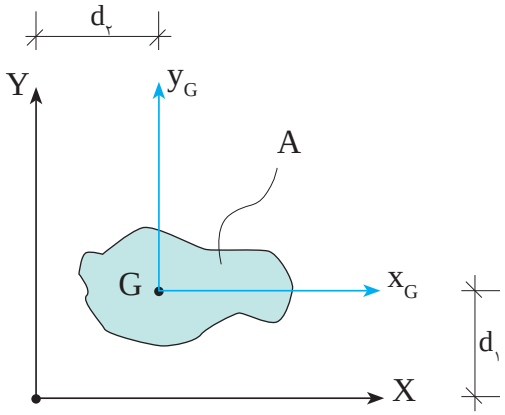
$$I_{yG} = \frac{hb^3}{12} = \frac{10\times8^3}{12} = 426/67 \quad cm^4$$

۸–۲– قضیه محورهای موازی

درقسـمت قبـل روش تعییـن ممـان اینرسـی یـک سـطح نسـبت بـه محورهایـی کـه از مرکـز آن سـطح می‌گـذرد ، را دیدیـم.

حـال می‌خواهیم ممان اینرسـی یک سـطح را نسـبت بـه محورهایـی کـه مـوازی محورهـای مرکـزی آن می‌باشـند، به‌دسـت آوریـم.

بـه عنـوان مثـال در شـکل (۲) بـا فـرض اینکـه ممان اینرسـی آن نسـبت بـه محورهای مرکـزی (x_G و y_G) معلـوم باشـد، می‌خواهیـم ممـان اینرسـی مقطـع را نسـبت بـه محورهـای X و Y کـه با فاصلـه d_1 و d_2 از محورهـای مرکـزی قـرار دارنـد، محاسـبه کنیم.



شکل ۲ ▲

این موضوع با قضیه محورهای موازی که به صورت زیر بیان می‌شود قابل محاسبه خواهد بود.

ممـان اینرسـی یـک سـطح نسـبت بـه محورهایـی که مـوازی با محورهـای مرکـزی آن سـطح می‌باشـند، برابر اسـت بـا ممـان اینرسـی آن سـطح نسـبت بـه محورهـای مرکزی بـه اضافـه حاصل ضـرب مسـاحت در مجذور فاصلـه محـور مـورد نظـر تا مرکز سـطح.

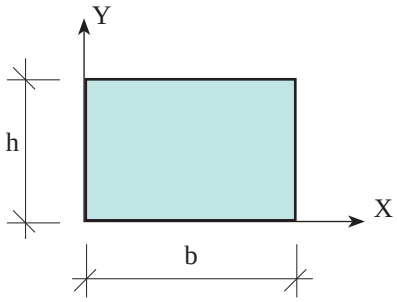
یعنی:

$$I_X = I_{x_G} + Ad_1^2$$

$$I_Y = I_{y_G} + Ad_2^2$$

مثال ۲

در شکل روبه‌رو مطلوب‌است:
محاسبه I_x و I_y

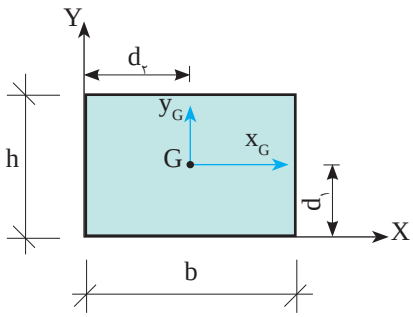


حل:
الف) ابتدا ممان اینرسی را نسبت به محورهای مرکزی آن یعنی x_G و y_G تعیین می‌کنیم.

$$I_{xG} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{yG} = \frac{hb^3}{12}$$

ب) با توجه به اینکه محور X بر طول مستطیل مماس می‌باشد، فاصله آن از محور x_G یعنی d_1 برابر است با:



$$d_1 = \frac{h}{2}$$

$$A = b.h$$

$$I_X = I_{xG} + Ad_1^2 \Rightarrow I_X = \frac{bh^3}{12} + (b.h)(\frac{h}{2})^2$$

$$\Rightarrow I_X = \frac{bh^3}{12} + \frac{bh^3}{4} \Rightarrow I_X = \frac{bh^3 + 3bh^3}{12}$$

$$I_X = \frac{4bh^3}{12} \Rightarrow \boxed{I_X = \frac{bh^3}{3}}$$

ج) برای محور Y نیز خواهیم داشت:

$$d_2 = \frac{b}{2}$$

$$A = b.h$$

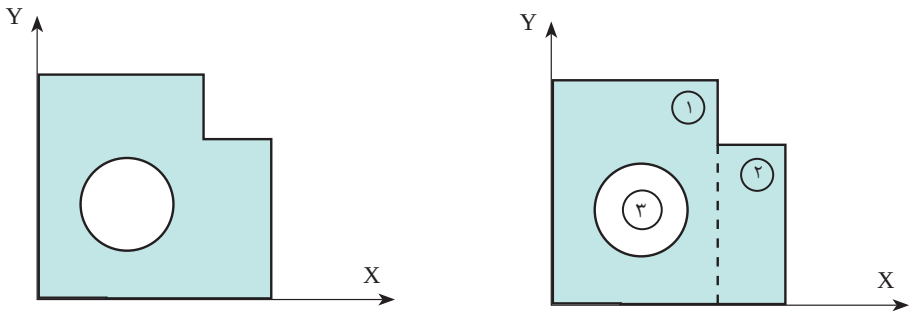
$$I_Y = I_{yG} + Ad_2^2 \Rightarrow I_Y = \frac{hb^3}{12} + (b.h)(\frac{b}{2})^2$$

$$\Rightarrow I_Y = \frac{hb^3}{12} + \frac{hb^3}{4} \Rightarrow I_Y = \frac{hb^3 + 3hb^3}{12}$$

$$I_Y = \frac{4hb^3}{12} \Rightarrow \boxed{I_Y = \frac{hb^3}{3}}$$

۸–۳– محاسبه ممان اینرسی سطوح مرکب

برای محاسبه ممان اینرسی سطوح مرکب، آن‌ها را به اشکال هندسی ساده تجزیه نموده و ممان اینرسی هر یک را نسبت به محور مورد نظر محاسبه و با یکدیگر جمع جبری می‌نماییم. (شکل ۳)



شکل ۳ ▲

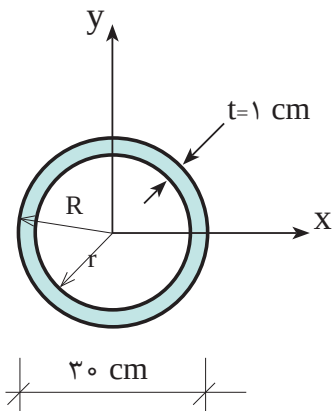
$$I_X = I_{X۱} + I_{X۲} - I_{X۳}$$
$$I_Y = I_{Y۱} + I_{Y۲} - I_{Y۳}$$

و به‌طور کلی خواهیم داشت:

$$I_X = \sum_{i=۱}^{n} I_{Xi} = \sum_{i=۱}^{n} (I_{X_{Gi}} + A_i d_i^{۲})$$
$$I_Y = \sum_{i=۱}^{n} I_{Yi} = \sum_{i=۱}^{n} (I_{Y_{Gi}} + A_i d_i^{۲})$$

مثال ۳

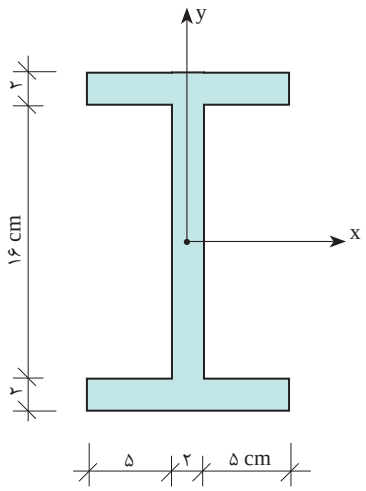
در شکل زیر مطلوب‌است محاسبهٔ ممان اینرسی نسبت به محورهای x و y.



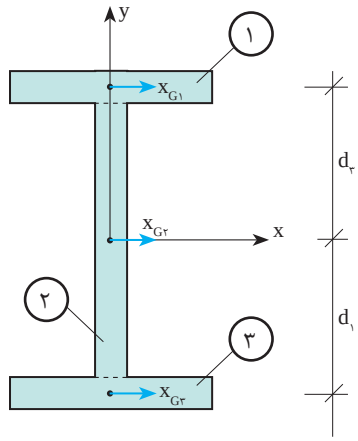
$$R = \frac{۳۰}{۲} = ۱۵$$
$$r = R - t \Rightarrow r = ۱۵ - ۱ \Rightarrow r = ۱۴ \ \ cm$$
$$I_x = I_y = I_{\text{خارجی}} - I_{\text{داخلی}}$$
$$I_x = I_y = \frac{\pi R^{۴}}{۴} - \frac{\pi r^{۴}}{۴}$$
$$I_x = I_y = \frac{\pi}{۴}(R^{۴} - r^{۴}) = \frac{\pi}{۴}(۱۵^{۴} - ۱۴^{۴})$$
$$I_x = I_y = ۹۵۸۸/۹۳ \ \ cm^{۴}$$

مثال ۴

درشکل روبه‌رو مطلوب‌است:
محاسبه I_x

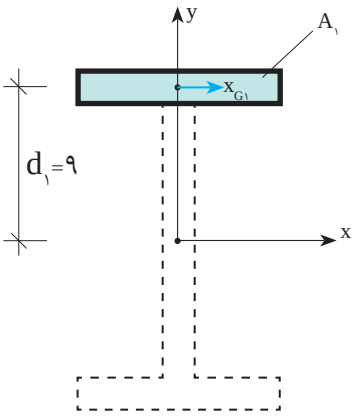


- ابتـدا سـطح مقطـع را بـه سـه سـطح ۱، ۲ و ۳ تجزیـه می‌کنیـم.



- بـه کمک قضیـه محورهای موازی ممان اینرسـی هریـک از سـطوح را نسـبت بـه محـور x محاسـبه می‌کنیـم.

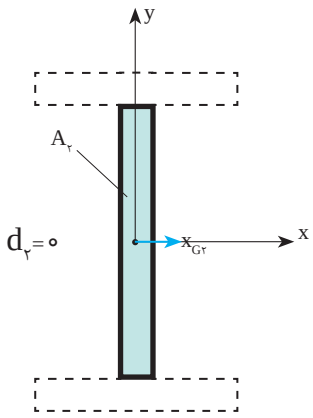
محاسبه I_{x_1} :



$$I_{x_1} = I_{xG_1} + A_1 d_1^2$$

$$I_{x_1} = \frac{۱۲\times۲^3}{۱۲} + (۲\times۱۲)(۹)^2 = ۱۹۵۲ \quad cm^4$$

محاسبه I_{x_2} :



$$I_{x_2} = I_{xG_2} + A_2 d_2^2$$

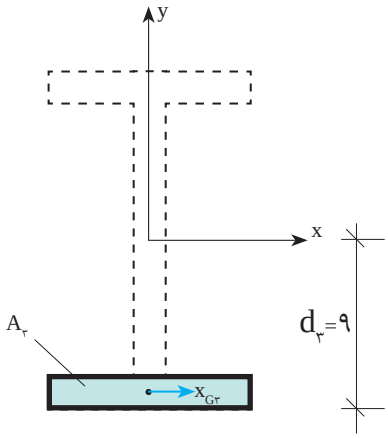
$$I_{x_2} = \frac{2\times16^3}{12} + (2\times16)(0)^2$$

$$I_{x_2} = 682/67 \quad cm^4$$

محاسبه I_{x_3} :

به دلیل تقارن A_1 و A_3 نسبت به محور x داریم:

$$I_{x_3} = I_{x_1} = 1952 \quad cm^4$$



ممان اینرسی کل مقطع برابر است با:

$$I_x = \sum_{i=1}^{3} I_{x_i} = I_{x_1} + I_{x_2} + I_{x_3}$$

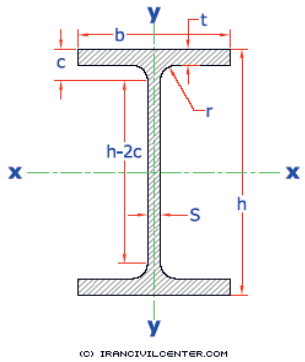
$$I_x = 1952 + 682/67 + 1952$$

$$\boxed{I_x = 4586/67 \quad cm^4}$$

۸-۴- مشخصات هندسی مقاطع نوردشده

با توجه به اینکه مقاطع نوردشده با استانداردهای کارخانهٔ سازنده تولید می‌شوند، لذا برای هریک از مقاطع تولیدی شامل تیر آهن‌ها، ناودانی‌ها، نبشی‌ها و ... جداول مشخصات هندسی هر مقطع نیز ارائه می‌شود که با استفاده از این جداول مشخصات هندسی مقاطع نظیر ابعاد، سطح مقطع، ممان اینرسی و ... استخراج می‌شوند، به عنوان مثال، قسمتی از جدول مشخصات مقاطع نیم پهن (IPE) را زیر این جدول مشاهده می‌کنید که برای نمونه مشخصات هندسی IPE ۲۰۰ را از آن استخراج نموده‌ایم.

نیمرخ نیم پهن IPE



A= سطح مقطع

G= وزن واحد طول

I= ممان اینرسی

S= اساس مقطع

i= شعاع ژیراسیون

IPE	h	b	s	t	r	c	h-2c	A	G	I_x	S_x	i_x	I_y	S_y	i_y	a_1	r_T
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	cm^2	kg/m	cm^4	cm^3	cm	cm^4	cm^3	cm	mm	mm
80	80	46	3.8	5.2	5	10.2	59	7.64	6	80.1	20	3.24	8.49	3.69	1.05	63	12.2
100	100	55	4.1	5.7	7	12.7	74	10.3	8.1	171	34.2	4.07	15.9	5.79	1.24	79	14.6
120	120	64	4.4	6.3	7	13.3	93	13.2	10.4	318	53	4.9	27.7	8.65	1.45	96	16.9
140	140	73	4.7	6.9	7	13.9	112	16.4	12.9	541	77.3	5.74	44.9	12.3	1.65	112	19.3
160	160	82	5	7.4	9	16.4	127	20.1	15.8	869	109	6.58	68.3	16.7	1.84	129	21.7
180	180	91	5.3	8	9	17	146	23.9	18.8	1320	146	7.42	101	22.2	2.06	145	24
200	200	100	5.6	8.5	12	20.5	159	28.5	22.4	1940	194	8.26	142	28.5	2.24	162	26.4
220	220	110	5.9	9.2	12	21.2	177	33.4	26.2	2770	252	9.11	205	37.3	2.48	179	29.1
240	240	120	6.2	9.8	15	24.8	190	39.1	30.7	3890	324	9.97	284	47.3	2.6	196	31.8
270	270	135	6.6	10.2	15	25.2	219	45.9	36.1	5790	429	11.2	420	62.2	3.02	220	35.6
300	300	150	7.1	10.7	15	25.7	248	53.8	42.2	8360	557	12.5	604	80.5	3.35	245	39.5
330	330	160	7.5	11.5	18	29.5	271	62.6	49.1	11770	713	13.7	788	98.5	3.55	270	42.1

مشخصات IPE۲۰۰:

ارتفاع مقطع h =۲۰۰ mm=۲۰ cm

عرض بال b =۱۰۰ mm=۱۰ cm

ضخامت جان S =۵/۶ mm=۰/۵۶ cm

ضخامت بال t =۸/۵ mm=۰/۸۵ cm

مساحت مقطع A=۲۸/۵ cm^2

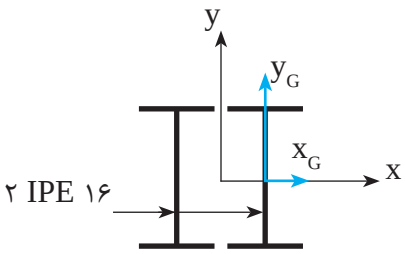
ممان اینرسی حول محور x I_x=۱۹۴۰ cm^4

ممان اینرسی حول محور y I_y=۱۴۲ cm^4

درصورتی‌که مقطع مورد نظر ترکیبی از دو یا چند مقطع نوردشده باشد می‌توان ابتدا مشخصات هندسی مقطع نوردشدهٔ ساده (تکی) را از جدول استخراج نموده و سپس با استفاده از قضیه محورهای موازی مشخصات هندسی مقطع مرکب را به‌دست آورد.

مثال ۵

در شکل زیر دوتیرآهن IPE ۱۶ به صورت به‌هم چسبیده به عنوان یک مقطع مرکب ساخته شده است مطلوب‌است محاسبهٔ ممان اینرسی مقطع مرکب حول x و y.



ابتدا مشخصات هندسی مورد نیاز تیر آهن IPE ۱۶ را از جدول استخراج می‌نماییم.

IPE ۱۶ : ($h=۱۶۰mm=۱۶cm$, $b=۸۲\ mm=۸/۲\ cm$, $A=۲۰/۱\ cm^۲$, $I_x=۸۶۹\ cm^۴$, $I_y=۶۸/۳\ cm^۴$)

الف) محاسبه I_x و I_y مقطع مرکب:

باتوجه به اینکه مقطع مرکب ساخته شده نسبت به محور های x و y متقارن می‌باشد کافی‌است که ممان اینرسی یک پروفیل نسبت به محورهای مورد نظر را محاسبه نموده و دو برابر نماییم. بنابراین با استفاده از قضیه محورهای موازی خواهیم داشت:

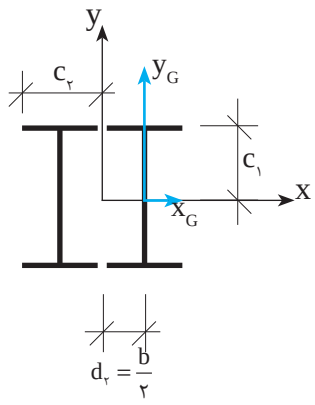
$$I_x = ۲(I_{x_G} + Ad_۱^۲)$$

$$I_y = ۲(I_{y_G} + Ad_۲^۲)$$

باتوجه به شکل (الف) مقدار $d_۱$ نسبت به محور x به دلیل انطباق محورهای x_G در پروفیل تک و x در پروفیل مرکب برابر صفر است لذا:

$$I_x = ۲I_{x_G} \Rightarrow I_x = ۲\times ۸۶۹ \Rightarrow \boxed{I_x = ۱۷۳۸\ \ cm^۴}$$

و مقدار $d_۲$ نسبت به محور y برابر نصف عرض بال IPE ۱۶ می‌باشد یعنی:



(شکل الف)

$$d_۲ = \frac{b}{۲} = \frac{۸/۲}{۲} = ۴/۱\ \ cm$$

$$I_y = ۲(I_y + Ad_۲^۲) = ۲(۶۸/۳ + ۲۰/۱\times ۴/۱^۲) \Rightarrow$$

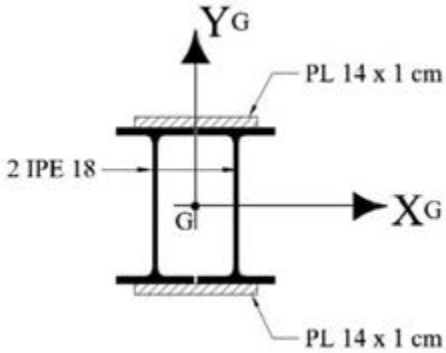
$$\boxed{I_y = ۸۱۲/۳۶\ \ cm^۴}$$

نکته

با توجه به نتایج مثال ۵ و مقایسهٔ آن با مشخصات هندسی IPE ۱۶ مشاهده می‌شود که:
ممـان اینرسـی مقطـع مرکـب حول محـور x دو برابر ممان اینرسـی مقطع سـاده (تکی) می‌باشـد، به همین ترتیـب اگـر تعـداد مقاطـع n برابـر شـود و مرکز سـطح آنها بر محـور x منطبق باشـد، ممان اینرسـی مقطع مرکـب حـول محور x نیـز n برابر خواهد شـد.

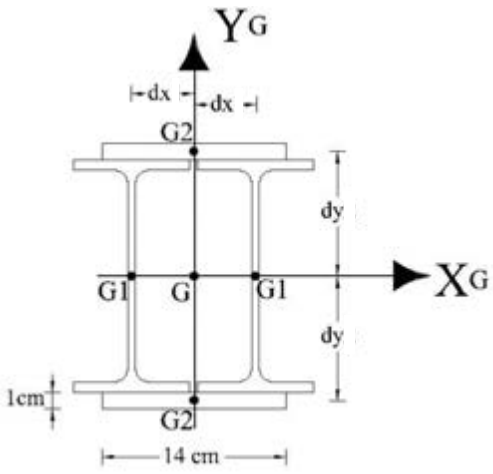
مثال ۶

دو تیرآهـن مطابـق شـکل زیـر به هم چسـبیده‌اند. مطلـوب اسـت ممـان اینرسـی مقطع مرکـب حول محـور X_G و Y_G (گذرنـده از مرکـز سـطح کل شکل).



حل: ابتدا مشـخصات هندسـی مقطع تـک تیرآهن IPE۱۸ را از جدول اشـتال اسـتخراج می‌کنیم:

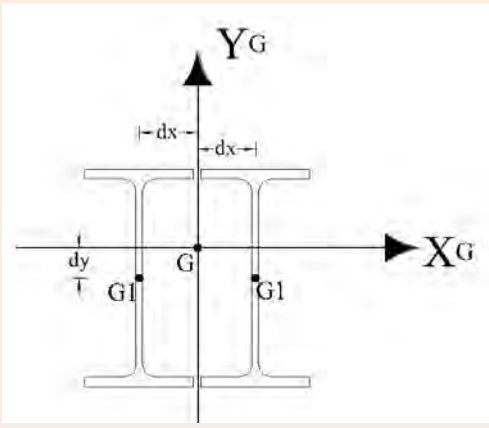
I_x = ۱۳۲۰ cm⁴ I_y = ۱۰۱ cm⁴
A = ۲۳/۹cm² b = ۹/۱ cm
h = ۱۸ cm



مرکـز سـطح هـر کـدام از تیرآهن‌هـا و پلیت‌هـا را بـا نقطـهٔ G۱ و G۲ معلـوم کـرده و فاصلـهٔ آنها را تـا مرکز سـطح کل شـکل (نقطـهٔ G) در جهت x و y بـا علامـت d_x و d_y نشـان می‌دهیـم:

همان‌طـور کـه از شـکل فـوق معلوم اسـت نقطه G۱ مرکز سـطح یـک تیرآهن، G۲ مرکز سـطح یک پلیت و G مرکز سـطح کل شـکل می‌باشـد. فاصلهٔ مرکز سـطح تیرآهن با مرکز سـطح کل شـکل در جهت افقی را بـا d_x و فاصلـه مرکـز سـطح پلیـت با مرکز سـطح کل شـکل در جهـت قائم را با d_y نشـان دادیـم. همان‌طور کـه از شـکل معلـوم اسـت چـون نقطـهٔ G و نقطـهٔ G۱ بـر روی یـک خـط افقـی قـرار گرفته‌اند لـذا فاصلهٔ بیـن مرکـز سـطح تیرآهـن بـا مرکز سـطح کل شـکل در جهـت قائـم (d_y=۰) برابر صفـر و فاصله بیـن مرکز سـطح پلیـت با مرکز سـطح کل شـکل در جهـت افقـی (d_x=۰) برابر صفر می‌باشـد.

نکته



برای درک بیشتر در مورد d_y، اگر در شکل روبه‌رو نقطهٔ G، مرکز سطح کل را به طرف بالا حرکت دهیم، در این حالت d_y برابر صفر نیست که مقدار آن در شکل نشان داده شده است:

حال برای ممان اینرسی جسم مرکب حول محور X_G و Y_G، با استفاده از قضیه محورهای موازی آن را نسبت به محورهای گذرنده از نقطهٔ G (مرکز سطح کل شکل) انتقال می‌دهیم:

به دلیل اینکه شکل نسبت به هر دو محور X_G و Y_G متقارن می‌باشد، پس با استفاده از قضیه محورهای موازی برای یکی از تیرآهن‌ها و پلیت‌ها ممان اینرسی را حساب کرده و در تعدادشان ضرب می‌کنیم:

$$I_X = ۲.\left[I_{XG} + (A.d_{y۱}^{۲})\right] + ۲.\left[\frac{b.h^{۳}}{۱۲} + (A.d_{y۲}^{۲})\right]$$

$$I_X = ۲\times\left[۱۳۲۰ + (۲۳/۹\times۰^{۲})\right] + ۲\times\left[\frac{۱۴\times۱^{۳}}{۱۲} + (۱۴/۱\times۹/۵^{۲})\right] \Rightarrow I_X = ۵۱۶۹/۳۳\,cm^{۴}$$

$$I_Y = ۲.\left[I_{YG} + (A.d_{x۱}^{۲})\right] + ۲.\left[\frac{h.b^{۳}}{۱۲} + (A.d_{x۲}^{۲})\right]$$

$$I_Y = ۲\times\left[۱۰۱ + (۲۳/۹\times۴/۵۵^{۲})\right] + ۲\times\left[\frac{۱\times۱۴^{۳}}{۱۲} + (۱۴/۱\times۰^{۲})\right] \Rightarrow I_Y = ۱۶۴۸/۹۱cm^{۴}$$

نکته

نکات مهم واحد یادگیری ۸ (گشتاور دوم سطح):

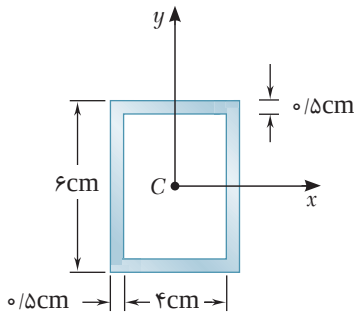
- ممان اینرسی عامل مقاوم در مقابل خمش است.
- اگر تعداد مقاطع روی یک محور n برابر شود درصورتی که مرکز سطح آنها روی آن محور قرار گیرد. در این حالت ممان اینرسی کل نیز n برابر خواهد شد.
- ممان اینرسی یک سطح نسبت به محورهای موازی محور مرکزی آن با روابط زیر تعیین می‌شود:

$I_x = I_{x_G} + Ad_{۱}^{۲}$: $\mathbf{d_۱}$ فاصله دو محور $\mathbf{x_G}$ و $\mathbf{X}$ می‌باشد.

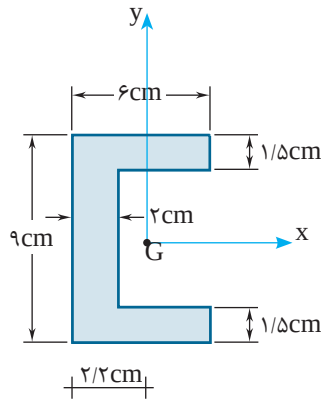
$I_y = I_{y_G} + Ad_{۲}^{۲}$: $\mathbf{d_۲}$ فاصله دو محور $\mathbf{y_G}$ و $\mathbf{Y}$ می‌باشد.

فعالیت کلاسی ۱

در هر مقطع مطلوب‌است محاسبهٔ I_x و I_y.



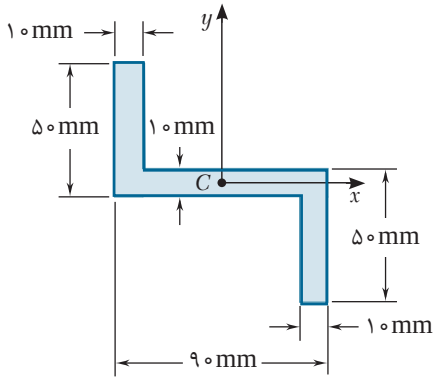
(الف)



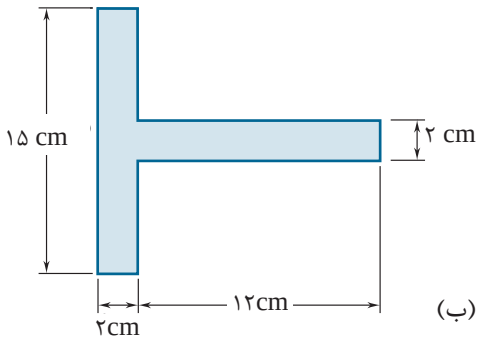
(ب)

فعالیت کلاسی ۲

در هر کدام از مقاطع زیر مطلوب‌است محاسبهٔ:
الف) مختصات مرکز سطح
ب) ممان اینرسی حول محورهای گذرنده از مرکز سطح



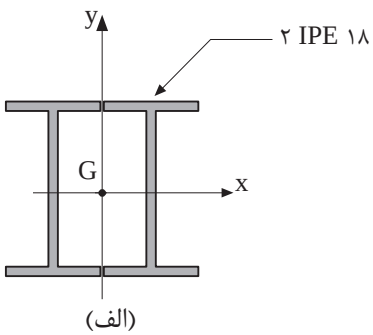
(الف)



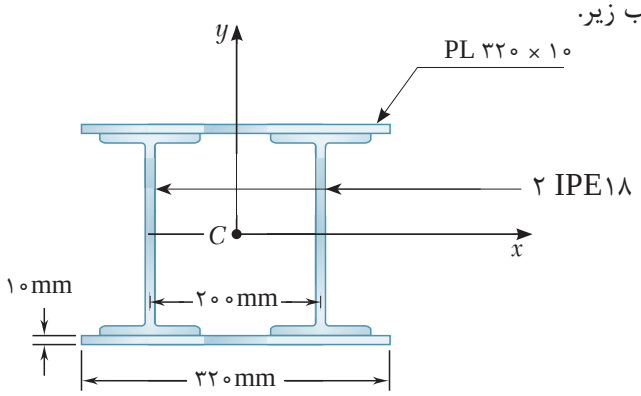
(ب)

فعالیت کلاسی ۳

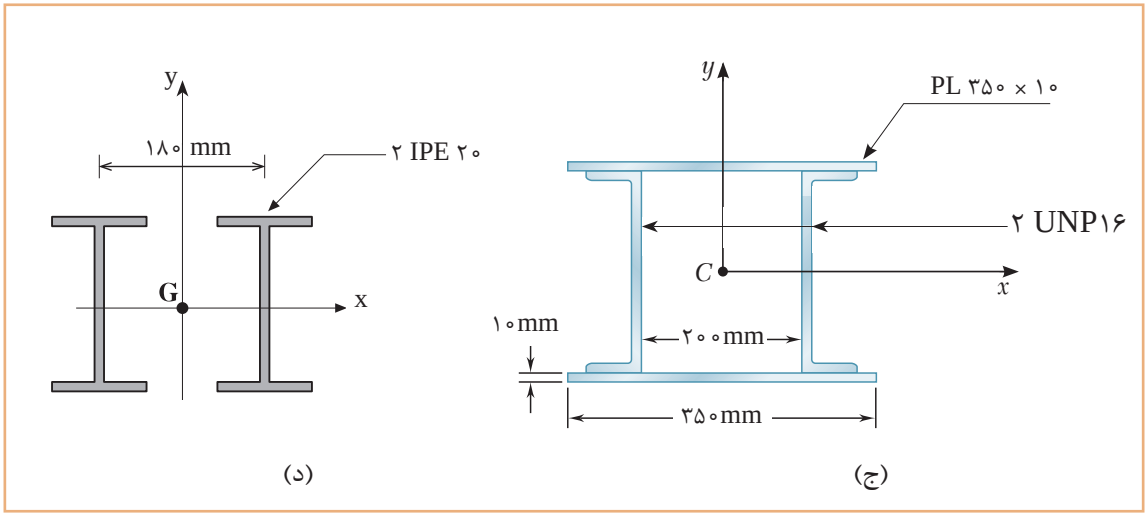
مطلوب‌است محاسبهٔ I_x و I_y در مقاطع مرکب زیر.



(الف)



(ب)



ارزشیابی

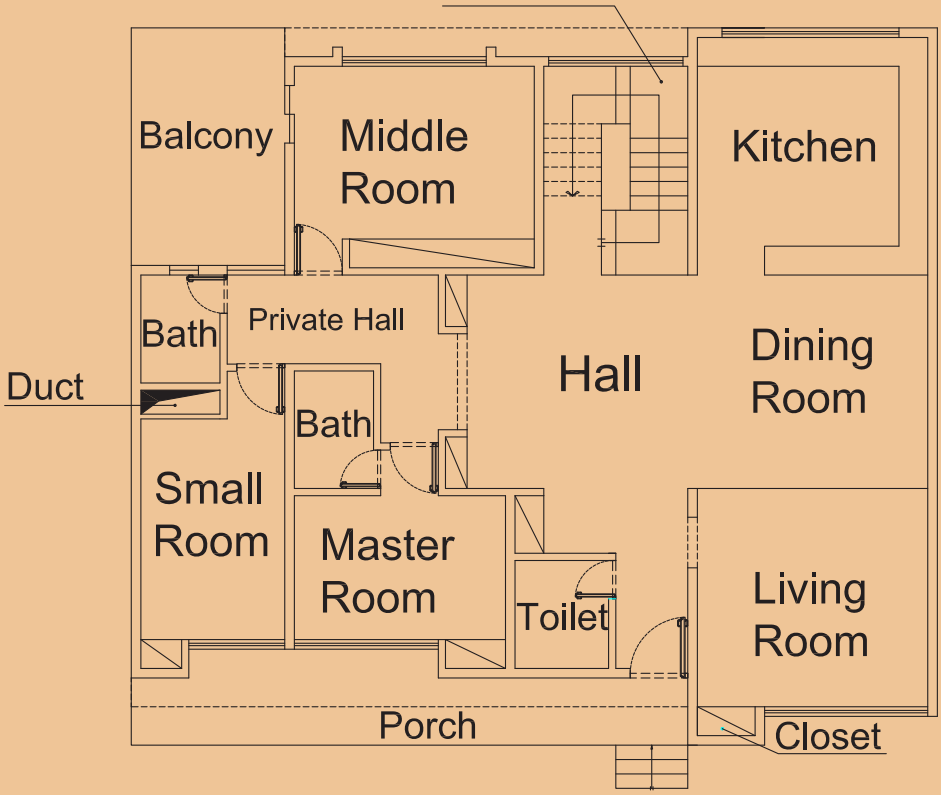
ارزشیابی در این درس براساس شایستگی است. برای هر پودمان یک نمره مستمر (از ۵ نمره) و یک نمره شایستگی پودمان (نمرات ۱، ۲ یا ۳) با توجه به استاندارد های عملکرد جداول ذیل برای هر هنرجو ثبت می‌گردد. امکان جبران پودمان‌ها در طول سال تحصیلی برای هنرجویان و بر اساس برنامه ریزی هنرستان وجود دارد.

الگوی ارزشیابی پودمان خواص هندسی سطوح

تکالیف عملکردی (شایستگی‌ها)	استاندارد عملکرد	نتایج	استاندارد (شاخص‌ها، داوری، نمره‌دهی)	نمره
گشتاور اول سطح	به کمک روابط برداری مرکز سطح و اساس مقطع سطوح هندسی را با ماشین‌حساب به‌دست آورد.	بالاتر از حد انتظار	تعیین مرکز سطح و ممان اینرسی سطوح هندسی مرکب	۳
گشتاور دوم سطح		در حد انتظار (کسب شایستگی)	تعیین مرکز سطح و ممان اینرسی سطوح هندسی ساده	۲
		پایین‌تر از انتظار (عدم احراز شایستگی)	تعیین مرکز سطح و ممان اینرسی سطوح هندسی ساده	۱
نمره مستمر از ۵				
نمره شایستگی پودمان از ۳				
نمره پودمان از ۲۰				

پودمان ۵

کسب اطلاعات فنّی



واحد یادگیری ۹ کسب اطلاعات فنّی

مقدمه

با پیشرفت و گسترش و تنوع منابع ضروری است که برای تحقق اهداف و توسعه شایستگی‌های خود به منابع و مراجع غیر فارسی نیز مراجعه کنیم. در این راستا پودمان حاضر به همین منظور در کتاب دانش فنی تخصصی طراحی و تألیف شده است. پودمان "کسب اطلاعات فنی" با هدف یادگیری مادام‌العمر و توسعه شایستگی‌های هنرجویان بعد از دنیای آموزش و ورود به بازار کار، سازماندهی محتوایی شده است. این امر با آموزش چگونگی استخراج اطلاعات فنی مورد نیاز از متون فنی غیر فارسی و جداول، راهنمای ماشین‌آلات و تجهیزات صنعتی، دستگاه‌های اداری، خانگی و تجاری و درک مطلب آنها در راستای توسعه شایستگی‌های حرفه‌ای محقق خواهد شد.

بدیهی است هدف از ارایه این پودمان، تدریس زبان انگلیسی نمی‌باشد بلکه کسب اطلاعات فنی وتخصصی، حرفه خود می‌باشد. از طریق خواندن منابع ذکر شده می‌توان به این هدف دست یافت. توضیح بیشتر آنکه برای بیان طرح و نقشه های ساختمانی به زبان مشترک بین المللی از زبان تخصصی یا زبان فنی ساختمان استفاده می شود و هدف از یادگیری زبان فنی آشنایی با لغات Vocabularies، اصطلاحات Terms، و متون انگلیسی Context، در رشته ساختمان به زبان انگلیسی است.

تفاوت بین زبان عمومی 'General English' و زبان فنی 'Technical English' در این است که متون آورده شده در زبان عمومی اغلب متون ساده شده است 'Simplified Texts'، اما در زبان فنی بیشتر از متون اصلی انگلیسی 'Original Texts' استفاده می شود.

در این پودمان اطلاعات فنی راجع به انواع نقشه‌های ساختمانی، اجزای ساختمان، انواع بناها، آشنایی با مصالح پرکاربرد، افراد مرتبط با کارگاه ساختمانی و تنش‌های وارد بر اجزای ساختمان را کسب می کنیم. البته برای پشتیبانی این امر در کتاب همراه هنرجو، که خود نیز عملاً یک دانشنامه ویژه است، بیشتر به خواندن درست لغات، جملات و درک مطالب ارایه شده در کاتالوگ‌ها، بروشورها و کتاب‌های راهنمای کاربری تأکید دارد.

پودمان حاضر حاوی یک لوح فشرده (CD) آموزشی نیز می‌باشد. در این لوح مطالب ارایه شده در درس به زبان اصلی بیان می‌شود تا راهنمایی در خواندن و نوشتن باشد.

هنرجویان عزیز شما می‌توانید علاوه بر کتاب همراه هنرجو، فرهنگ تخصصی لغات رشتهٔ خود را در فرایند یادگیری و ارزشیابی به همراه داشته باشید.

۹–۱– نقشه های معماری Architectural Drawings

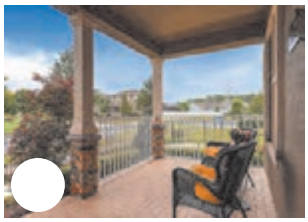
نقشـه هـای معمـاری عمومـاً شـامل: پـلان Plan، بـرش Section، و نمـا Elevation، ترسـیمات سـه بعـدی Isometric and axonometric مـی باشـند. بـا توجـه به اهمیت پـروژه پلان های معماری تنوع و گسـتردگی زیـادی دارنـد، در اینجـا بـا چنـد نمونـه از این پلان ها آشـنا می شـویم:

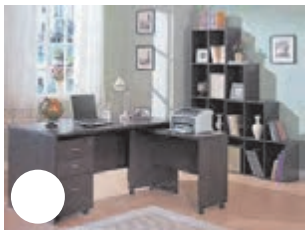
پلان طبقه همکف Ground Floor Plan	پلان تیپ Typical Plan
پلان طبقه اول First Floor Plan	پلان موقعیت ساختمان Site Plan
پلان طبقه دوم Second Floor Plan	پلان پارکینگ Parking Plan
پلان طبقه سوم Third Floor Plan	پلان مبلمان Decoration / Furniture Plan
پلان زیر زمین Basement Plan	پلان شیب بندی بام Roofing Plan

فعالیت کلاسی ۱

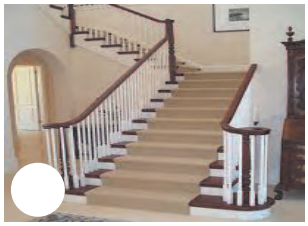
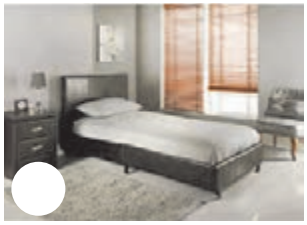
Match the words and the pictures (لغات داده‌شده را با شکل مناسب آن ارتباط دهید)

1- Kitchen
2- Living room
3- Porch
4- Rest room / Toilet
5- Lavatory
6- Mechanical room
7- Utility
8- Dining room
9- Kid’s room
10- Study / Office room
11- Bedroom
12- Balcony
13- Stairway









فعالیت کلاسی ۲

Translate the following words into Persian. (By using an English Dictionary)

(با استفاده از فرهنگ لغات انگلیسی معنی کلمات زیر را به فارسی ترجمه کنید)

Duct	Garage / Parking .....
Chimney	Yard / Court .....
Wall	Landscape .....
Cloak room	Pool .....
Terrace	Bower .....
Patio	Pond .....
Media room	Mud's room.....
Light well	Passage .....
Lobby	Fountain .....

Different Spaces of A House فضاهای مختلف یک خانه

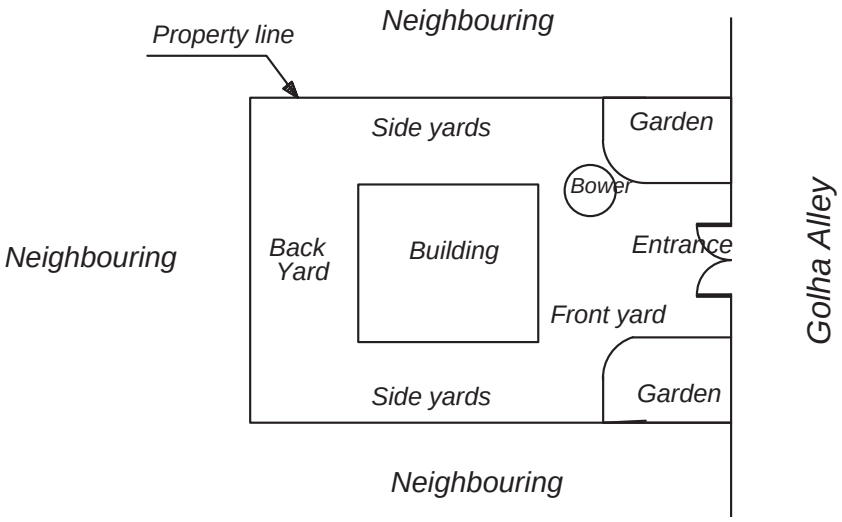
The spaces of a house can be divided into two parts, outdoor and indoor. Yard, back yard, front yard, gardens, bowers and barbeque areas are in the category of outdoor space. They are also called landscape. Indoor spaces of a building are consists of rooms with different purposes, such as: living room, bedroom, kitchen, dining room, bathroom, and etc.

Outdoor فضاهای بیرون

Yard: It is a paved area open to the sky and adjacent to a building. There are two types of yards; Enclosed, and open. Open yards are usually walled or fenced.

Back Yard: It is a yard at the back of a house.

Front Yard: It is a place between the street and the front of the house.



Yard / Landscape Plan ▲

فضاهای داخل Indoor

Bedroom: A bedroom is used primarily for resting or sleeping. It is made up with a bed, wardrobe, carpet, chair etc. There are three types of bedrooms in the modern houses or buildings, a big size room which is called **Master room**.That is the biggest bedroom of the house. Also there is a middle size room which is called **Middle room**, and the smallest room which is called **Small room or Kids' room**.

Sitting room / living room: It is a room in a house where people can sit and talk and relax. It is made up of chairs, TV set, sofa, curtains, etc.

Bath room: A room with a toilet and a place to wash your hands, there is often a bathtub and a shower.

Rest room / Men's room VS Women's room: It is a more polite term for the word 'toilet'.

Kitchen: Is a room for cooking and food preparation. It is where all meals of the family are prepared.

Dining room: It is where the meal is served. It contains chairs, table, and sometimes refrigerator, and etc.

Study room / Office room: A room where people work or study.

Library: A room where the books are kept.

Cellar: A room underneath the house.

Corridor / Hallway: A passage connecting parts of a building.

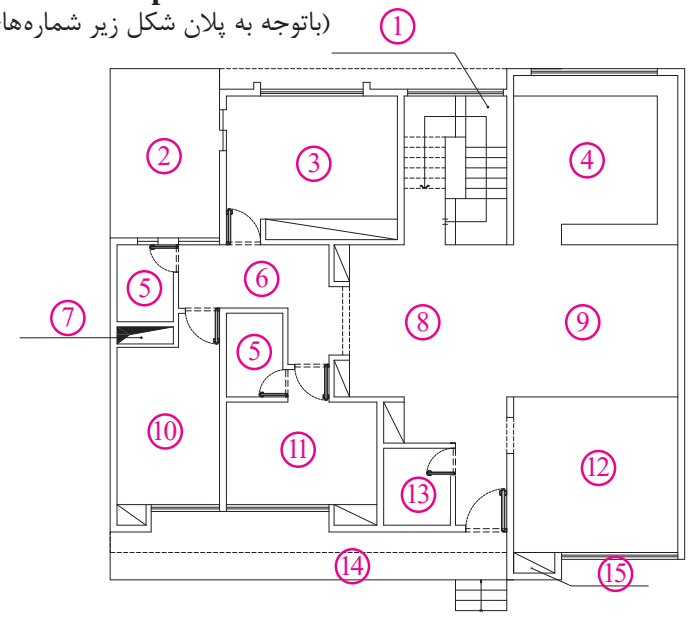
Pantry: A small room used to store kitchen and dining items.

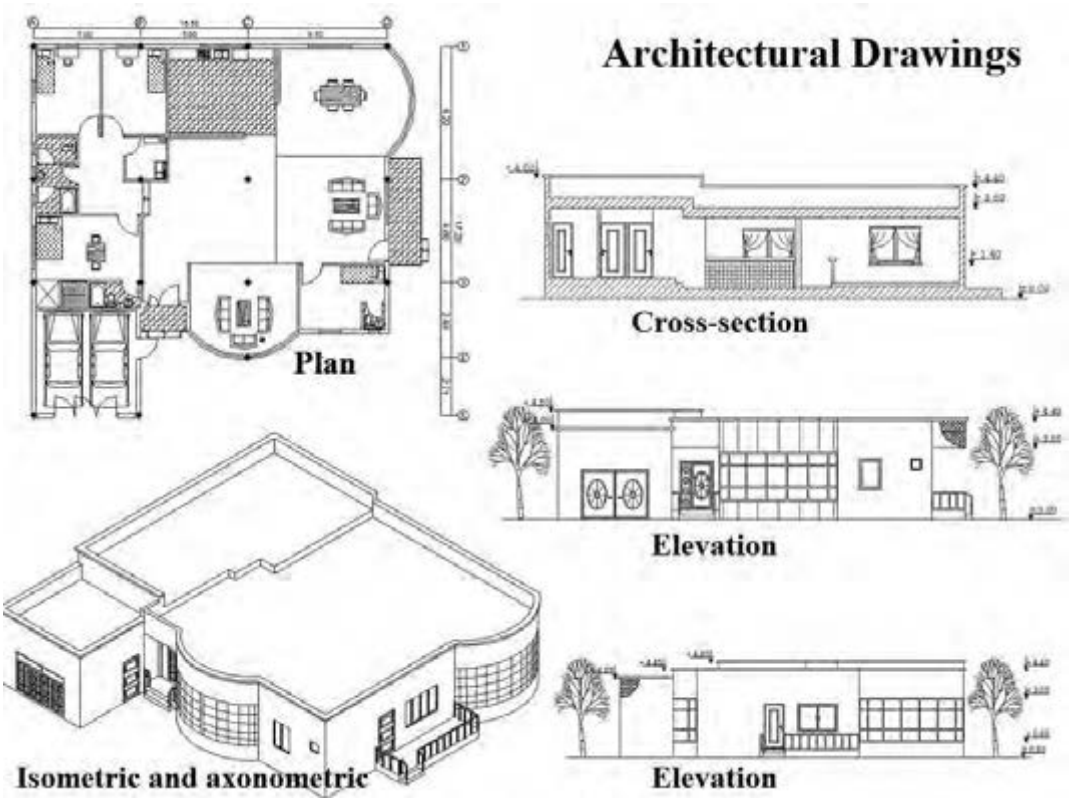
فعالیت کلاسی ۳

Match the words with the numbers in the picture

(باتوجه به پلان شکل زیر شماره‌های مربوط به هر لغت را روبروی آن بنویسید)

Living room.....
Duct.....
Bath room.....
Private hall .....
Middle room.....
Hall.....
Dining room .....
Small room.....
Porch .....
Master room .....
Balcony .....
Kitchen.....
Staircase .....
Closet .....
Toilet .....





Architectural drawings ▲

Floor Plan: It is a top or horizontal view of an object that shows the relationships between the rooms, spaces and other physical features. Dimensions are usually drawn between the walls to specify room sizes and wall lengths.

Site plan: A site plan usually shows the location of buildings, building property line, walls, neighbourings, and etc.

Section: A section is a view used to show an area or hidden part of an object by cutting away or removing some of that object.

Elevation: An elevation is the outside view of a building. There are 4 vertical views or elevations for a building. For example: West View, East View, South View, North view, or North elevation, South Elevation, and etc.

Isometric and axonometric drawing: Isometric and axonometric drawings are a simple way of representing a three dimensional object.



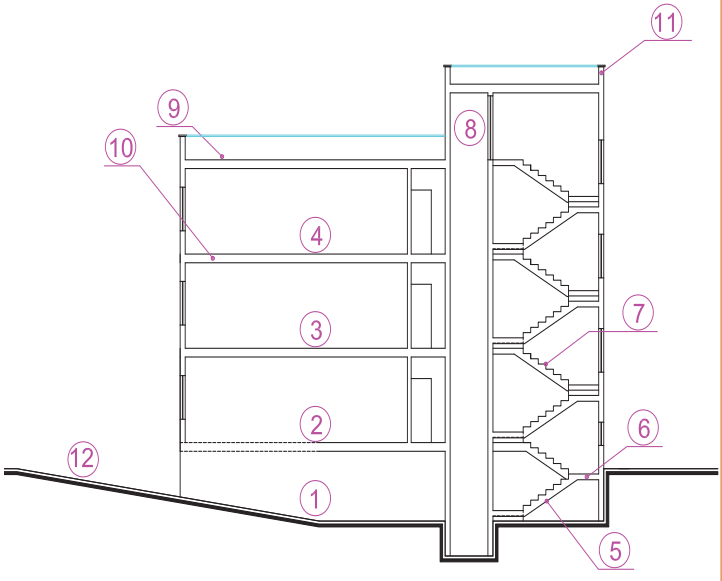
Different elevation of a house ▲

فعالیت کلاسی ۴

Match the words with the numbers in the picture

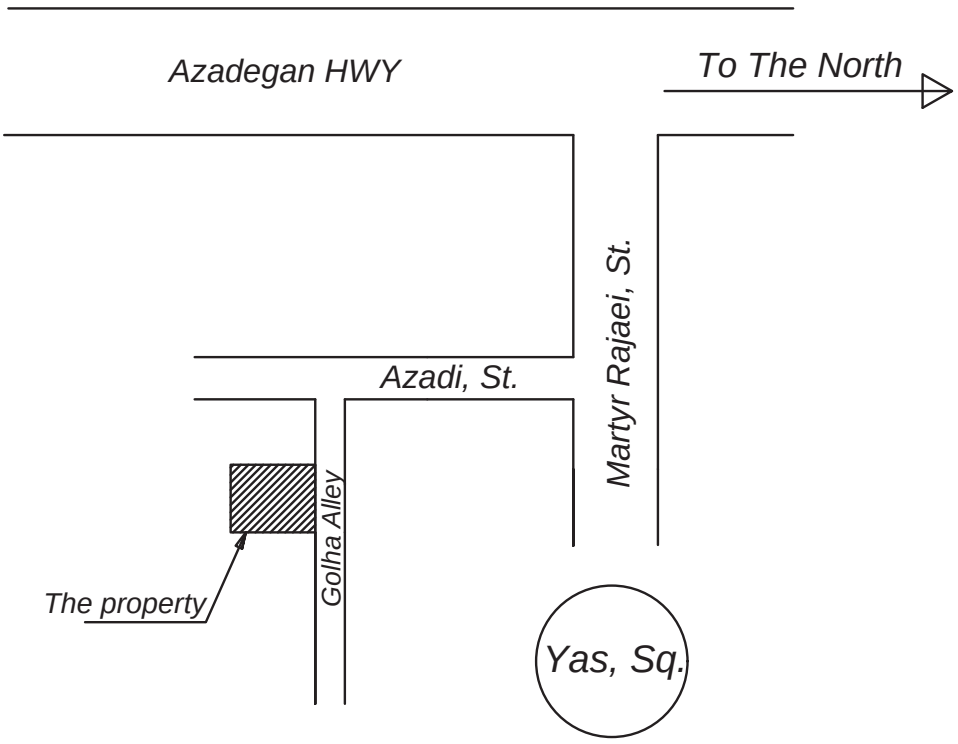
(باتوجه به برش شکل زیر شماره های مربوط به هر لغت را روبه‌روی آن بنویسید)

First floor (1st floor) .....
Second floor (2nd floor) .....
Steps .....
Stair Ramp .....
Basement .....
Ramp .....
Roof .....
Ceiling .....
Ground floor .....
Landing .....
Elevator well .....
Parapet .....



۹-۱-۱- آدرس‌نویسی (Writing Addresses)

برای نوشتن آدرس محل پروژه در ذیل نقشه های ساختمانی، و یا ترسیم نقشه های کروکی نیاز به آشنایی با برخی لغات و اصول نوشتن آدرس داریم.



Schematic Map ▲

در این بخش با قواعد کلی آدرس نویسی به زبان انگلیسی آشنا می‌شویم:

۱- نوشتن آدرس در زبان انگلیسی بر عکس قواعد نوشتن آدرس در زبان فارسی است. یعنی آدرس از شماره واحد یا شماره پلاک شروع، و به نام کشور ختم می‌شود. و ترتیب آن به صورت زیر است:

شمارهٔ واحد - پلاک - کوچه - خیابان - منطقه - نام شهر - نام استان - نام کشور- کدپستی

۲- در نوشتن اسامی خاص دقت شود که این اسامی ترجمه نمی‌شوند. به طور مثال عبارت برج آزادی را به صورت Freedom Square ترجمه نمی‌کنند، بلکه به‌صورت Azadi Square ترجمه می‌شود.

۳- برای نوشتن آدرس به زبان انگلیسی معمولاً از کلمات اختصاری نظیر St, Ave, Sq, Fwy و ... استفاده می‌شود و از نوشتن کلمات کامل Street, Avenue, Square, Freeway و ... خودداری می‌گردد.

۴- برای نوشتن اسامی اشخاص، نام محله، منطقه، شهر، کشور، و به‌طور کلی برای نوشتن تمامی اسامی در آدرس‌ها حتماً باید حرف اول آن حرف بزرگ (Capital Letter) باشد.

۵- در خصوص کاما و نقطه دقت شود که کاما، ویرگول و یا نقطه به آخرین حرف کلمه چسبیده باشد و پس از آن با یک فاصله (space)، کلمه بعدی آورده می‌شود.

جدول (۱-۵) لغات مهمی که در آدرس نویسی باید بدانیم:			
کلمه فارسی	معادل انگلیسی	کلمه فارسی	معادل انگلیسی
واحد	Unit	آزاد راه (اتوبان بین شهری)	Freeway / FWY
شماره پلاک	Plate Number / No	اول	First / 1_{st}
طبقه	Floor	دوم	Second / 2_{nd}
کوچه	Alley	سوم	Third / 3_{rd}
کوچه بن بست	Dead end / Blinded Alley	چهارم	Fourth / 4_{th}
خیابان	Street / St	پنجم به بعد..	5_{th}
جاده	Road	زیر زمین	Basement
جاده کمربندی	Belt Road	آپارتمان	Apartment / Block
جاده اصلی	Avenue / Ave	مجتمع مسکونی	Residential Complex
محله	District	قبل از	Before
بلوار	Boulevard / Blvd	بعد از	After
میدان	Square	روبروی	In front of
میدان محلی	Roundabout	جنب	Next to
تقاطع	Junction	نبش	In the corner of
چهار راه	Crossroad	نزدیک	Near to
سه راه	T-Junction	ابتدای	First of
بزرگراه (اتوبان داخل شهری)	Highway / HWY	انتهای	End of

مثال ۱

۱- تهران - میدان فردوسی - خیابان شهید سپهبد قرنی - نرسیده به خیابان سمیه - ساختمان شهید رجایی - وزارت آموزش و پرورش
Ministry of Education, Before Somayeh St, Shahid Sepahbod Gharani St, Ferdowsi Sq, Enghelab Ave, Tehran, Iran.

۲- تهران - خیابان انقلاب - میدان فردوسی - خیابان شهید سپهبد قرنی - نرسیده به پل کریمخان - روبروی اداره بیمه - نبش کوچه شهید باقری قصرالدشتی - پلاک ۱۸۱ - سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی - طبقه دوم
Room 202, Level 2, The Organisation for Educational Reaserch and Planning, In the corner of Shahid Bagheri Ghasrodashti Alley, In front of the Insurance Company, Before Karimkhan Zand Bridge, Shahid Sepahbod Gharani St, Enghelab Ave, Tehran, Iran.

فعالیت کلاسی ۵

با کمک هنرآموز خود آدرس هنرستان، مسجد محل، و یک واحد آپارتمانی را بنویسید.

۹–۲– نقشه‌های سازه ای Structural Drawings

سـازه سـاختمان (ابعاد، شـکل، و نوع اجزای سـازه ای) توسـط مهندسـین سـازه محاسبه شـده و سپس بصورت نقشـه در می‌آینـد. کـه در ادامـه با لغات و اصطلاحات انگلیسـی در چند نمونه از این نقشـه ها آشـنا می‌شـویم:

پلان فونداسیون Foundation plan

پلان ستون گذاری Column plan

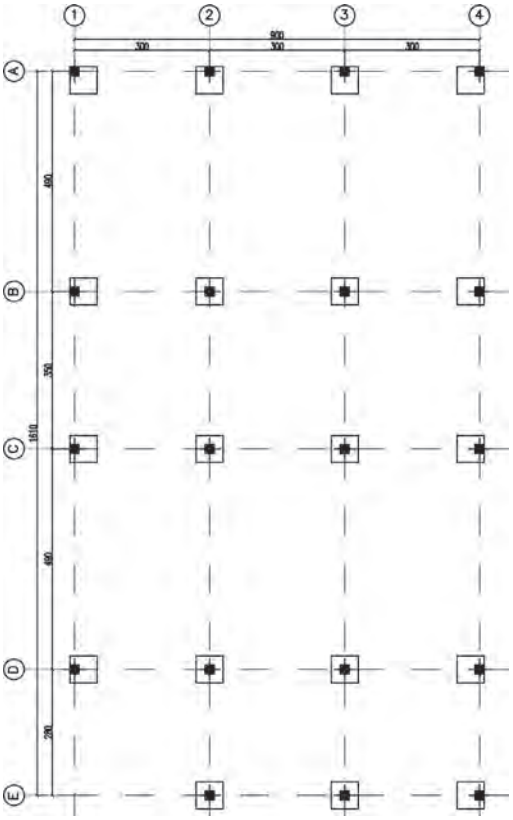
پلان آکس بندی Axis plan

پلان تیرریزی Beam plan

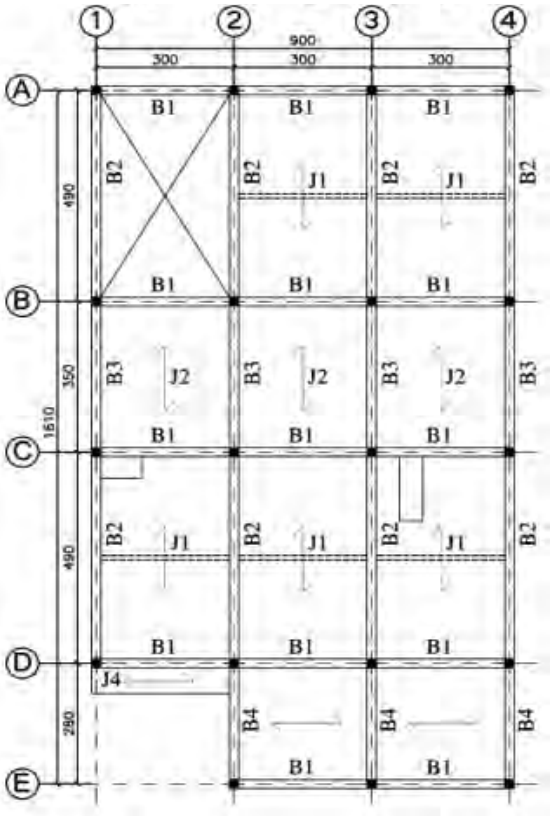
Foundation Plan: It is a top view of the footings or foundation, showing their area and their locations.

Column Plan: It is a plan to show the position and properties of the columns in the structure. These three factors are essential to be concerned: 1. Size of the Columns 2. Distance between the columns 3. Alignment of Columns

Beam Plan: It shows the size and spacing of joists, girders, tie beams, and columns which used to support the floor.



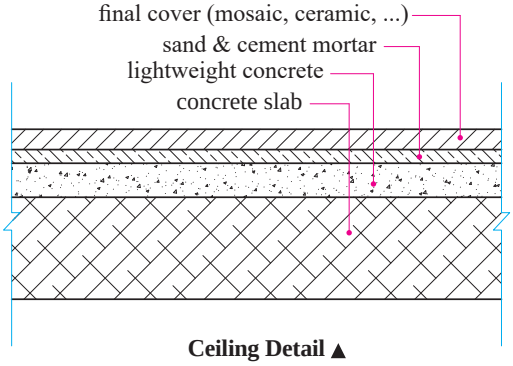
Column & Baseplate Plan ▲



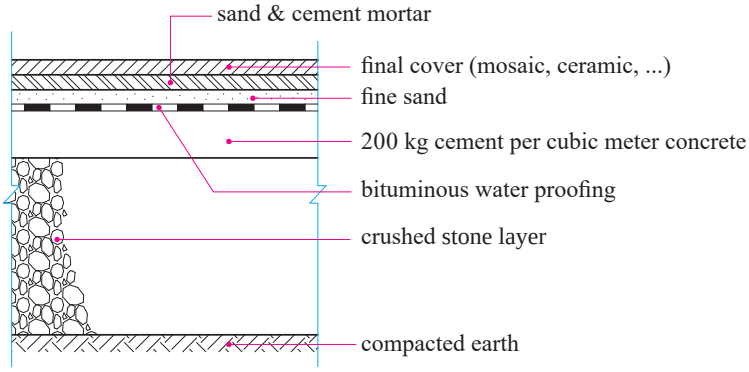
Beam Plan ▲

۹–۳– دیتایل های ساختمانی Detail Drawings

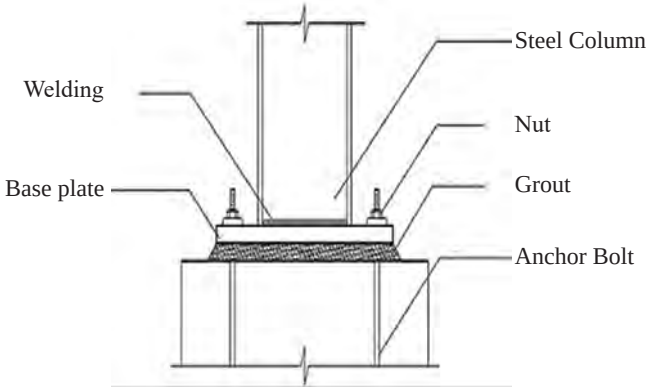
Generally there are two categories for the building details, Architectural details and Structural details. Detail drawings show a small part of the construction at a larger scale. Typical scales for the details are from 1/20 to 1/1.



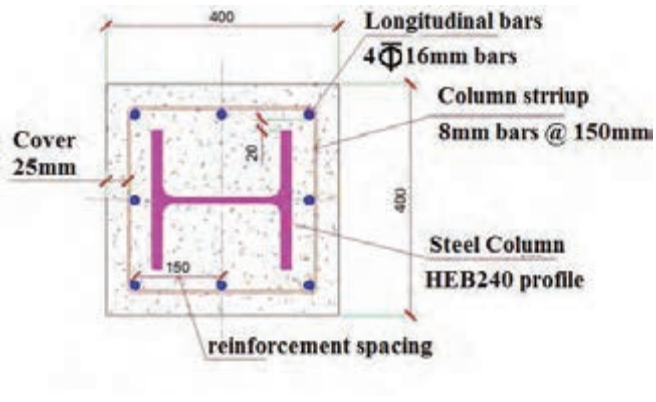
Ceiling Detail ▲



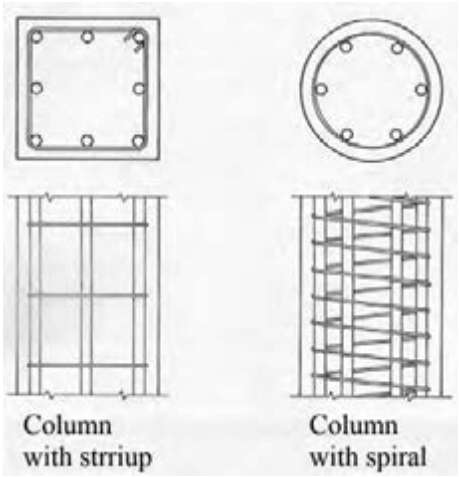
Ground Floor Detail ▲



Foundation & Column Connection Detail ▲



Detail of a Composite Column ▲



Stirrup VS Spiral ▲

۹–۴– انواع مختلف بناها Construction classifications

Generally there are two main types of constructions; **buildings** and **engineering constructions**.

Buildings are the type of construction which are used to shelter people, animals, materials, machines, human activity, and products, in a generally enclosed space. Depending on their purpose there are several types of subcategories such as; civic, industrial, agricultural, transportation building, and etc.

Engineering constructions refer to all the other types of constructions that we didn't mention it in the above (building) category. (There are often no special enclosed spaces in these constructions). Engineering constructions such as; The constructions related to the various means of communications (roads, railways, etc), communicational constructions (bridges, tunnels, etc), hydro technical constructions (dams, canals, etc), pipe lines (for gas, water, fuel, electricity, drainages, etc), and special constructions (chimneys, television towers, antennas, tanks, etc).

فعالیت کلاسی ۶

Match the words and the pictures (شمارهٔ لغات مربوط به هر شکل را در زیر آن بنویسید)

1- Duplex house
2- Tower
3- Mosque
4- Sport Complex
5- Road
6- Airport
7- Bridge
8- Tunnel
9- Six-storey Apartment










CONSTRUCTIONS:

The following chart represents some examples of different types and categories of constructions.



Bazar of Tabriz ▲

1. BUILDINGS

➢ CIVIL BUILDINGS
- Homes
  - • Individual
    - ◦ Villa
    - ◦ House
    - ◦ Flat house
    - ◦ Duplex house
    - ◦ Triplex house
  - • Collective
    - ◦ Apartment / block
    - ◦ Skyscraper
    - ◦ Multi-Storey Building
- Social, cultural and touristic
  - • Hospital, Clinic
  - • Cinema, Theater
  - • Masque, Praying Room, Church
  - • School, kindergarten, College, University, Library
  - • Museum, Convention Center/hall
  - • Sports Hall / Sport Complex, Gym
  - • Hotel, Hostel, Motel, Inn, Guest house



Jame Mosque of Isfahan ▲

➢ INDUSTRIAL BUILDINGS
- Production
  - • Factories
  - • Workshops
- For production supplies
  - • Warehouses, silos
  - • Reservoirs



Gonbad-e Qabus Tower ▲

➢ AGRICULTURAL & ZOOTECHNICAL BUILDINGS
- Animal shelters
  - • Stables
- Vegetable production rooms
  - • Greenhouses
- Storage rooms for agricultural equipments
  - • Shed



Naaseri Castle in Sistan and Baluchestan Province ▲

➢ TRANSPORTATION AND TELECOMMUNICATION BUILDINGS

- For transports
  - Terminals (rails, roads)
  - Airport
  - Naval station
- For telecommunications
  - Postal, telegraphic and telephonic buildings
  - Radio – TV



Jame Mosque of Sanandaj ▲

2. ENGINEERING CONSTRUCTIONS

➢ Communicational

-bridges

-tunnels

-Road

-Rail

➢ Hydro technical constructions

- Dam
- Cannel
- Wharf



Shushtar Historical Hydraulic System ▲

➢ Special constructions

-Chimney

- Tower
- And etc.

فعالیت کلاسی ۷

Tick the appropriate answers:

1- Which ones are in the category of the 'Engineering Constructions'?

a) Bridge	c)Tunnel	e) Mosque	g) School
b) Villa	d) Hospital	f) Cinema	h) Factory

2- Which ones are in the category of 'Civil / Civic Buildings'?

a) Skyscraper	c) Terminal	e) Villa	g) Duplex house
b) Airport apartment	d) Greenhouse	f) Penthouse	h) Three –storey

Determine the appropriate construction category for each given word:

Residential Building	Mega Mall .....
Pedestrian Bridge	Overpass / Underpass .....
Sport Complex	Supermarket.....

بیشتر بدانیم

Persepolis

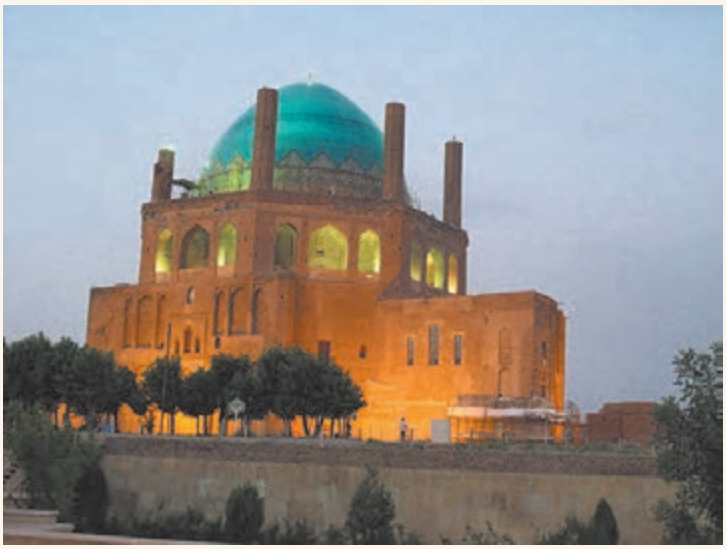


Persepolis is the Greek name meaning 'Persian City', for the ancient city of Parsa, located seventy miles northeast of Shiraz in present-day Iran. The name Parsa meant 'City of The Persians' and construction began at the site in 518 BC under the rule of king Darius. He made Parsa the new capital of the Persian Empire, instead of Pasargadae, the old capital and burial place of Cyrus the Great.

The city of Persepolis was built in terraces up from the river Pulwar to rise on a larger terrace of over 125,000 square feet, partly cut out of the Mountain Kuh-e Rahmet ("the Mountain of Mercy"). To create the level terrace, large depressions were filled with soil and heavy rocks which were then fastened together with metal clips; upon this ground the first palace at Persepolis slowly grew. Around 515 BC, construction of a broad stairway was begun up to the palace doors. This grand, dual entrance to the palace, known as the Persepolitan stairway, was a masterpiece of symmetry on the western side of the building and the steps were so wide that users could ascend or descend the stairs by horseback. The top of the stairways led to a small yard in the north-eastern side of the terrace, opposite the ‘Gate of all Nations’.

بیشتر بدانیم

Dome of Soltaniyeh: Symbol of Islamic Architecture and Art in Iranian History



The Dome of Soltaniyeh is one of the largest brick domes in the world. The structure is a very exquisite mosque which is well-known in the world from the viewpoint of architecture, interior design and space.

The dome is located 30 km east of Zanjan inside the rampart of the old city of Soltaniyeh. It is an octagonal building, each side of which is almost 80 meters. The Soltaniyeh Dome is built in the Arg city or old fortification of Sultaniyeh. The old fortification was a plot of land with an area of 18 hectares, encircled by a wall which was the characteristic of old cities. It is interesting to mention that the dome was used as a template in construction of the big dome of Florence, Italy.

The structure is the oldest double-shell dome in Iran. The dome is blue and is covered in turquoise blue faience. The inside roof of the rooms are decorated with colored bricks and plasterwork. There is a tall dome on each sides of the building which are about 120 meters each. There are eight minarets around the dome.

On the upper part of the building, pavilions and rooms have been constructed. On the sides of the ceiling, Quranic verses and names of God have been written in beautiful manifest handwriting, which is a symbol of Iranian art.

Construction of the dome started in 1302 and was completed in 1312 that is construction of the building took almost 10 years, ranking the structure among the biggest brick domes in the world.

The dome, which is the largest in the world after Santa Maria and Hagia Sophia, has three sections of the main entrance, mausoleum and crypt. The decoration and structure of the mausoleum is in fact a turning point in the architecture of that era, creating a new style in architecture.

۹–۵– اجزای مختلف یک ساختمان Building components

Generally buildings are constructed from **Structural elements**, **Architectural elements**, and **Technical equipment**.

Structural elements are known as 'skeleton'. They ensure the stability of a building. Columns, Beams, Foundations, are some examples of the structural elements in a building. They are the 'bearing elements' of the building.

Architectural elements ensure the functionality and provide welfare for its users. For example: Interior walls, windows, doors, finishing, and etc. are kinds of non-bearing elements or architectural elements of a building.

Technical equipments elements are meant to ensure comfort for people who live in the building.

The following chart indicates some not
examples of these buildings:

BUILDING COMPONENTS

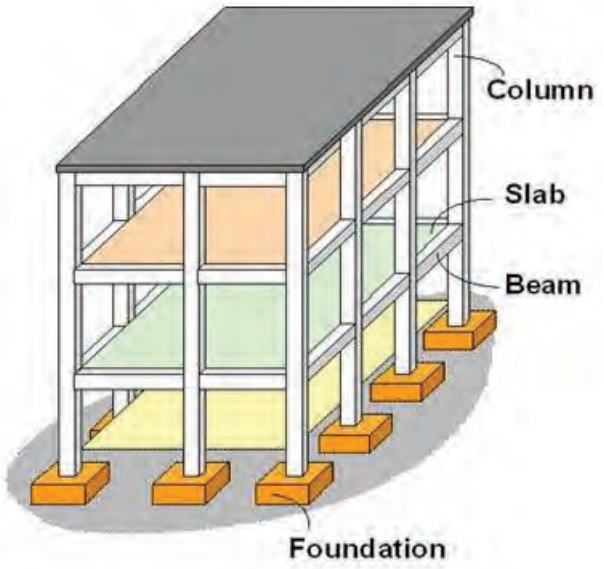
➢ **STRUCTURAL ELEMENTS**

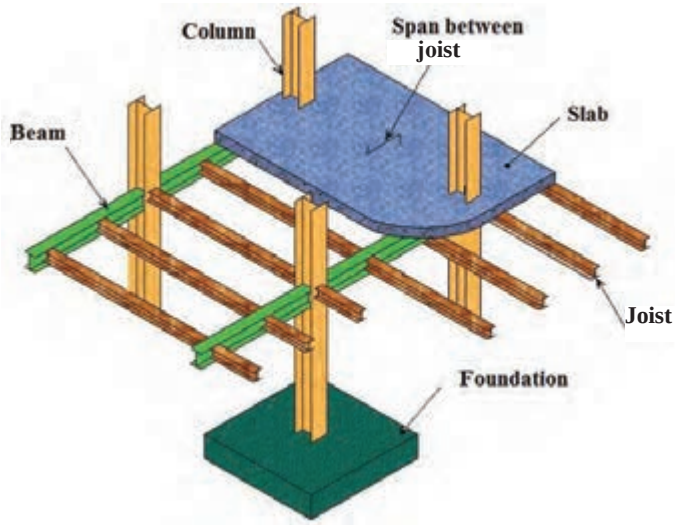
-Foundations /Base
- Single footing
- Strip footing
- Combined footing
- Mat
- Pile

- Vertical elements
- Column / Pillar
- Pedestal
- Bearing wall

- Horizontal elements
- Beam
- Joist
- Slab

- Special elements
- Bracing
- Shear wall
- Dome
- Cable
- Arch





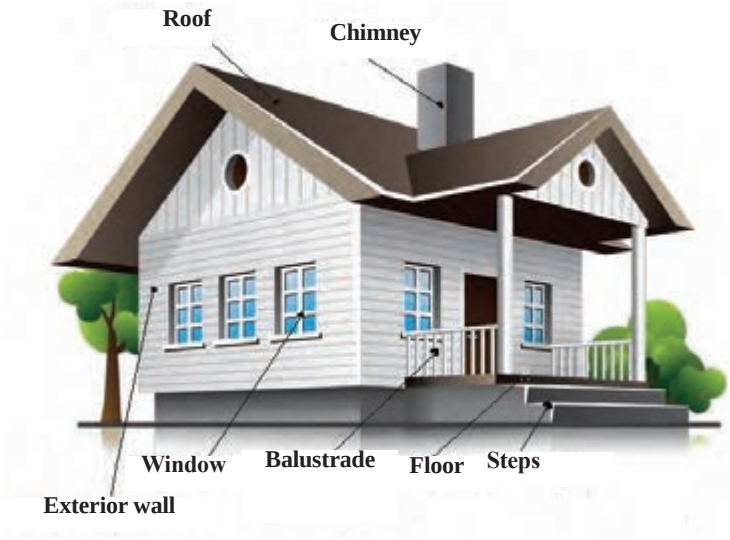
Structural Elements ▲

- Truss
- Staircase
- Roof
- And etc.

➢ Architectural elements

- Walls
  - Interior wall
  - Exterior wall
  - Partition

- Finishings
- Door
- Window
- Chimney
- Etc



Architectural Elements ▲

➢ Technical equipment elements

- Water supplying
- Used water disposal
- Heating
- Ventilation
- Electricity
- Gas
- Warning, telecommunication
- Garbage disposal
- And etc.

فعالیت کلاسی ۸

(به انگلیسی پاسخ دهید)

۱- چند نمونه از اجزای سازه‌ای ساختمان را نام ببرید.

۲- چند نمونه از فونداسیون‌ها را نام ببرید.

۳- کدام فونداسیون قدرت باربری بیشتری نسبت به دیگر انواع فونداسیون‌ها دارد؟

۴- چند نمونه از اجزای معماری (غیر باربر) در ساختمان را نام ببرید.

۵- چند نمونه از تجهیزات فنی ساختمان را نام ببرید.

تحقیق کنید

با مراجعه به منابع مختلف معادل کلمات انگلیسی «تیر لانه‌زنبوری»، «کرسی‌چینی» و «شناژ» را پیدا کرده و در مورد آنها مطالبی را به انگلیسی و فارسی جمع‌آوری و ارائه نمایید.

۹–۶– مصالح ساختمانی Building Materials

مصالح ساختمانی عبارت‌اند از موادی که برای ساخت‌وساز استفاده می‌شوند. مصالح سنتی Traditional materials شامل: خاک Soil، ماسه Sand، چوب Wood، سنگ Stone، و حتی شاخ‌وبرگ گیاهان Tree branches، می‌باشند.

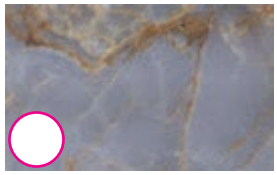
امروزه کاربرد مصالح سنتی در ساختمان‌سازی‌ها محدودتر شده است، زیرا مصالح ساختمانی جدید با خصوصیات و ویژگی‌های متنوع‌تری قابل دسترس هستند. از بتن Concrete، فولاد Steel، شیشه Glass و آلومینیوم Aluminum می‌توان به عنوان مصالح جدید Modern materials نام برد.

فعالیت کلاسی ۹

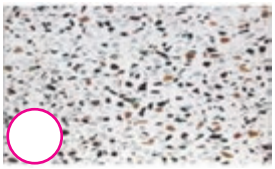
Match the words and the pictures.

(لغات داده شده را به شکل مناسب آن ارتباط دهید)

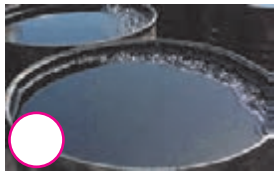
1- Cement
2- Concrete
3- Reinforced concrete
4- Soil
5- Sand
6- Gravel
7- Marble
8- Granite
9- Asphalt
10- Bitumen
11- Lime
12- Mosaic
13- Ceramic
14- Brick
15- Steel bar
16- Sand-cement Mortar
17- Cement Block











۹–۷– افراد شاغل در پروژه های ساختمانی Building Crew

There are many people with exclusive responsibilities in the construction site or design office. The following list represents some common titles of these people:

Engineers
Civil Engineer
Consulting Engineer
Operating Engineer
Supervisor Engineer
Project Manager
Safety Officer
Site Superintendent
Architect
Contractor
Employer
Surveyor
Electrician
Plumber
Foreman
Welder
Laborer / Worker
And etc.



WHITE: For High-Level employees, such as: Engineers, Project Manager, Site Supertiment, Supervisors, and etc.



BLUE: For Staff of Technical Services, such as: Repearers, Electricians, Carpentars and Other Techinical Operators.



RED: For Fire Fighters.



GREEN: For Safety Officers, such as: HSE team.



GRAY: For Site Visitors.



YELLOW: For Labourers.



BROWN: For Welders.

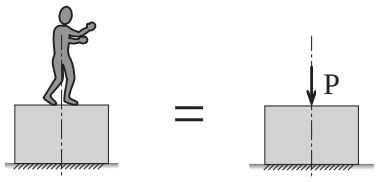
Different Colours of Safety Helmets / Hard Hats ▲

۹–۸– بارهای اصلی وارد بر ساختمان Primary Loads

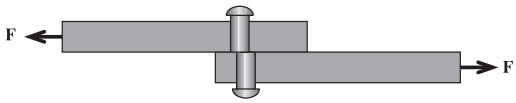
بارهـای وارد بـر سـاختمان به‌طـور کلـی بـه دو دسـتهٔ ثقلـی یـا قائـم Vertical Loads و افقـی یـا جانبـی Horizontal Loads تقسـیم‌بندی می‌شـوند. بارهـای قائـم شـامل: بـار مـرده Dead Load بـار زنـده Live Load، بـار بـرف Snow Load و ... ، همچنیـن بارهـای افقـی شـامل: بـار بـاد، بـار زلزلـه و ... می‌باشـند.
اثـر ایـن بارهـا (نیروهـا) بـه اجـزای سـاختمان می‌توانـد بـه یکـی از اشـکال زیـر باشـد: ۱- نیروهـای محـوری (شـامل نیـروی فشـاری و کششـی)، ۲- نیـروی برشـی، ۳- نیـروی خمشـی، و ۴- نیـروی پیچشـی.

چگونگی اثر نیروهای مختلف به ساختمان

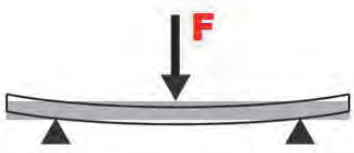
۱- نیروی محوری Axial Force



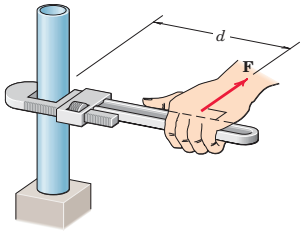
۲- نیروی برشی Shear Force



۳- نیروی خمشی Bending Force



۴- نیروی پیچشی Torsion Force



فعالیت کلاسی ۱۰

1- When there are no great loads imposed to a building ……..….. can be used.
a)Mat foundation with piles b) strip footings
c) single footings d) mat foundation

2- ……..….is due to a sudden application of a load on the structure.
a) impact load b) live load c) dead load d) snow load

3- Columns are mainly under the …… force in buildings.
a) Axial b) Shear c) Torsion d) Bending

4- …… and ……. are the most critical force in beams.
a) Axial b) Shear c) Torsional d) Bending

5- The snow load is mainly in the category of …… loads.
a) Vertical b)Horizontal c) Oblique d) None

۹–۹– تنش و کرنش محوری Axial Stress & Strain

Types of stresses imposed to a structure

Same as the different types of the forces, there are four types of stresses imposed to a structure. They are Axial stress, shear stress, bending stress, and torsional stress. In this part we will discuss about the Axial stress. For more information about the other stresses students can refer to the sources recommended at the end of this book.

Axial Stress

The force per unit area, or intensity of the forces distributed over a given section, is called stress, and is denoted by the Greek letter σ (sigma). Stress is obtained by dividing the force F by the area A. There are two types of Axial stresses, Compressive and tensile stress.

$$\text{Stress (N/mm}^2\text{)} \rightarrow \sigma = \frac{\pm F}{A}$$

Force (N) → F

Area (mm^2) → A

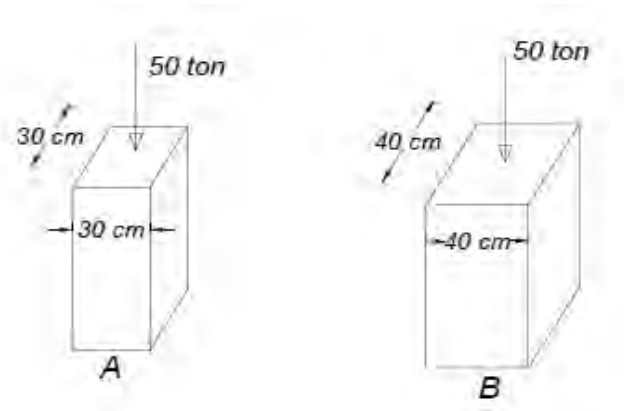
Axial Strain

Strain is the response of a system to an applied stress. When a material is loaded with a force, it produces a stress, which then causes a material to deform. Strain is defined as the amount of deformation in the direction of the applied force divided by the initial length of the material.

$$\text{Strain} = \frac{\text{Change in Length}}{\text{Original Length}} \quad \text{or} \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

مثال ۲

The shown schematics are two columns with the same amount of loads and different area. Which one is imposed to more stresses than the other one?



Solution:

Stress in Column A

$$\sigma_A = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{50000}{30\times30} = 55.5 \ \text{kg/cm}^2$$

Stress in Column B

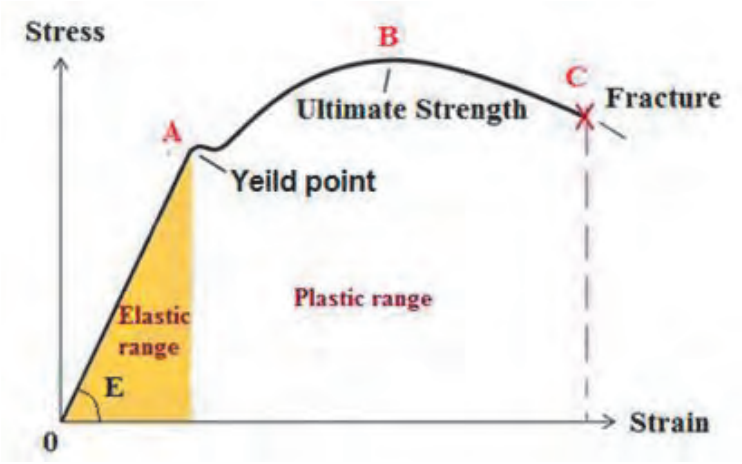
$$\sigma_B = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{50000}{40\times40} = 31.25 \ \text{kg/cm}^2$$

The answers indicate that the column A imposes more stresses than column B.

فعالیت کلاسی ۱۱

Suppose that the original length of the given column in previous example be 1m, after imposing load, the length shortened to 99cm. Calculate the strain of the column.

Stress- strain Diagram



The relationship between the stress and strain that a particular material displays is known as that particular material's stress–strain curve. It is unique for each material and is found by recording the amount of deformation (strain) at distinct intervals of tensile or compressive loading (stress). These curves reveal many of the properties of a material, including data to establish the Modulus of Elasticity, E. If tensile force is applied to a steel bar, it will have some elongation. If the force is small enough, the ratio of the stress and strain will remain proportional. This can be seen in the graph as a straight line between zero and point A, which is called elastic limit or yield point.

Beyond the elastic limit, the material will experience plastic deformation. The plastic deformation continues to the point B which is the ultimate strength of the bar. Finally the point C is where the bar tore's apart, and the test is over.

The definitions below are important for understanding the Stress-Strain interactions:

Elasticity: Elasticity is the property of the material which enables the material to return to its original form after the external force is removed.

Plasticity: Plasticity is a property that allows the material to remain deformed without fracture even after the force is removed.

Hooke's Law: Within the elastic range of the curve strain is proportionate to stress.

$$\sigma = E.\varepsilon$$

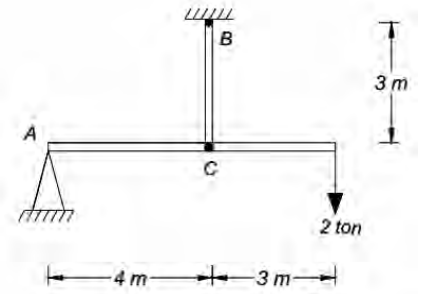
Young's modulus of elasticity: Young's modulus is a measure of the ability of a material to withstand changes in length when it is under tension or compression. It is shown by the word E. It has the same unit as the stress.

The amount of '**elongation**' which is denoted by ΔL, obtains from the following equation, where the F is force, L is the original length, E is the modulus of elasticity, and A is the cross-sectional area of the material.

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= E.\varepsilon \\ \sigma &= \frac{F}{A} \\ \varepsilon &= \frac{\Delta L}{L}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta L = \frac{F.L}{E.A}$$

فعالیت کلاسی ۱۲

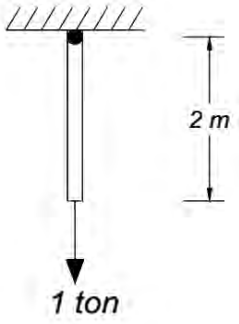
Determine the total elongation of the BC bar shown in the below picture (Where the Young's Modulus is $E = 2\times10^5$ kg/cm^2, diameter of the bar is 20mm).



فعالیت کلاسی ۱۳

A) Determine the diameter of the steel bar with the original length of 2 meters, which imposes maximum tensional force of F= 1 ton. (If the allowable stress be equal to 1440 kg/cm^2, and Young's Modulus E = 2×10^5 kg/cm^2).

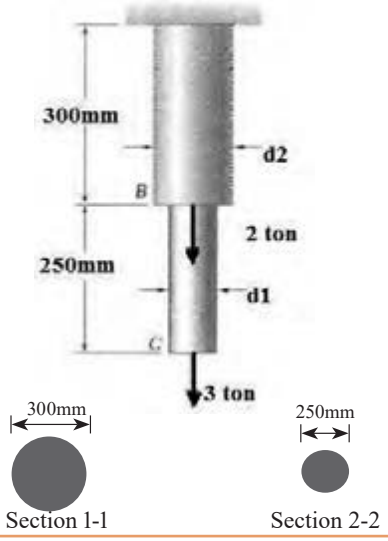
B) Determine the total elongation of the steel bar.



فعالیت کلاسی ۱۴

The below picture shows two circular bars with various diameters and different materials, the top one is a steel bar of 50mm diameters. And the other one is an aluminum bar of 30mm diameters.

If:
$E_{steel} = 2\times10^5$ kg/cm^2, and
$E_{aluminium} = 7.5\times10^4$ kg/cm^2,
determine the total elongation of the bars.



فعالیت کلاسی ۱۵

Determine the allowable tensile force for a circular steel bar of 22mm diameters, if the allowable stress be equal to 1440 kg/cm^2.

تحقیق کنید

By using various sources find the impact of the amount of carbon in different types of steel, on its strength , ductility, and weldability. Then write and offer it as a short research.

Other Essential Vocabularies (لغات مکمل این پودمان)
(صرفاً جهت مطالعه بیشتر)

کلمه فارسی	معادل انگلیسی	کلمه فارسی	معادل انگلیسی
فلز	Metal	بردار	Vector
آهن	Iron	پایداری	Stability
آلومینیوم	Aluminum	بار متمرکز	Concentrated load
پروفیل I شکل	IPE profile	بار گسترده	Distributed load
نبشی بال مساوی	Equal leg angle / L profile	تکیه‌گاه کابلی	Cable support
نبشی با بال نامساوی	Unequal leg angle / L	تکیه‌گاه غلتکی	Roller support
پروفیل H شکل	HEB profile	تکیه‌گاه مفصلی	Hinge support
پروفیل ناودانی	Standard channel /UNP profile	تکیه‌گاه گیردار /صلب	Fixed support
پروفیل Z شکل	Zee	سرستون	Capital
جوشکاری	Welding	پا ستون	Base
جوش	Weld	شاه تیر (تیر اصلی)	Primary beam
قالب بندی	Formwork	تیر فرعی	Secondary beam
قالب	Form	تیرچه	Tertiary beam
آرماتوربندی	Reinforcement	ستون فولادی	Steel column
آرماتور	Bar	ستون بتنی	Concrete column
آرماتورهای طولی	Longitudinal reinforcement	ستون مرکب	Composite column
آرماتورهای عرضی	Lateral reinforcement	تیرچه مشبک	Castellated beam
خاموت	Stirrup	پله مستقیم	Straight stair
خاموت دورپیچ	Spiral	پله ۹۰ درجه گردش	Quarter-turn stair
شبکه میلگرد	Mesh / Web	پله دوطرفه	Half-turn stair
پیچ	Screw	پله برقی	Escalator
مهره	Bolt	رمپ	Ramp

Elevator	آسانسور	Washer	واشر
Linter	نعل درگاه	Tool	ابزار
Partition	دیوار غیرباربر	Trowel	ماله بنایی
Course	یک رج دیوار چینی	Bricklayer’s trowel	کمچه بنایی
Stretcher course	یک رج راسته	Sieve	الک
Header course	یک رج کله	Buggy	فرغون
Flemish bond	پیوند کله و راسته	Shovel	بیل
Stretcher bond	پیوند راسته چینی	Safety	ایمنی
Header bond	پیوند کله چینی	Fire safety	ایمنی حریق
Thermal insulation	عایق کاری حرارتی	HVAC	گرمایش-هوارسانی- تهویه مطبوع
Damp proofing	عایق کاری رطوبتی	Heating system	سیستم گرمایش
High-rise building	ساختمان بلند مرتبه	Ventilation system	سیستم هوارسانی
Mid-rise building	ساختمان متوسط	Air conditioning	سیستم تهویه مطبوع
Low-rise building	ساختمان کوتاه مرتبه	Electricity system	سیستم برق
Residential building	ساختمان مسکونی	Pluming system	سیستم لوله کشی
Official building	ساختمان اداری	Lighting system	سیستم روشنایی
Commercial building	ساختمان تجاری	Drainage system	سیستم دفع فاضلاب
Residential Complex	مجتمع مسکونی	Well	چاه
Sport Complex	مجموعه ورزشی	Installations	تأسیسات
Perspective	ترسیمات پرسپکتیو	Vent	دریچه هواکش
Sketch	اسکیس	Duct	محل عبور لوله های تاسیسات
Cavalier drawing	ترسیمات کاوالیر	Surface	سطح
Cabinet drawing	ترسیمات کابینت	Triangle	مثلث
3 dimensional drawing	ترسیمات سه بعدی	Square	مربع
Section	برش (مقطع)	Rectangular	مستطیل
Longitudinal section	برش طولی	Circle	دایره
Oblique section	برش مایل	Polygon	چند ضلعی
Cross section	برش عرضی	Scale	مقیاس
North direction	جهت شمال	Survey	نقشه برداری
Line	خط	Leveling	ترازیابی
Dashed line	خط چین	Turning point	نقطه برگشت
Contentious line	خط ممتد	Station	ایستگاه
Dotted line	خط نقطه	Bench mark	بنچ‌مارک (نقطه نشانه)
Section line	خط برش (مقطع)	Stadia	میر (شاخص)
Dimension line	خط اندازه	Theodolite	دوربین ترازیاب

ارزشیابی

ارزشـیابی در ایـن درس براسـاس شایسـتگی اسـت. برای هـر پودمان یک نمره مسـتمر (از ۵ نمـره) و یک نمره شایسـتگی پودمـان (نمـرات ۱، ۲ یـا ۳) بـا توجـه به اسـتاندارد های عملکرد جـداول ذیل برای هـر هنرجو ثبت مـی گـردد. امـکان جبـران پودمـان هـای در طـول سـال تحصیلـی بـرای هنرجویـان و بر اسـاس برنامـه ریزی هنرسـتان وجود دارد.

الگوی ارزشیابی پودمان کسب اطلاعات فنی

تکالیف عملکردی (شایستگی‌ها)	استاندارد عملکرد	نتایج	استاندارد (شاخص‌ها، داوری، نمره‌دهی)	نمره
درک مفاهیم و به‌کارگیری لغات، اصطلاحات و متون فنی و تخصصی ساده	با استفاده از لغات، اصطلاحات، متن یا نقشه آماده و واژه‌نامه و کتاب همراه هنرجو، برداشت محتوایی لازم را ارائه نماید.	بالاتر از حد انتظار	توانایی درک مفاهیم و به‌کارگیری لغات، اصطلاحات و متون ساده خارج از کتاب و در حد کتاب	۳
		در حد انتظار (کسب شایستگی)	توانایی درک مفاهیم و به‌کارگیری لغات، اصطلاحات و متون ساده در حد کتاب	۲
		پایین‌تر از انتظار (عدم احراز شایستگی)	عدم توانایی در درک مفاهیم و به‌کارگیری لغات، اصطلاحات و متون سادهٔ درون کتاب	۱
نمره مستمر از ۵				
نمره شایستگی پودمان از ۳				
نمره پودمان از ۲۰				

تفکر

"Keep praying for what it is you seek. Impossibility and possibility are merely concepts of your mind, to God nothing is impossible."

Imam Ali (A.S)

منابع و مآخذ

۱- اســتاندارد شایســتگی حرفه ســاختمان، ســازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشــی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌هــای درســی فنی و حرفــه‌ای و کاردانش، ۱۳۹۲.

۲- اســتاندارد ارزشــیابی حرفه ســاختمان، ســازمان پژوهــش و برنامه‌ریزی آموزشــی، دفتر برنامه‌ریــزی و تألیف کتاب‌های درســی فنــی و حرفــه‌ای و کاردانش، ۱۳۹۳.

۳- راهنمــای برنامــهٔ درســی ســاختمان، ســازمان پژوهــش و برنامه‌ریــزی آموزشــی، دفتــر برنامه‌ریــزی و تألیف کتاب‌هــای درســی فنــی و حرفــه‌ای و کاردانــش، ۱۳۹۴.

۴- خلیــل ارجمندی،محمداســماعیل و همــکار، ایســتایی ســاختمان، شــرکت چــاپ و نشــر کتاب‌هــای درســی ایــران، ۱۳۹۵.

۵- خاکی، علی، ایستایی ساختمان، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۰.

۶- فرشاد، مهدی، مکانیک مهندسی - جلد اول: استاتیک، انتشارات پژوهش

۷- مریام، ج - ال، استاتیک، ترجمهٔ حمید لعل‌خو

۸- ENGINEERING MECHANICS STATICS,
J.L.MERIAM&L.G.KRAIGE, SEVENTH EDITION

۹- STATICS AND MECHANICS OF MATERIALS,
Ferdinand P.Beer&E.Russell Johnston, Jr.&John T.DeWolf&David F.Mazurek

۱۰- MECHANICS OF MATERIALS, Third Edition
ROY R. CRAIG, JR.

و سایت‌های اینترنتی معتبر و منابع مختلف دیگر.

هنرآموزان محترم، هنرجویان عزیز و اولیای آنان می‌توانند نظر اصلاحی خود را درباره مطالب کتاب‌های درسی از طریق سامانه «نظرسنجی از محتوای کتاب درسی» به نشانی «nazar.roshd.ir» یا نامه به نشانی تهران ـ صندوق پستی ۴۸۷۴ ـ ۱۵۸۷۵ ارسال کنند.

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

Www.IranEstekhdam.Ir

«لینک‌های مفید و مرتبط»

دانلود منابع آزمون استخدامی هنرآموز ساختمان

خرید و دانلود

دانلود نمونه سوالات آزمون استخدامی هنرآموز ساختمان

خرید و دانلود

سرویس خصوصی خدمات عام المنفعه اخبار شغل و استخدام

Www.IranEstekhdam.Ir

خواننده گرامی؛ در جهت بهبود کیفیت این فایل؛ لطفاً هرگونه انتقاد و پیشنهاد خود در مورد مطالب آن

و یا گزارش مشکل را به آدرس ایمیل و یا با شماره تلفن زیر مطرح نمایید:

شماره تلفن تماس: ۰۲۱-۹۱۳۰۰۱۱۳ آدرس ایمیل: soal@iranestekhdam.ir