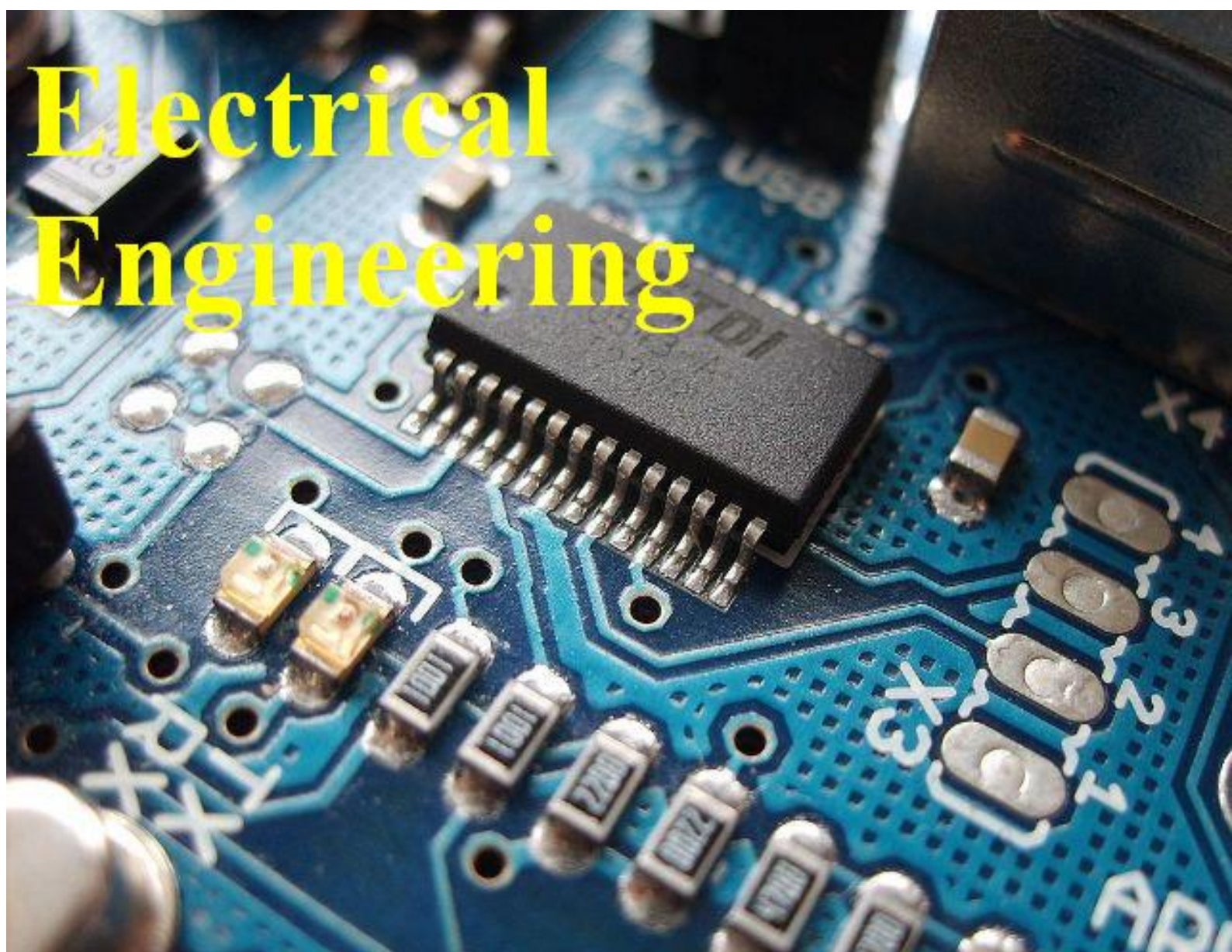


جزوه آموزشی درس

مبانی مهندسی برق (۱)



درس : مبانی مهندسی برق (۱)

استاد : آقای مهندس عبداللہ زادہ

Text : * مبانی مهندسی برق (جلد اول)
(فیتز جerald)

- کلیات الکتریکی :
- 1 - ولتاژ (اختلاف پتانسیل)
 - 2 - جریان
 - 3 - توان
 - 4 - انرژی
 - 5 - بار الکتریکی
 - 6 - شار الکتریکی

واحد	علامت	
Volt	V, v	ولتاژ :
Amper	I, i	جریان :
Watt	P, p, Q	توان :
Joule	E, e	انرژی :
Culumb	C, c	بار :
	ϕ, φ	شار :

* نمادهای بزرگ برای جریان DC است.

$$\left. \begin{array}{l} P = VI \\ E = \int_0^t P dt \end{array} \right\} \longrightarrow \rho = \frac{dE}{dt}$$

قانون اهم (Ω) : $V = R \cdot I$

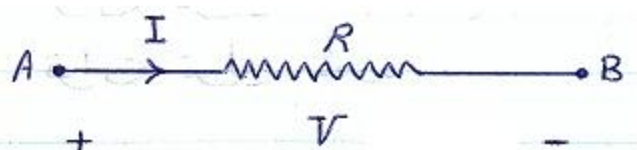
* مقاومت یک عنصر دوسر است که بر اثر عبور جریان از آن ، اختلاف پتانسیل در دوسر آن پدید می آید .



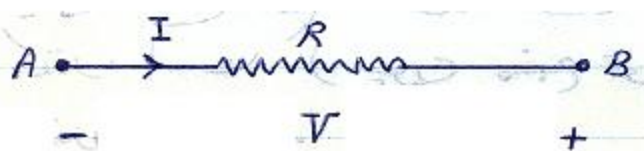
* جهت فلش با علامت I توأماً جهت واقعی جریان را نشان می دهند .



* در قانون اهم باید جهتها متناظر باشند.



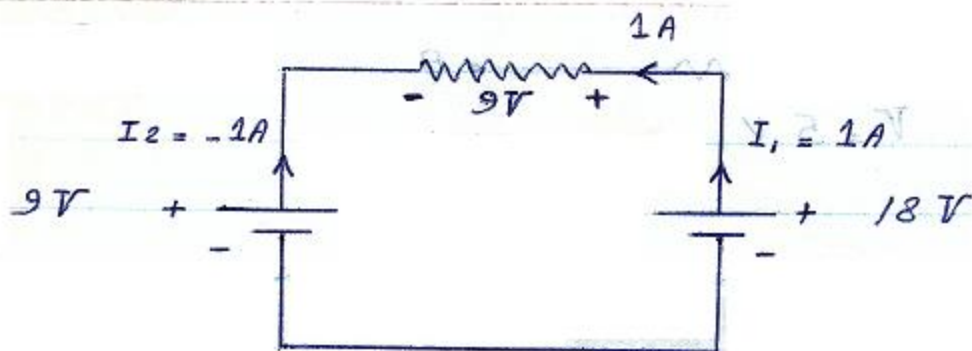
جهت جریان و ولاریته
ولتاژ متناظر است
($V = RI$)



جهت جریان و ولاریته
ولتاژ متناظر نیست
($V = -RI$)

* در مدارها ما جهتها را متناظر می گیریم. یعنی برای عناصر الکتریکی مصرف کننده جهت جریان و ولاریته ولتاژ متناظر انتخاب می کنیم و همواره ($P = VI > 0$)، توان مصرف شده است. برای منابع جهت جریان و ولاریته ولتاژ را غیر متناظر انتخاب می کنیم و ($P = VI$)، توان تولید شده است.

مثال - در شکل زیر توان مصرف شده توسط مقاومت و تولید شده توسط منابع را بیابید.



$$P = 9 \times 1 = 9 \text{ W}$$

$$P = 18 \times 1 = 18 \text{ W}$$

$$P = 9 \times -1 = -9 \text{ W}$$

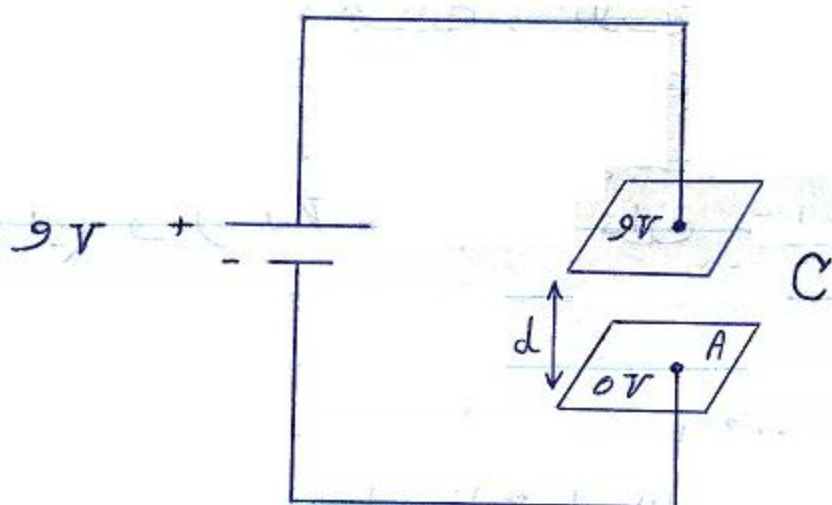
توان مصرف شده توسط مقاومت

توان تولید شده

توان تولید شده

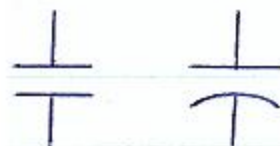
* یعنی منبع دژم که توان تولید شده اش منفی درآمده در واقع مصرف کننده است (چون منبع قوی تر در مدار داریم) و در حال شارژ شدن است.

خازن : انرژی الکتریکی را ذخیره می کند و پس می دهد.



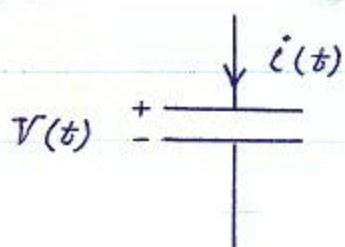
$$* C = \frac{\epsilon A}{d}$$

Farad

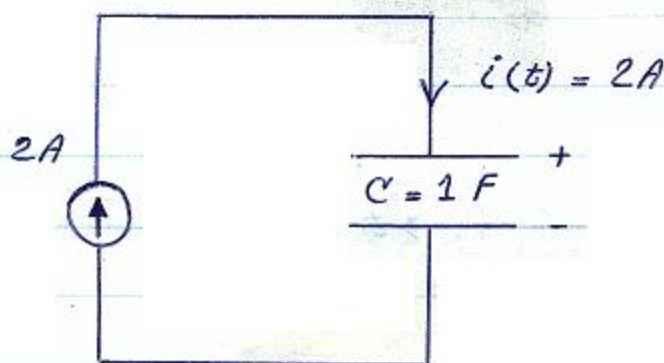


* رابطه ولتاژ-جریان برای خازن :

* ما جهت‌ها را مثل یک مصرف‌کننده متناظر می‌گیریم.



$$\begin{cases} V(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \\ i(t) = C \frac{dV(t)}{dt} \end{cases}$$



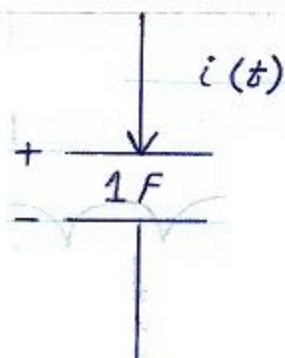
مثال -

$$V(t) = \frac{1}{1} \int_0^t 2 dt = 2t$$

* یعنی الکترونها
یک صفحه مرتب

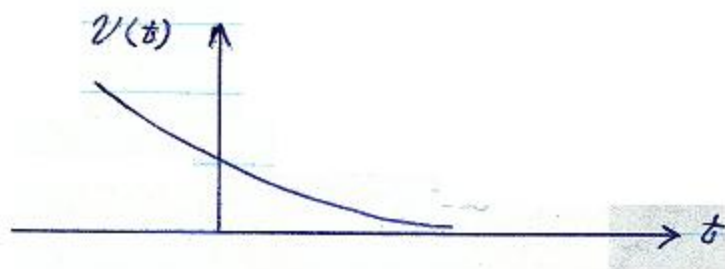
تخلیه می‌شود و انفجار رخ می‌دهد پس خازن را نمی‌توان
به منبع DC بست.

مثال -

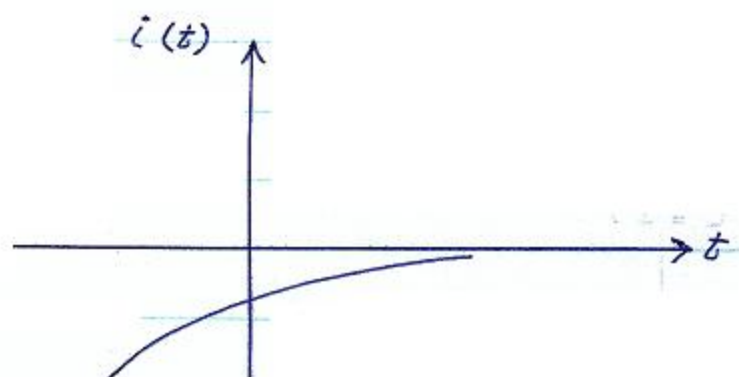


$$v(t) = 10 e^{-5t}$$

$$i(t) = 1 \times \frac{d}{dt} (10 e^{-5t}) = -50 e^{-5t}$$

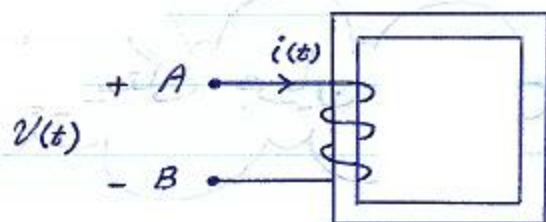


* چون ولتاژ کم شونده
است یعنی خازن -
در حال پس دادن -
است .



$$\begin{cases} i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \\ v(t) = v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \end{cases}$$

* سلف : یک عنصر الکتریکی است که می تواند انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند.

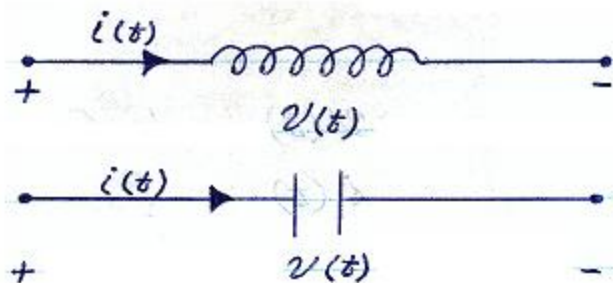


$$V(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

ضریب خود القاء

* واحد اندازه گیری هانری (H) است.

$$\begin{cases} V(t) = L \frac{di(t)}{dt} \\ i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t V(t) dt \end{cases}$$



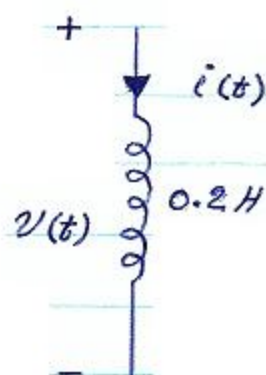
اصل پیوستگی ولتاز خازن

چون ولتاز خازن یک تابع اولیه است پس حتماً باید پیوسته باشد (هرچند $i(t)$ پیوسته نباشد).

اصل پیوستگی جریان سلف

چون جریان سلف یک تابع اولیه است پس حتماً باید پیوسته باشد (هرچند $v(t)$ پیوسته نباشد).

سلف	C	R	
$E = \frac{1}{2} L I^2$	$E = \frac{1}{2} C V^2$	$P = R I^2 = \frac{V^2}{R}$	توان یا انرژی



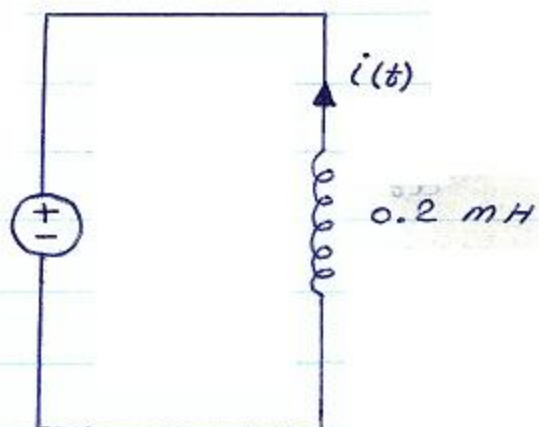
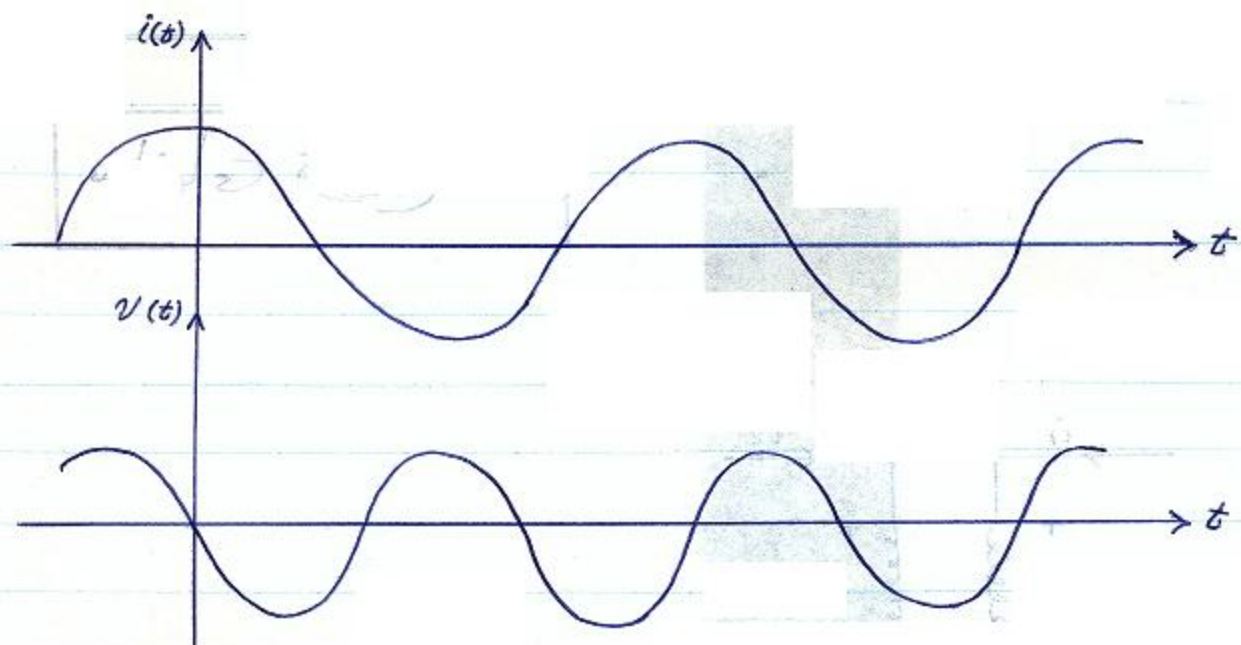
$$v(t) = 10 \cos 100t$$

$$i(t) = ?$$

مثال -

$$v(t) = L \frac{di}{dt}(t)$$

$$v(t) = 0.2 (10 \cos 100t)' = -200 \sin 100t$$



- مثال

$$v(t) = 22 \sin 5t$$

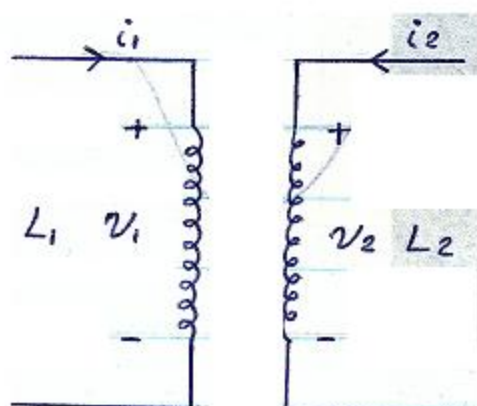
$$i(t) = ?$$

$$i(0) = 0$$

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t 22 \sin 5t \, dt = \frac{1}{0.2 \times 10^{-3}} \int_0^t \sin 5t \, dt$$

گویند که سنگ لعل می شود در مقام صبر
آری شود و لیک به خون جگر شود

سلفهای تزویج شده



اگر مستقل باشند :

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \\ v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

* اما اکنون دو سلف با هم رابطه مغناطیسی دارند پس :

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

- * یعنی ولتاژ دوسر هر سلف هم در مقابل تغییر جریان خودش -
 مقاومت می کند و هم در مقابل تغییر جریان سلف دیگر. M -
 ضریب القای متقابل است بر حسب هانری.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_1 \\ \frac{d}{dt} i_2 \end{bmatrix} \\ V = L \times \frac{d}{dt} I \end{cases}$$

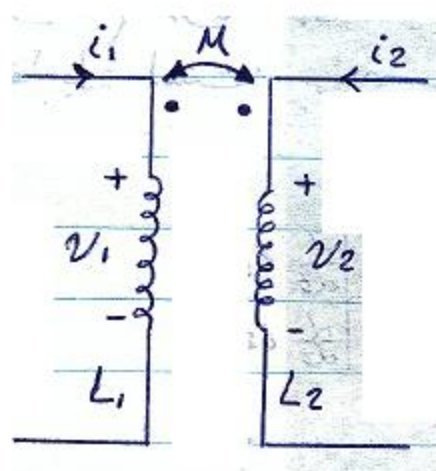
$$\begin{cases} 0 \leq M \leq L_1, L_2 \\ k^2 = \frac{M^2}{L_1 L_2} \rightarrow 0 \leq k \leq 1 \end{cases}$$

- * اگر $m^2 = L_1 L_2$ باشد تراشیده آل است.
 * اگر $m^2 = 0$ باشد سلفها مستقل هستند.

$$\begin{cases} L_1 = 2 \text{ mH} \\ L_2 = 5 \text{ mH} \\ M = 3 \text{ mH} \\ i_1 = 5 \sin 10t \text{ A} \\ i_2 = 6 \sin (10t + 30) \text{ A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = ? \\ v_2 = ? \end{cases}$$

مثال -



- ۱- جهت جریان و ولتاژ متناظر را انتخاب می‌کنیم.
- ۲- اگر جریان‌ها باهم از سرهای نقطه دار وارد و یا خارج شوند برای M علامت مثبت در نظر می‌گیریم و اگر یکی وارد و یکی خارج شود علامت M را منفی در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

$$v_1(t) = 2 \times 10^{-3} (50 \cos 10t) + 3 \times 10^{-3} (60 \cos (10t + 30)) \quad \text{Volt}$$

$$v_2(t) = 3 \times 10^{-3} (50 \cos 10t) + 5 \times 10^{-3} (60 \cos (10t + 30)) \quad \text{Volt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = 20 \sin 300t \\ v_2 = -30 \cos 300t \\ L_1 = 2 \text{ mH} \\ L_2 = 5 \text{ mH} \\ M = 3 \text{ mH} \\ i_1(0) = 0 \\ i_2(0) = 0 \\ i_1 = ? \\ i_2 = ? \end{array} \right.$$

تمرین - 1 -

* دو معادله دو مجهولی
دیفرانسیلی است که با یکبار
انتگرال گیری حل می شود.

منابع ولتاژ $\left\{ \begin{array}{l} \text{ناجسته} \\ \text{وابسته} \end{array} \right.$ فعلاً ایده آل

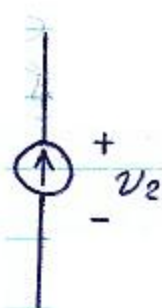
منابع جریان $\left\{ \begin{array}{l} \text{ناجسته} \\ \text{وابسته} \end{array} \right.$ فعلاً ایده آل



$$V_1 = 9 \text{ Volt}$$

$$V_1 = 10 \text{ Volt}$$

منابع ولتاژ وابسته به
جریان.



$$i_2 = 10 \text{ A}$$

منبع جریان وابسته
به ولتاژ

* یعنی در حالت ایده آل مثلاً هر قدر جریان بکشیم ولتاژ پیل افت نمی کند.

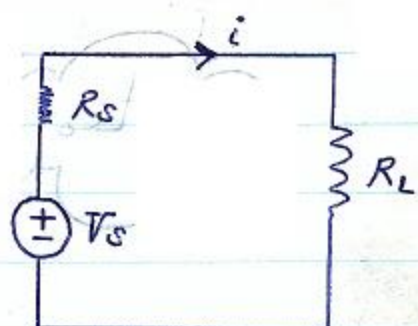
* در حالت ایده آل اگر به باطری 10V و مقاومت 0.1Ω ببندیم باید 10A جریان بدهد اما اینطور نیست و این به علت وجود مقاومت داخلی باطری است.



$$* \quad 0.1 + 10\Omega = 10.1 \quad \Rightarrow \quad 890 \text{ mA}$$

$$* \quad \begin{array}{l} 1k + 10\Omega = 1010\Omega \\ 1k\Omega \end{array} \quad \begin{array}{l} \Rightarrow 8.99 \text{ mA} \\ \Rightarrow 9 \text{ mA} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1k + 10\Omega = 1010\Omega \\ 1k\Omega \end{array}} \right\} \text{تقریباً برابر}$$

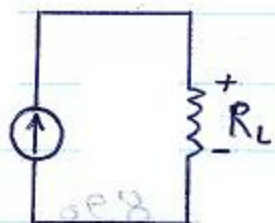
* یعنی اگر به منبع غیر ایده‌آل مقاومتی بزرگتر از مقاومت داخلی آن ببندیم عملاً همان جریان ایده‌آل را می‌دهد اما در حالت عکس - مقاومت باطنی تعیین کننده است.



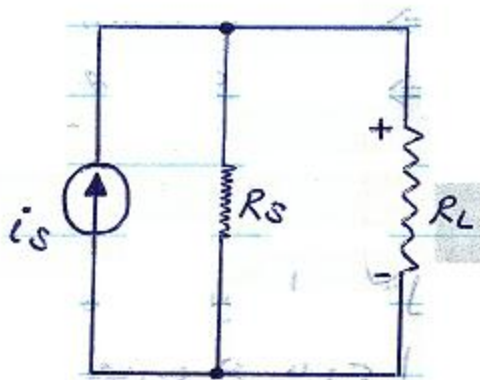
$$* \quad i_L = \frac{V_S}{R_S + R_L} \quad \text{جریان منبع ولتاژ غیر ایده‌آل}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} R_L \gg R_S \rightarrow i_L \approx \frac{V_S}{R_L} & \text{جریان منبع ایده‌آل} \\ R_L \ll R_S \rightarrow i_L = \frac{V_S}{R_S} = \text{cte} & \text{منبع جریان} \end{array} \right.$$

* منبع جریان غیر ایده آل :



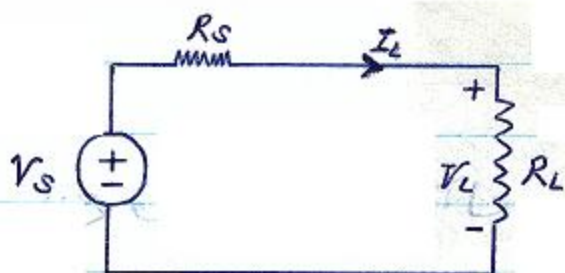
ایده آل



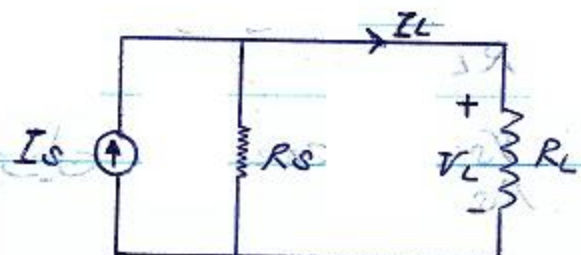
مقاومت داخلی منبع جریان
همواره با آن موازی است.

غیر ایده آل

تبدیل منابع



$$\begin{cases} I_L = \frac{V_s}{R_s + R_L} \\ V_L = R_L \times \frac{V_s}{R_s + R_L} \end{cases}$$

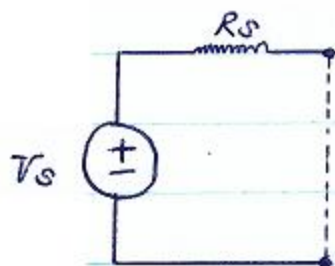
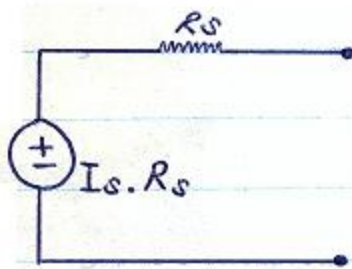
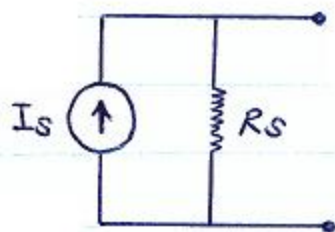
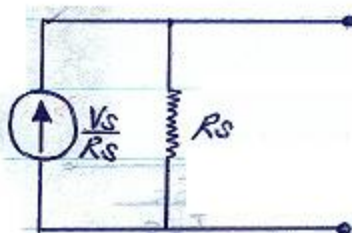
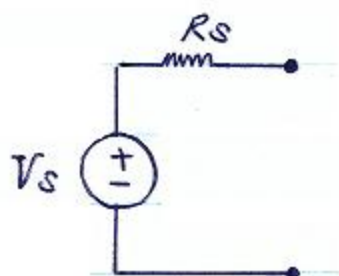


$$\begin{cases} V_L = \frac{R_s R_L}{R_s + R_L} I_s \\ I_L = \frac{R_s}{R_s + R_L} I_s \end{cases}$$

* فرض می‌کنیم $I_S = \frac{V_S}{R_S}$ باشد :

$$\begin{cases} V_L = \frac{R_S R_L}{R_S + R_L} I_S = \frac{\cancel{R_S} R_L}{R_S + R_L} \times \frac{V_S}{\cancel{R_S}} = R_L \frac{V_S}{R_S + R_L} \\ I_L = \frac{R_S}{R_S + R_L} I_S = \frac{\cancel{R_S}}{R_S + R_L} \times \frac{V_S}{\cancel{R_S}} = \frac{V_S}{R_S + R_L} \end{cases}$$

* معنی منبع جریان غیر ایده‌آل با این شرط ها منبع ولتاژ است.



اتصال کوتاه $\left(I_{sc} = \frac{V_S}{R_S} \right)$

$$V_{oc} = I_{sc} \cdot R_s$$

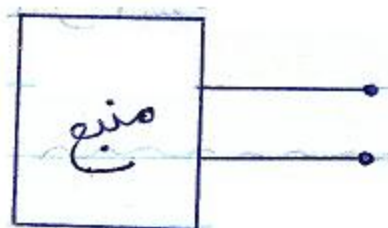
اتصال باز منبع جریان

Short Cerket

- sc

Open Cerket

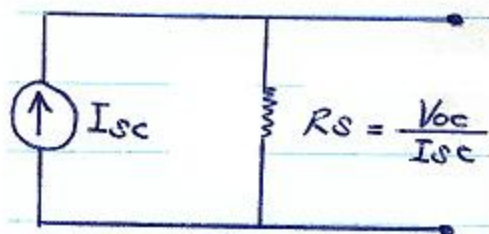
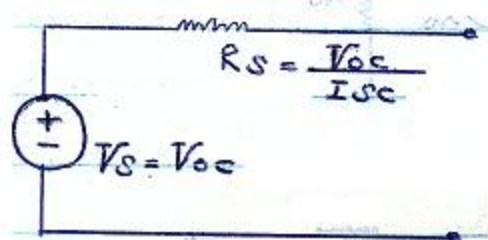
- oc



$$\begin{cases} V_{oc} \\ I_{sc} \end{cases}$$

(ولت متر سری شده)

(آمپر متر سری شده)



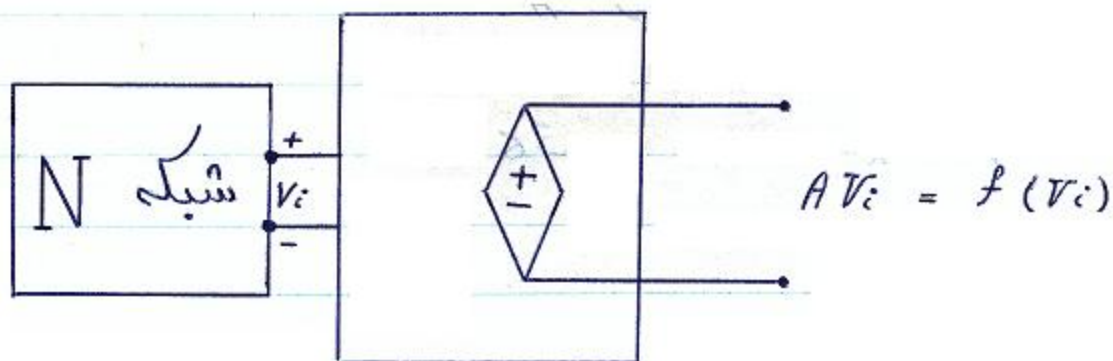
مثال - یک پیل الکتریکی داریم :
تمرین - 2 -

$$\begin{cases} V_S = 1.5 \text{ Volt} \\ R_S = 1.2 \Omega \end{cases}$$

- الف - مدار معادل منبع جریان این پیل را بیابید .
ب - مقادیر V_{oc} و I_{sc} را بیابید .

منابع وابسته

منابع وابسته
ولتاژ
جریان

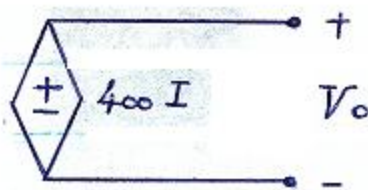
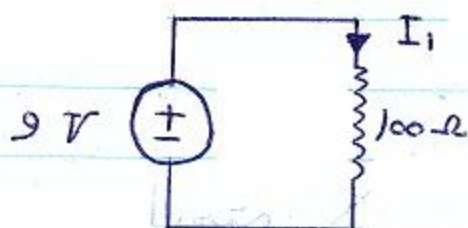


* یعنی اگر A بزرگتر از 1 باشد تقویت کننده است و اگر کوچکتر

از 1 باشد تضعیف کننده است. منبع فوق را منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ گویند. (VCVS)

- | | |
|------|--------------------------------|
| VCVS | 1 - منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ |
| ICVS | 2 - منبع ولتاژ وابسته به جریان |
| VCS | 3 - منبع جریان وابسته به ولتاژ |
| ICIS | 4 - منبع جریان وابسته به جریان |

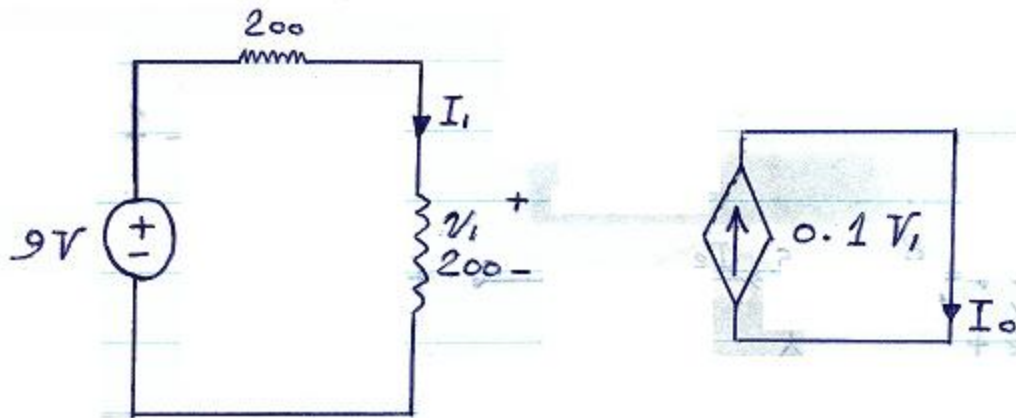
مثال - در مدار زیر ولتاژ خروجی را بیابید.



منبع ولتاژ
وابسته به
جریان

$$\begin{cases} I_1 = \frac{9}{100} = 0.09 \text{ A} \\ V_0 = 400 \times 0.09 = 36 \text{ V} \end{cases}$$

مثال - در مدار زیر مقدار I_o را بیابید.

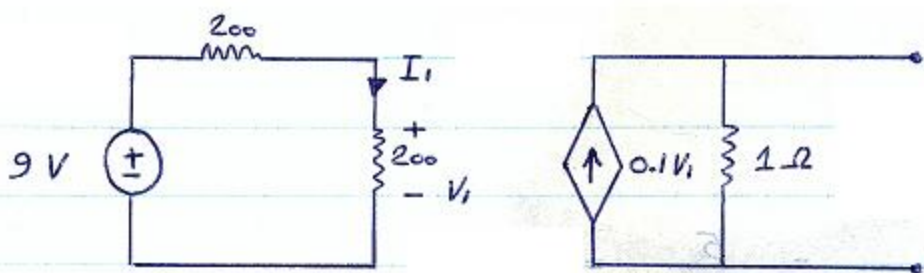


$$I_1 = \frac{9}{200 + 200} = 22.5 \text{ mA}$$

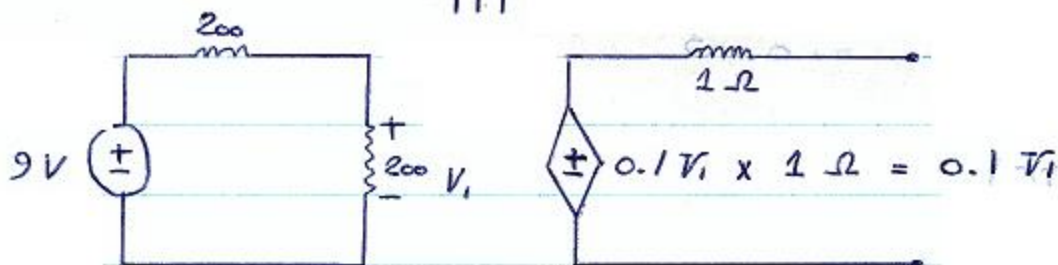
$$V_1 = 200 \times I_1 = 4.5 \text{ V}$$

$$I_o = 0.1 \times 4.5 = 0.45 \text{ A}$$

منبع جریان کنترل
شده توسط ولتاژ

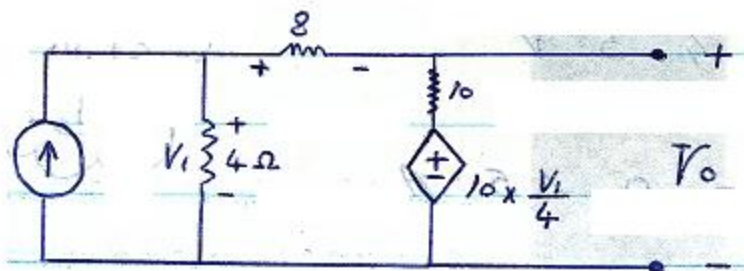
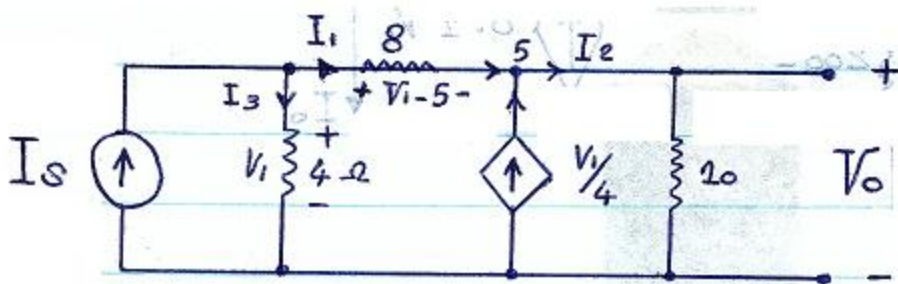


|||



تمرینها - 1 - 5 - 8 - 19 - 27 - 34

تمرین 1 - 33



جواب
در
منبع ولتاژ
منبع جریان

$$* I_1 = \frac{V_1 - 5}{8}$$

$$I_2 = I_1 + \frac{V_1}{4} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\frac{V_1 - 5}{8} + \frac{V_1}{4} = 0.5 \rightarrow$$

$$(V_1 = 3 \text{ V})$$

$$I_1 = \frac{V_1 - 5}{8} = -\frac{1}{4} \text{ A}$$

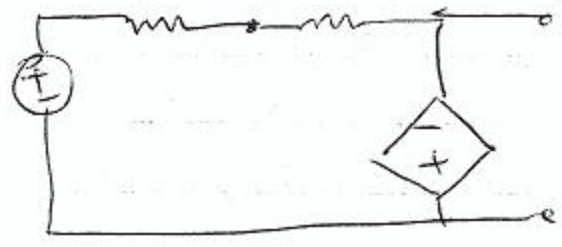
$$I_3 = \frac{V_1}{4} = \frac{3}{4} A \rightarrow$$

$$\left(I_s = I_1 + I_3 = \frac{1}{2} A \right)$$

6)

بیانی برقی I

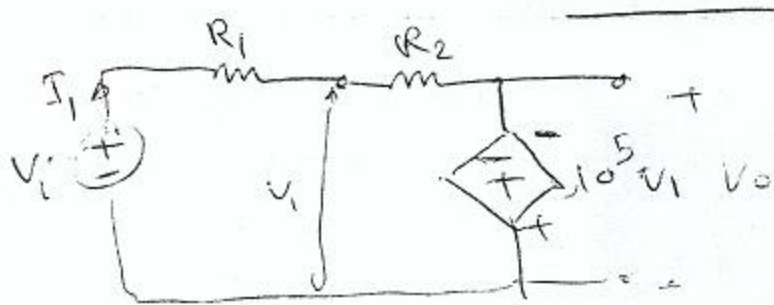
حل 1-34: چای فرضی و تران داده شده:



$$I_1 = \frac{2.5 - V_1}{5 \times 10^3} = V_1 - \frac{(-10^{-5}) V_1}{10 \times 10^3}$$

$$\Rightarrow V_1 = 5 \times 10^5 \text{ V}$$

$$V_0 = -10^5 V_1 = -5 \text{ V}$$



جری: ثابت کنی $\frac{V_0}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1}$

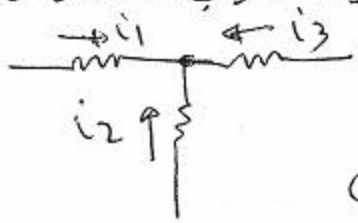
نقل (1)

تحلیل مدارها/مقارسی: (درای نقل، ای مدارها شل مقارسی و منابع نابسته و وابسته آ)

روسی کلاسیک: مدارها/مقارسی با توجه به اصل زیر آنالیز می شوند:

- 1- قانون اهم
- 2- KVL
- 3- KCL

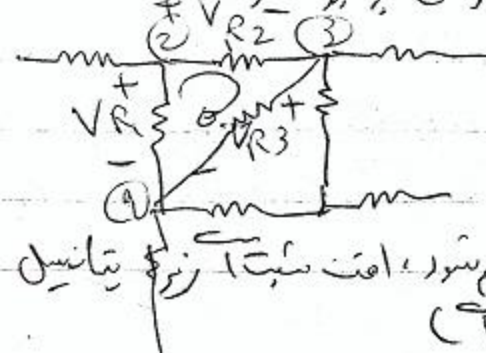
قانون KCL: مجموع جریانها/ورودی به یک گره برابر مجموع جریانها/خروجی از آن گره می باشد (مجموع جریانها/وارد به هر گره، برابر صفر آ)



$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

شانه های

قانون KVL: در هر حلقه ای، مجموع جبر/حلقه ها/شیر آن برابر صفر است (مجموع جبر/افت (افزایش) شانه های هر حلقه برابر صفر است)



$$-VR_1 + VR_2 + VR_3 = 0$$

افت ولتاژ: اگر منظور افت ولتاژ باشد، اگر توانسیل بالا رود افت کمی می شود. اگر منظور افت ولتاژ باشد، اگر توانسیل از گره به گره کمتر شود، افت مثبت آن زیرمک توانسیل آن شانه کاهش پیدا کرده و افت زیاد شده پس $VR > 0$ یعنی (مثبت آ)

$$V_{R1} - V_{R2} - V_{R3} = 0$$

برابر افرایش ولتاژ

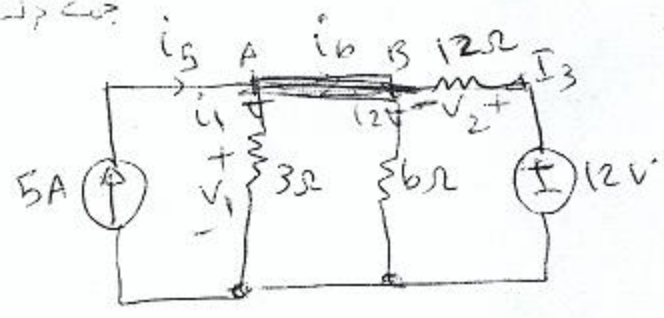
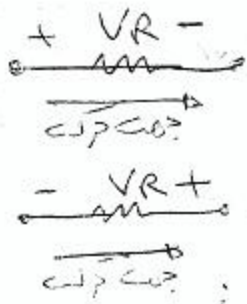
اگر در مدار جیو بردیجه هر جا کابضی بیانسیل داشته باشیم، چون افت ولتاژ زیاد شده پس ولتاژ کم شده و اگر افرایش ولتاژ صد نظر باشم علامت V_{Rk} و اگر افرایش بیانسیل داشته باشیم چون افت ولتاژ

کم می شود پس، ولتاژ زیادی شود و $V_{Rk} > 0$ است

$V_{Rk} < 0$ برابر افرایش $V_{Rk} > 0$ برابر افت

تعداد داد

$V_{Rk} > 0$ برابر افت $V_{Rk} < 0$ برابر است



A : $I_5 - I_1 - I_6 = 0$

B : $I_6 - I_2 + I_3 = 0$

$I_5 - I_1 - I_2 + I_3 = 0$

مثال :

نکته : در مدار بالا از آنجا که بین A و B، المانی وجود ندارد (المان الکتریکی) پس می توان A و B را به هم وصل کرد و در نظر گرفت و نوشت
 زیرا A و B هم بیانسیل هستند
 $I_5 + I_3 = I_1 - I_2 = 0$

نکته : به تعداد عناصر مقاومتی می توان قانون اهم نوشت : $V_1 = 3I_1$ $V_2 = 6I_2$ $V_3 = 12I_3$
 نکته : به تعداد گره ها منهای یکی (که می نویسیم) در مدار بالا دو گره داریم پس یک کد می بنویسیم

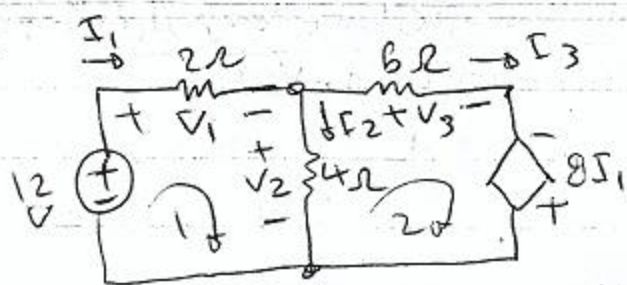
Kcl : $I_5 - I_1 - I_2 + I_3 = 0$

نکته : (به تعداد حلقه ها مستقل KVL می نویسیم)

حلقه مستقل به حلقه ای گفته می شود که اگر آنرا بنویسیم یک ولتاژ جدید از مدار در آن می آید و چون داشته باشیم و مدار مستقلی بدست می آید (مدار لا تدراری نداشته باشد)
 به مثال در مدار فوق ما سه حلقه ای هم بنویسیم فقط دو ولتاژ V_1 را دارد پس یک حلقه می توان نوشت

KVL : $-V_1 - V_2 + 24 = 0$

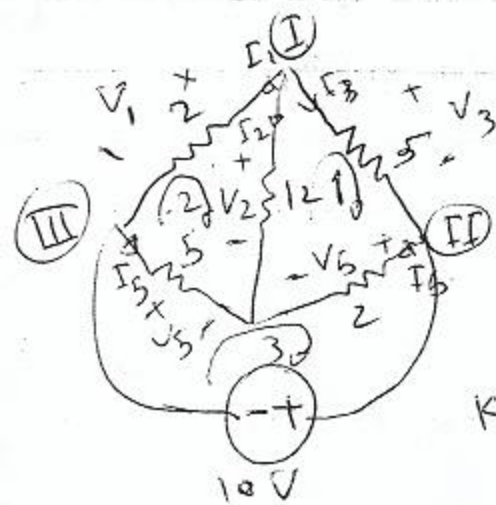
7)



مسئله 7: تحلیل گره و حلقه
 $V_1 = 2I_1$ $V_2 = 4I_2$ $V_3 = 6I_3$

KCL: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

KVL: $\begin{cases} -12 + V_1 + V_2 = 0 \\ -V_2 + V_3 - 8I_1 = 0 \end{cases}$



مسئله 8: تحلیل گره و حلقه
 $V_1 = 2I_1$ $V_2 = 12I_2$
 $V_3 = 5I_3$ $V_4 = 5I_4$
 $V_5 = 5I_5$ $V_6 = 2I_6$

4 گره داریم پس 3 حلقه می نویسیم:

KCL: $\begin{cases} \text{گره I: } I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ \text{گره II: } I_3 = I_6 + I_4 \\ \text{گره III: } I_4 - I_5 + I_6 = 0 \end{cases}$

KVL: $\begin{cases} \text{حلقه 1: } V_3 + V_6 - V_2 = 0 \\ \text{حلقه 2: } V_2 - V_5 - V_1 = 0 \\ \text{حلقه 3: } 10 + V_5 - V_6 = 0 \end{cases}$

دری دوم: تحلیل گره 1 در این فرقی تمام بهار لا فقط بزرگ ولتاژ مسکن در جریان ندارد
 تحلیل حلقه 1 در این فرقی تمام بهار لا فقط بزرگ ولتاژ مسکن در ولتاژ وجود ندارد

$I_B + I_C + I_D + I_E = 0$ (1)

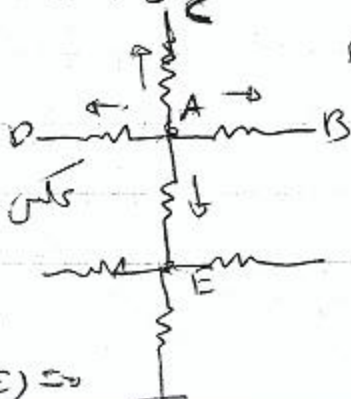
$I_D = \frac{V_A - V_D}{R_D}$ $I_C = \frac{V_A - V_C}{R_C}$ $I_E = \frac{V_A - V_E}{R_E}$

$I_B = \frac{V_A - V_B}{R_B}$

مکس مقادیر $(\frac{1}{R})$ یا G می نامیم و G نشان

$G = \frac{1}{R}$ ضریب

$\Rightarrow \text{1) } = G_B(V_A - V_B) + G_C(V_A - V_C) + G_D(V_A - V_D) + G_E(V_A - V_E) = 0$



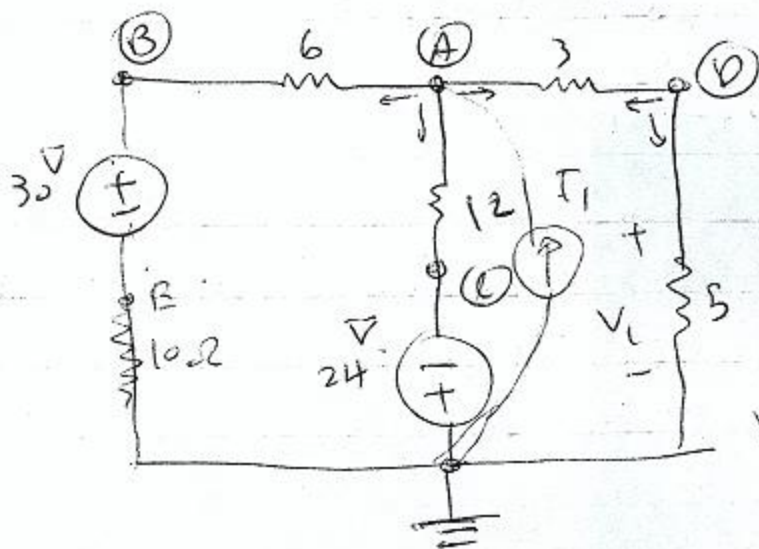
تعداد گره‌های یکلی است پس آن یکی را (به عنوان) مبدا می‌گیریم و می‌توانیم بنویسیم

(در این روش یکی از گره‌ها به عنوان گره مبدا کنار گذاشته می‌شود و محاسباتی بر روی آن تعداد فرمول‌ها که به اندازه

$$G_B(V_A - V_B) + G_C(V_A - V_C) + G_D(V_A - V_D) + G_E(V_A - V_E) = 0$$

در این روش به تعداد گره‌ها مستقل، رابطه که وجود دارد

مثال (در مثال فوق 4 گره B و C و D و E را به عنوان 4 گره مستقل در نظر می‌گیریم و (V_B, V_C, V_D, V_E) را



مثال (حالتی 2-17) مثال 2

$$A: \frac{1}{6}(V_A - V_B) + \frac{1}{12}(V_A - V_C) + \frac{1}{3}(V_A - V_D) = 0$$

$$D: \frac{1}{3}(V_D - V_A) + \frac{1}{5}(V_D - 0) = 0$$

اگر در ساختار منبع باشد می‌توانیم از روش فوق استفاده کنیم زیرا در این نوع ساختارها می‌توانیم که دارای مقایسه مستقیم

$$B: V_B = 30V \quad E: V_C = -24V$$

پس 1

از E اضافه شود

$$V_B = V_E + 30 \quad B, E: (V_B - V_A) \times \frac{1}{6} + (V_E - 0) \times \frac{1}{10} = 0$$

(در این روش اگر در ساختار، منبع و مقایسه‌ی سه گره باشد، بهتر است آنرا به منبع جریان تبدیل کنیم)

اگر فرقی کنیم در مثال بالا، می‌توانیم وسطی که یک منبع جریان معادل به یک منبع ولتاژ و مقایسه می‌شود

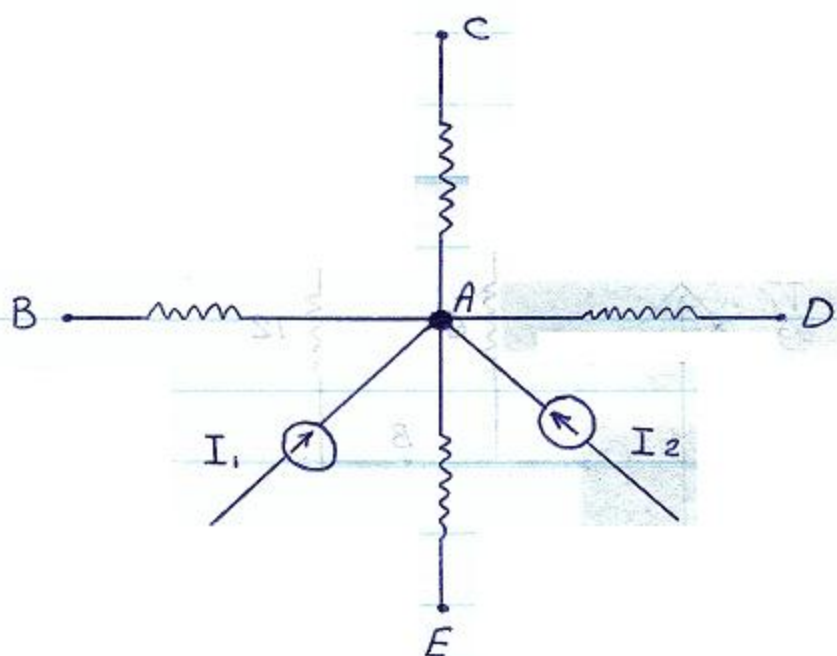
$$\frac{1}{6}(V_A - V_B) + \frac{1}{12}(V_A - V_C) + \frac{1}{3}(V_A - V_D) - I_1 = 0$$

$$\frac{1}{6}(V_A - V_B) + \frac{1}{12}(V_A - V_C) + \frac{1}{3}(V_A - V_D) = I_1$$

فرمول کلی گره

$$G_{AB}(V_A - V_B) + G_{AC}(V_A - V_C) + G_{AD}(V_A - V_D) = \sum I_A$$

روش گره -



* فرض می شود که منبع ولتاژ نداریم و یا به منبع جریان تبدیل شده است.

$$* I_{AC} + I_{AB} + I_{AD} + I_{AE} - I_1 - I_2 = 0$$

$$G_{AC} (V_A - V_C) + G_{AB} (V_A - V_B) + G_{AE} (V_A - V_E)$$

$$= I_1 + I_2 - G_{AD} (V_A - V_D)$$

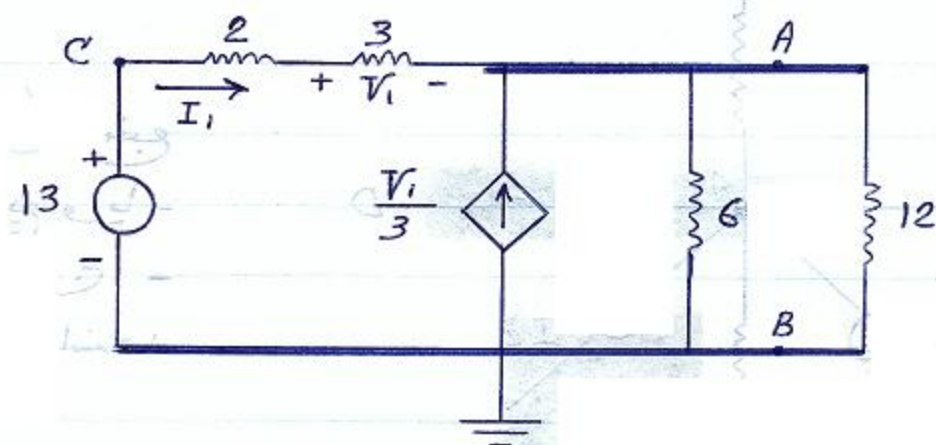
$$\underbrace{(G_{AC} + G_{AB} + G_{AE} + G_{AD})}_{G_{AA}} V_A - G_{AB} V_B -$$

$$G_{AC} V_C - G_{AE} V_E - G_{AD} V_D = \bar{I}$$

$$G_{AA} V_A - G_{AB} V_B - G_{AC} V_C - G_{AE} V_E - G_{AD} V_D = \bar{I}$$

* همواره n گره داریم که n معادله می دهد و n مجهول ما یافت می شود.

تمرین 2.31 -



$$\begin{cases} V_A = ? \\ V_C = 13 \text{ V} \end{cases}$$

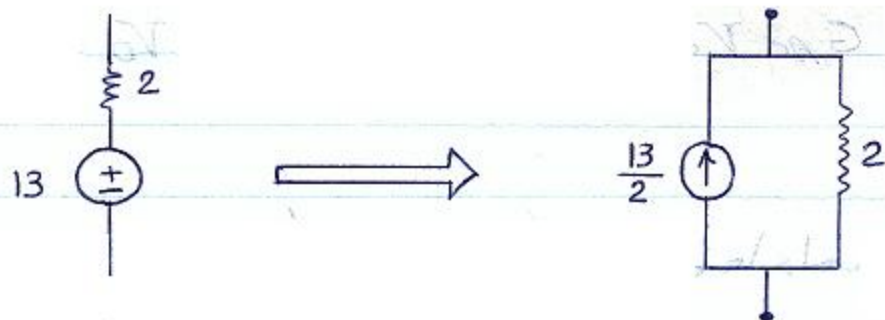
روش 1 -

$$\frac{1}{12} (V_A - 0) + \frac{1}{6} (V_A - 0) - \frac{V_1}{3} + \frac{1}{5} (V_A - 13) = 0 \quad (I)$$

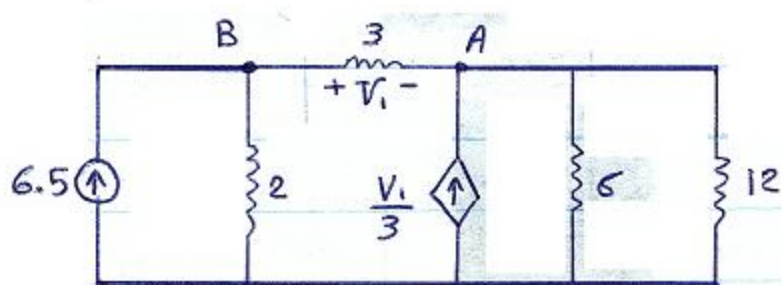
* رابطه دیگری باید از منبع جریان بدست آورد تا مجهولات V_A و V_1 بدست آید:

$$V_1 = 3 \times I_1 = 3 \times \left(\frac{V_C - V_A}{5} \right) = \frac{3}{5} (13 - V_A) \quad (II)$$

روش 2 -



* ابتدا منبع ولتاژ را که با مقاومت 2Ω سری است به منبع جریان تبدیل می کنیم. (مقاومت 3Ω را در نظر نگرفتیم چون ولتاژ دو سر آن V_1 است که ما در جای دیگر نیاز داریم).

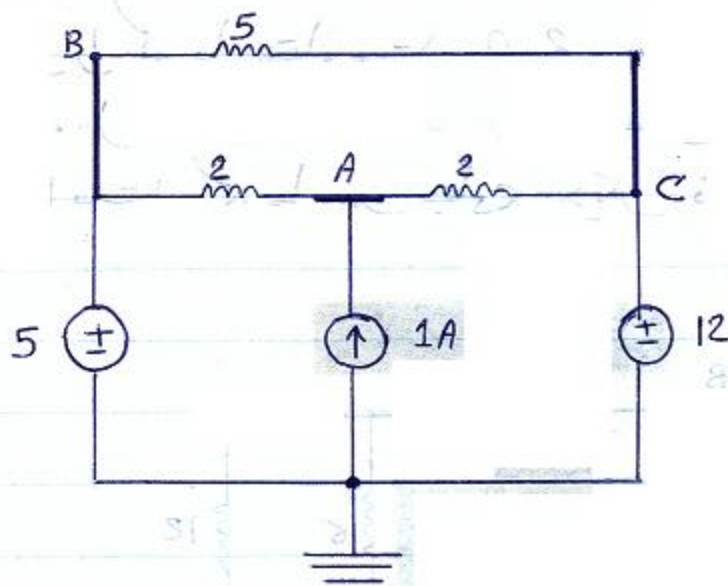


$$\begin{aligned} A : & \begin{cases} G_{AA} V_A - G_{AB} V_B = \bar{I}_A \\ G_{BB} V_B - G_{BA} V_A = \bar{I}_B \end{cases} \\ B : & \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right) V_A - \frac{1}{3} V_B = \frac{V_1}{3} & \text{I} \\ \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) V_B - \frac{1}{3} V_A = 6.5 & \text{II} \\ V_1 = V_B - V_A & \text{III} \end{cases}$$

* منبع ولتاژ را وقتی می توان به منبع جریان تبدیل کرد که یک مقاومت با آن سری باشد. در غیر این صورت یا اندوختن گره نمی توان حل کرد یا باید ترفندی بکار برد.

مثال -

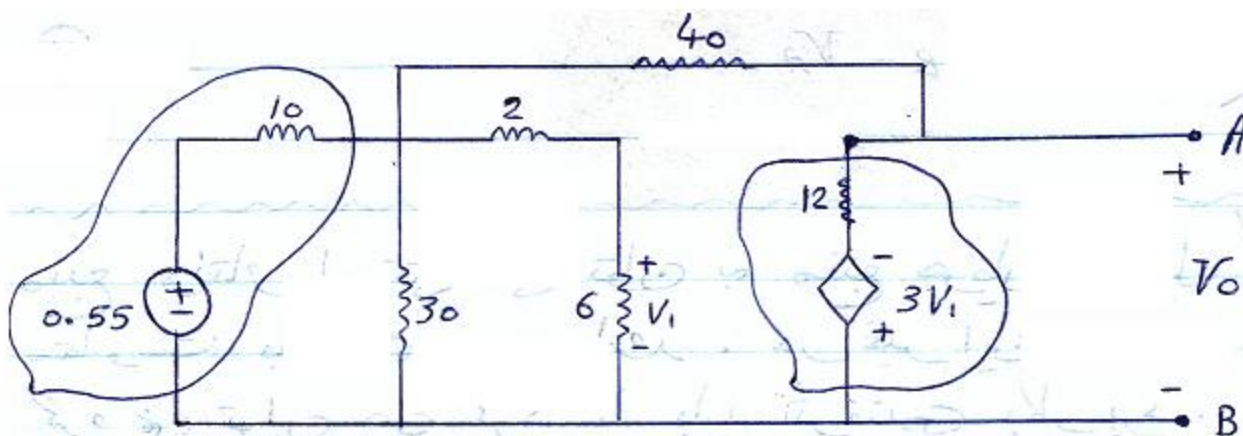


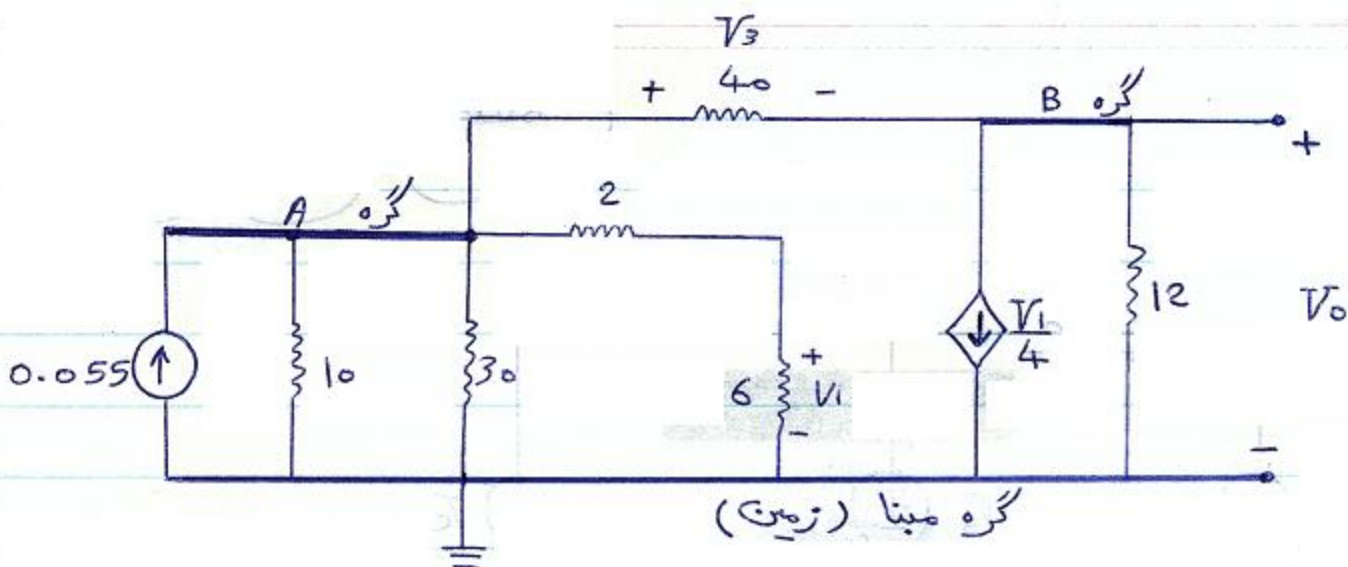
$$G_{AC} (V_A - V_C) + G_{AB} (V_A - V_B) - 1A = 0$$

$$\frac{1}{2} (V_A - 12) + \frac{1}{2} (V_A - 5) = 1 \longrightarrow$$

(V_A بدست می آید)

تمرین 2-36 -





$$G_{AA} V_A - G_{AB} V_B = \sum I_A$$

$$G_{BB} V_B - G_{BA} V_A = \sum I_B$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{8} + \frac{1}{40} \right) V_A - \frac{1}{40} V_B = 0.055 & \text{I} \\ \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{40} \right) V_B - \frac{1}{40} V_A = -\frac{1}{4} V_1 & \text{II} \end{cases}$$

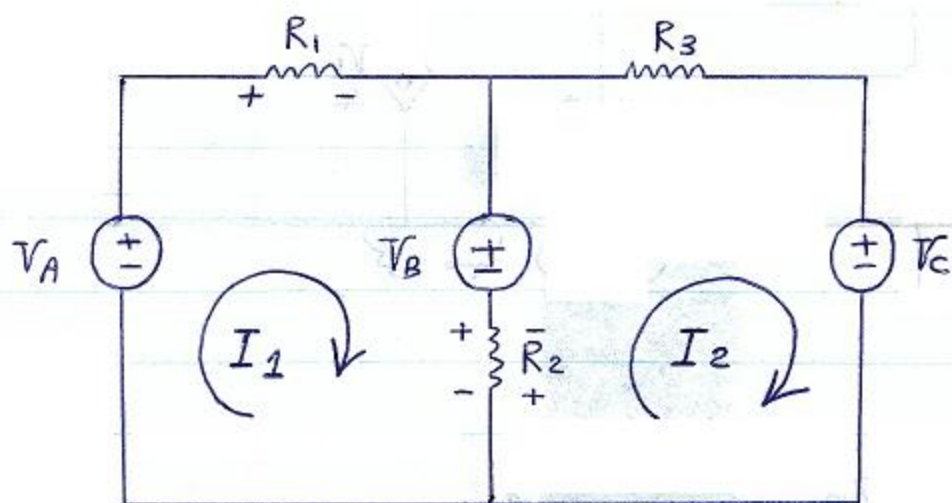
$$\begin{cases} V_1 = 6 \times I_1 \\ I_1 = \frac{V_A}{8} \end{cases} \longrightarrow V_1 = \frac{6}{8} V_A \quad \text{III}$$

* اگر مثلاً V_3 (ولتاژ دوسر مقاومت 40 اهمی) را بخواهیم می نویسیم:

$$* V_3 = V_A - V_B$$

(V_A و V_B هم بدست آمده)

روش تحلیل حلقه



* در هر حلقه از نقطه ای شروع کرده و در جهت حلقه پیش می رویم :

$$\textcircled{1} : -V_A + R_1 I_1 + V_B + R_2 (I_1 - I_2) = 0$$

$$\textcircled{2} : R_2 (I_2 - I_1) - V_B + R_3 I_2 + V_C = 0$$

(I_1 و I_2 را می یابیم)

* یعنی تعداد حلقه های مستقل را می یابیم و به هر یک جریانی در جهت دلخواه نسبت می دهیم و سپس برای هر حلقه (KVL) را می نویسیم. سایر پارامترها را از روی I_1 و I_2 می یابیم.

رابطه کلی:

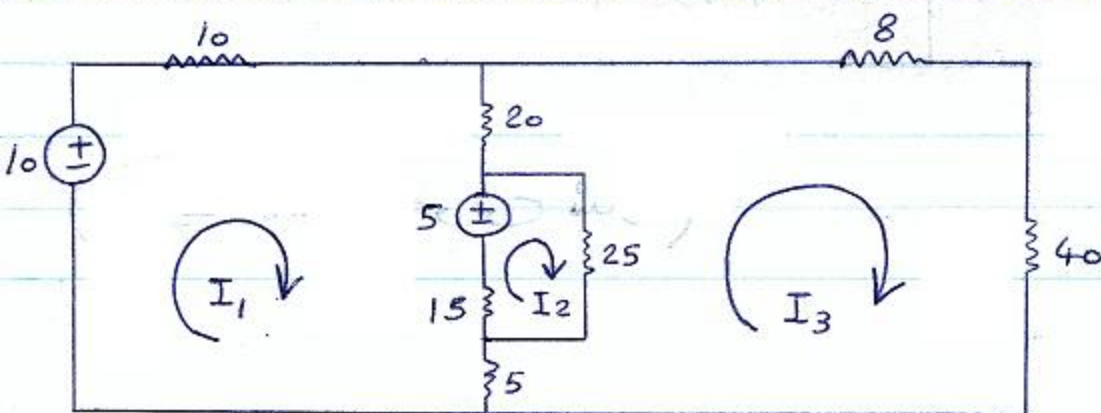
$$R_{11} I_1 \pm R_{12} I_2 \pm R_{13} I_3 \pm \dots = \bar{V}_1 \quad \text{حلقه 1}$$

یعنی مقاومت مشترک
بین حلقه 1 و 2

$$R_{22} I_2 \pm R_{21} I_1 \pm R_{23} I_3 \pm \dots = \bar{V}_2 \quad \text{حلقه 2}$$

* مثلاً در شکل قبیل اگر جهت I_1 (↻) و جهت I_2 (↻) باشد :

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) I_1 + R_2 I_2 = V_A - V_B \\ (R_3 + R_2) I_2 + R_2 I_1 = V_C - V_B \end{cases}$$

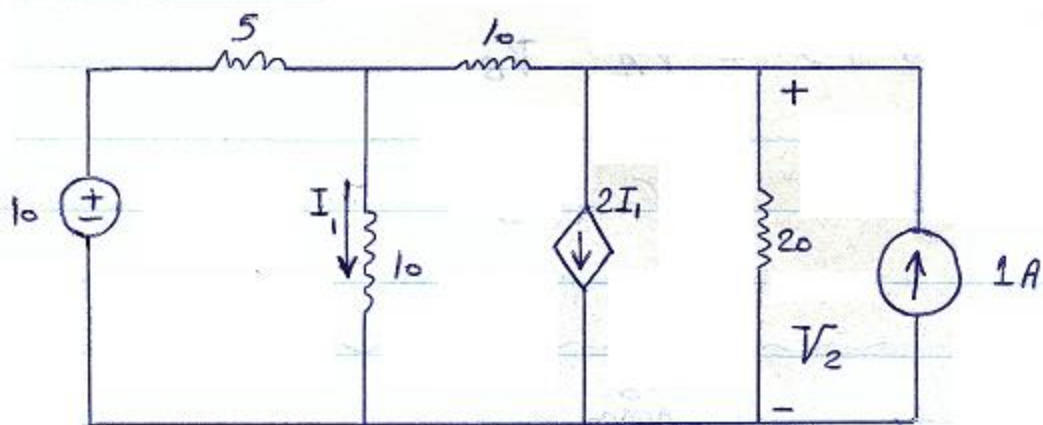


مثال -

$$\begin{cases} R_{11} I_1 \pm R_{12} I_2 \pm R_{13} I_3 = \bar{Z} V_1 \\ R_{22} I_2 \pm R_{21} I_1 \pm R_{23} I_3 = \bar{Z} V_2 \\ R_{33} I_3 \pm R_{31} I_1 \pm R_{32} I_2 = \bar{Z} V_3 \end{cases}$$

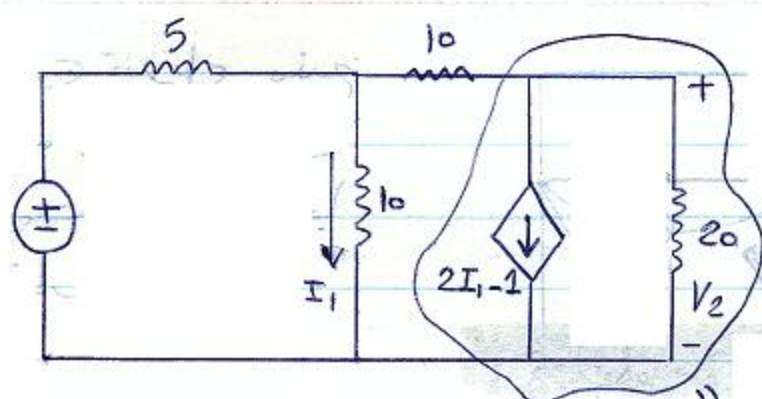
$$\begin{cases} \textcircled{1} & (10 + 20 + 15 + 5) I_1 - 5 I_2 - (20 + 5) I_3 = 10 - 5 \\ \textcircled{2} & (15 + 25) I_2 - 15 I_1 - 25 I_3 = 5 \\ \textcircled{3} & (8 + 40 + 5 + 25 + 20) I_3 - (20 + 5) I_1 - 25 I_2 = 0 \end{cases}$$

* در روش حلقه اگر منبع جریان داشته باشیم به منبع ولتاژ تبدیل می کنیم.

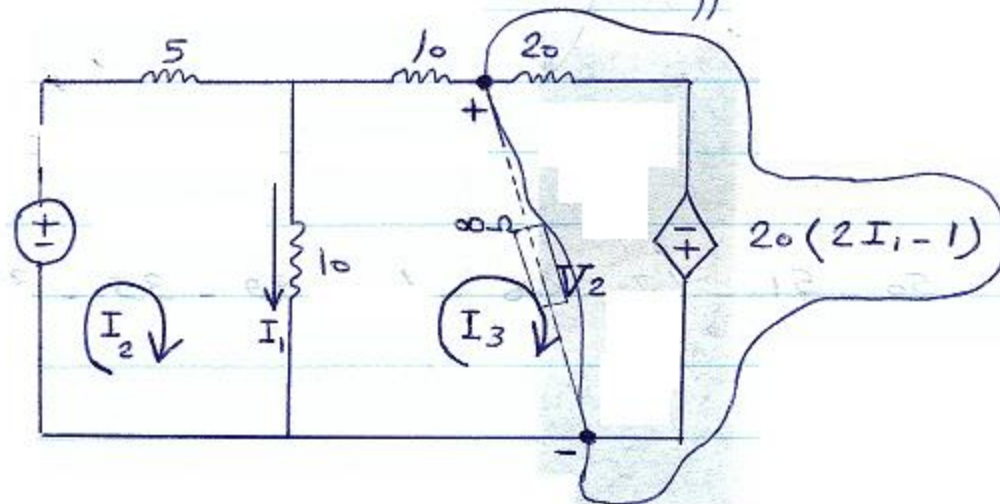


تمرین 2-38 -

(صورت مسئله عوض شده)



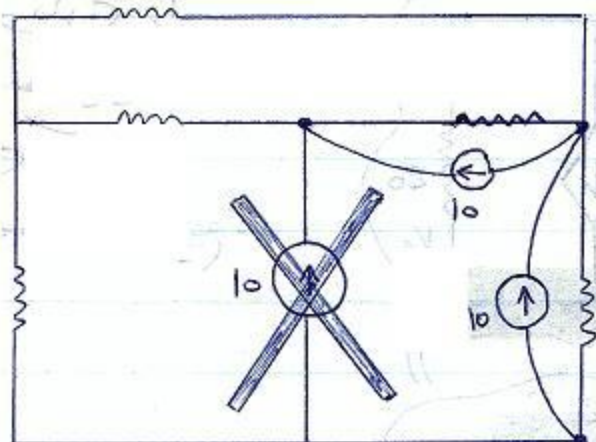
دو منبع جریان را
تبدیل به یک
کردیم چون یک
مقاومت موازی داریم.



$$\begin{cases} (15) I_2 - 10 I_3 = 10 & \text{I} \\ (40) I_3 - 10 I_2 = +20 (2I_1 - 1) & \text{II} \\ I_1 = I_2 - I_3 & \text{III} \end{cases}$$

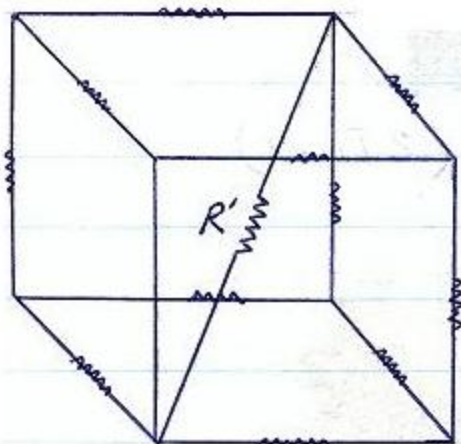
* $10 (I_3 - I_2) + 10 I_3 + V_2 = 0 \rightarrow V_2$

* یعنی برای یافتن V_2 همسنگ آن را در مدار آخری یافته
و بین دو نقطه + و - یک عنصر فرضی $\infty \Omega$ در نظر می گیریم
و KVL را می نویسیم.



* ملک برای تبدیل منبع
جریان به ولتاژ و متی
که مقاومت موازی با
آن نداریم.

50 - 51 - 47 - 46 - 40 - 39 - 35 - 32 - 2

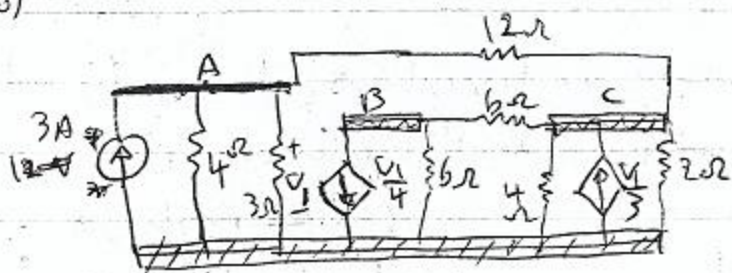


$$R = 1 \Omega$$

$$R' = ?$$

10)

سیارن برق I



حل تری 2.32

$$G_{AA}V_A - G_{AB}V_B - G_{AC}V_C = \sum I_A \quad (1)$$

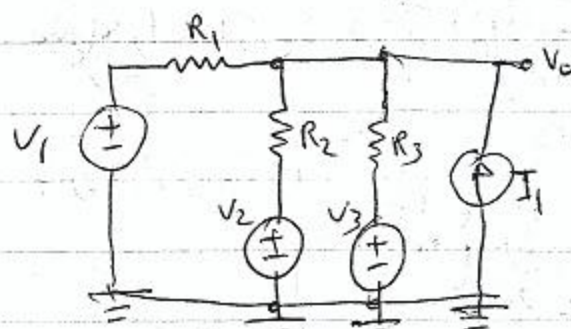
$$G_{BA}V_B - G_{BA}V_A - G_{BC}V_C = \sum I_B \quad (2)$$

$$G_{CA}V_C - G_{CA}V_A - G_{CB}V_B = \sum I_C \quad (3)$$

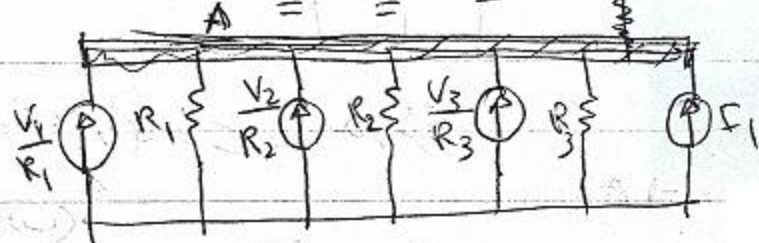
$$(3) : (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12})V_C - \frac{1}{6}V_B - \frac{1}{12}V_A = \frac{V_1}{3}$$

$$(2) : (\frac{1}{6} + \frac{1}{6})V_B - \frac{1}{6}V_C = -\frac{V_1}{4} \quad V_1 = V_A$$

$$(1) : (\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12})V_A - \frac{1}{12}V_C = 3$$



اصل برهم نزن
می خواهیم V_0 را پیدا کنیم، بهترین کار، آستانه منابع ولتاژ را
به جریان تبدیل کنیم +

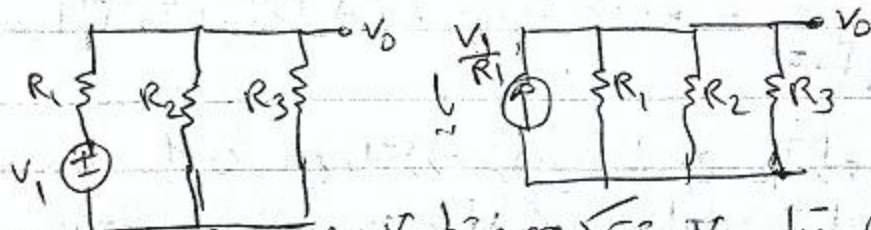


$$G_{AA}V_A = \sum I_A$$

$$(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})V_A = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + I_1$$

$$V_0 = V_A = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + I_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

پس مقدار V_0 را می توانیم از اصل برهم نزن، اگر در مدار اصل، $I_1 = 0$ فرض می باشد و همچنین $V_2 = V_3 = 0$ باشد و



$$V_0|_{V_1} = \frac{V_1/R_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

همین مقدار V_0 وقتی که فقط V_1 فعال است می شود

$$V_0|_{V_2} = \frac{\frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$V_0|_{V_3} = \frac{\frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$V_0|_{I_1} = \frac{I_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

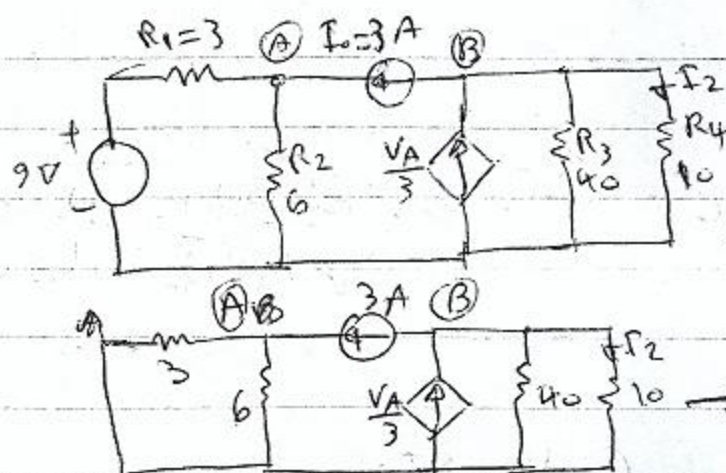
همین کار را برای منبع V_2 و V_3 و I_1 می کنیم و داریم

اصل برعکس می باشد یعنی هر مدار در حالت کنی برابر است با مجموع سهم هر یک از منابع ~~خارجی~~ در خروجی
(یعنی سهم منابع را تک تک حساب می کنیم و در نهایت همه نتایج را با هم جمع می کنیم تا پاسخ کلی
هر مدار به دست آید)

$$V_o = V_A = V_o \Big|_{V_1} + V_o \Big|_{V_2} + V_o \Big|_{V_3} + V_o \Big|_{I_1}$$

پس در مثال قبلی داریم
(منابع جابسته مسائل اصل فوق نیستند)

پس نتیجه می گیریم که هر یک از منابع در مدار اثر دارد و پاسخ کلی مدار از جمع آثار تک تک منابع به دست می آید



سوال (مسائل مشابه در مرور برعکس می کنیم) این خازن I_2 را
ابتدا منبع V_1 را معادل صفر فرض می کنیم با استفاده از
ولتاژ و تداوم
برعکس می بیند

پس مدار می شود



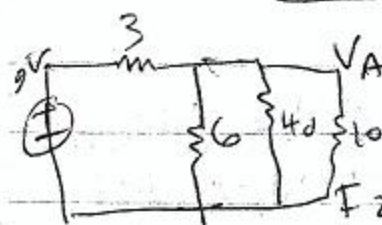
$$\frac{3 \times 6}{3+6} = 2$$

$$-3 + 2 - I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = -1A$$

$$I_2 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \times I_1 = \frac{40}{40+10} (-1) = -0.8A \quad V_A = -6V$$

حال برای بررسی برابر مدار غرض

(الف)



$$V_A = \frac{6}{6+3} \times 9 = 6V$$

$$I_2 \Big|_{I_1=0} = 2 \times \frac{40}{40+10} = 1.6A$$

حال منبع جریان I_1 را معادل صفر فرض می کنیم

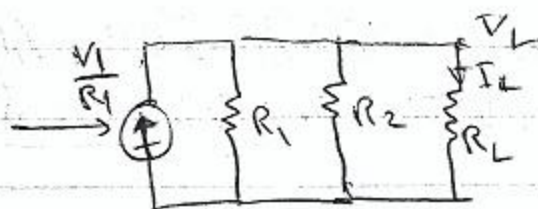
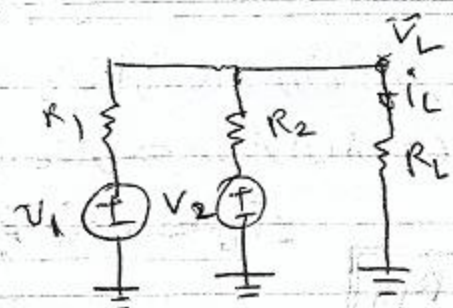
(ب)

$$I_2 = I_2 \Big|_{V_1=0} + I_2 \Big|_{I_1=0} = -0.8 + 1.6 = 0.8A$$

پس اثر I_2 را جمع می کنیم

در حالت (الف) منبع ولتاژ را صفر کردیم و پاسخ I_2 را به منبع جریان 3A پیدا کردیم
در حالت (ب) جریان را صفر کردیم و پاسخ I_2 را به منبع ولتاژ 9V پیدا کردیم

11)

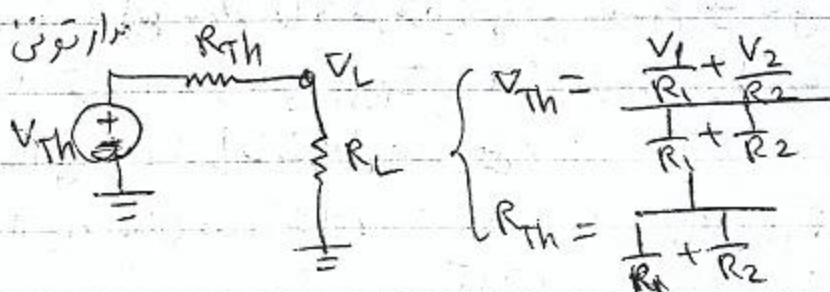


بنایی برین I

توضیح مدار معادل توختی :
در مدار دو برر، V_L را از اصل
بر هندی پیدا می کنیم

$$V_L|_{V_1} = (R_1 || R_2 || R_L) \frac{V_1}{R_1} \quad V_L|_{V_2} = (R_1 || R_2 || R_L) \frac{V_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow V_L = (R_1 || R_2 || R_L) \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \right) \Rightarrow V_L = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L}}$$



مدار دیگر / از نظری می گیریم مطابق شکل 1
و V_L را پیدا می کنیم

$$V_L = \frac{R_L}{R_L + R_{TH}} V_{TH} = \frac{R_L}{R_L + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}} \cdot \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \cdot \frac{R_L}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L}}$$

پس مشاهده می شود که V_L از هر دو محاسبه یک به هم برابر است پس مدار اول را به مدار توختی می توان تبدیل کرد
پس هر مدار قابل تبدیل و معادل با یک مدار توختی مشابه آن است

توضیح توختی : هر مدار را می توان به مدار توختی تبدیل کرد و در این روش برای آوردن V_{TH} هر

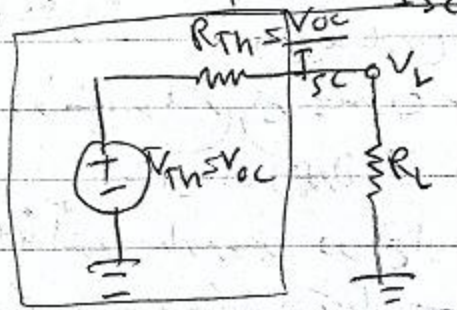
مقاومتی که ولتاژ او سر آن مقاومت را اندازه می گیرند : $V_{OC} = V_{TH}$ (دوسر مقاومت را باز
در نظری می گیرند و با ولت متر، دوسر آنرا اندازه می گیرند تا V_{OC} به دست آید)

برای به دست آوردن R_{TH} دوسر مقاومت R_L را اتصال کوتاه می کنیم و

جریان آنرا به دست می آوریم (I_{SC} به دست می آید) و سپس

(جریان اتصال کوتاه را به دست می آوریم)

$$R_{TH} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}}$$



قدماً مدار معادل نورتن: هر مدار معادل یک مدار نورتنی است. (هر مدار معادل با یک منبع جریان است که یک مقاومت صواب آن است) اگر در مدار نورتنی، منبع ولتاژ را به منبع جریان تبدیل کنیم، مدار معادل نورتنی به این می آید

$$I_{nort} = I_{sc}$$

$$R_{nort} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$$

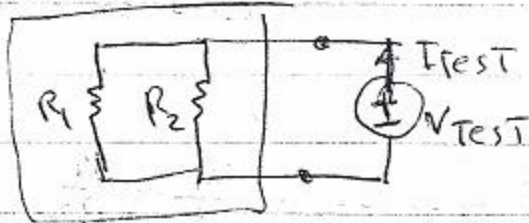
$$R_{nort} = R_{th}$$

(R_{th}) تون همان (R_n) نورتنی است

برای محاسبه R_{th} یا R_n ~~محاسبه~~ I_{sc} و V_{oc} به طریق زیر عمل می کنیم،
 همه منابع مدار را صفر فرض می کنیم سپس یک منبع ولتاژ V_{test} را در مدار قرار می دهیم

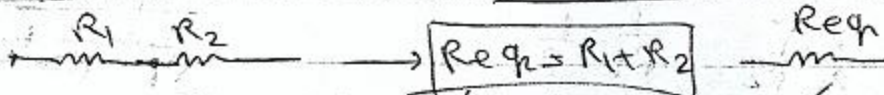
$$R_{th} = R_{nort} = \frac{V_{test}}{I_{test}}$$

مدار قرار داده و سپس I_{test} عبور از مدار را اندازه بگیریم و در نهایت
 (منابع وابسته را پس تر این صفر کنیم)



$$R_{th} = R_{nort} = \frac{V_{test}}{I_{test}}$$

مثلاً برای مثال صفت قبل



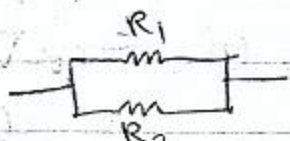
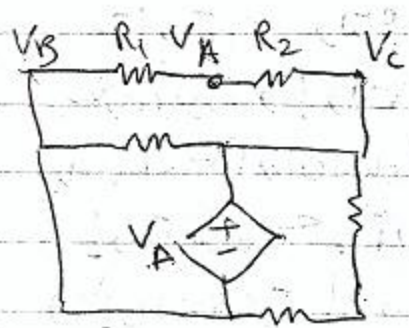
ساده کردن مدار

در بعضی جاها می توان مقاومت ها را سری کرد (می توان مدار را ساده کرد)

مثلاً در مدار زیر چون V_A مربوط به منبع وابسته، وابسته به ولتاژ

نقطه A می باشد و نقطه A بین دو مقاومت R_1 و R_2 است پس

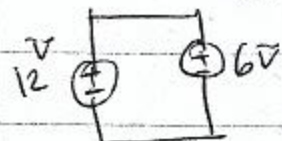
می توان R_1 و R_2 را سری کرد (البته سری هستند) زیرا ~~در این صورت~~ V_A مربوط به منبع وابسته می شود (زیرا نقطه A از بین می رود)



$$Req = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

(غیر عناصر)

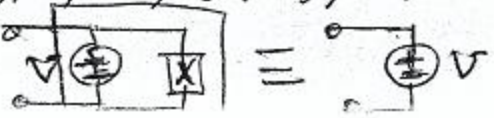
دو منبع ولتاژ غیر یکسان می تواند با هم موازی شوند زیرا عملاً غیر ممکن است مثلاً



مثلاً اگر در مدار زیر دو منبع ایده آل 12V و 6V با هم موازی شوند، مدار غیر ممکن است

و ممکن است به هر کدام از آنها آسیبی برسد. اگر منبع ولتاژی با هر عنصر مدار (غیر از منابع ولتاژ دیگر) موازی شود،

در ولتاژ دو سر آن منبع ولتاژ به طور تنهایی در مدار باشد (ولتاژ دو سر عنصر مدار را نمی توان



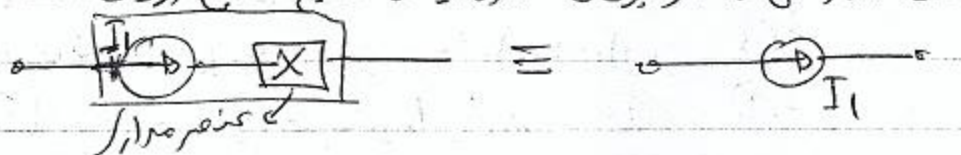
در ولتاژ دو سر منبع ولتاژ تغییر ایجاد کند)

(12)

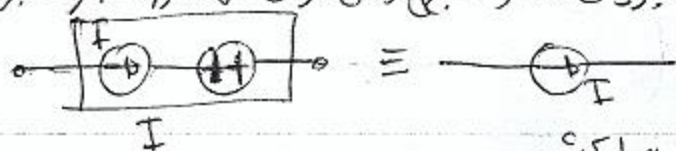
عیانی برن 4

اگر منبع جریان سری با یک عنصر مدار دیگر باشد، در حالت دارد،
 این یا آن عنصر مدار که یک منبع جریان دیگر است که در این صورت برای آنکه مدار ممکن و عملی باشد،
 این منبع جریان باید با منبع جریان اولی مساوی باشد (از نظر مقدار) در غیر این صورت سری کردن دو
 منبع جریان یکسان، غیر ممکن است و مدار غیر عملی و ناهمکن است

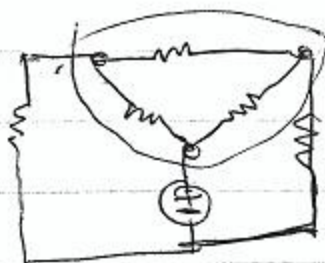
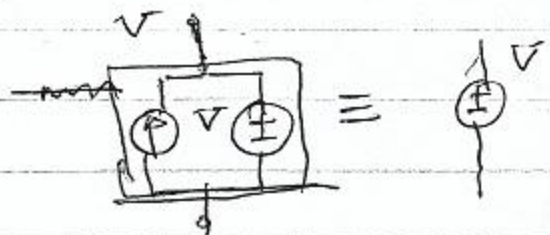
ب) در این حالت عنصر مدار که می توانیم به عنصر دیگر (غیر از یک منبع جریان دیگر) به آنکه در این صورت
 آن عنصر مدار که می توانیم در جریان مدار یعنی در دو جریان مدار همیشه تابع منبع جریان است



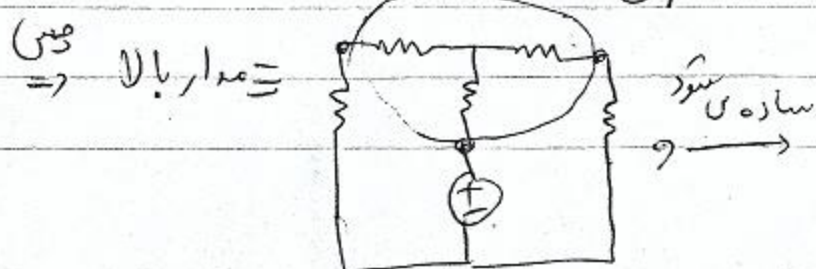
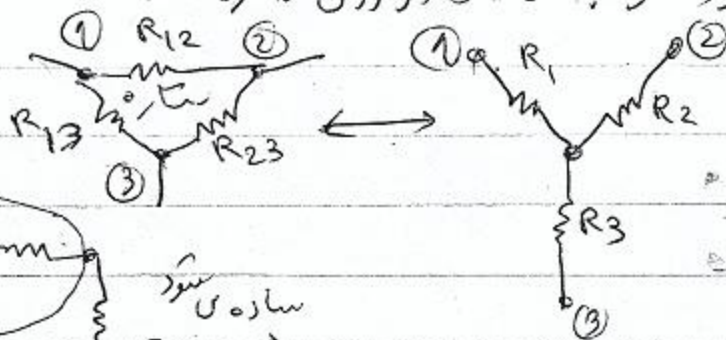
اگر منبع جریان و ولتاژ با هم سری باشد، جریان مدار تابعی از ~~این~~ از جریان منبع جریان
 است و کارکرد منبع ولتاژ ندارد

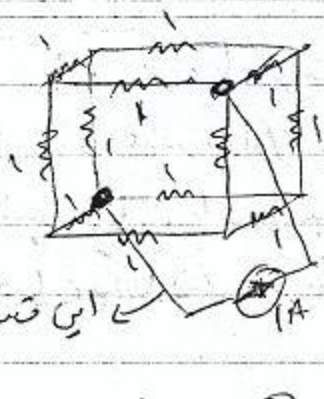


اگر منبع ولتاژ و جریان با هم موازی باشند، ~~جریان~~ دو سر منبع ~~جدا~~ مدار، تابعی از ولتاژ منبع ولتاژ
 است و کارکرد منبع جریان ندارد

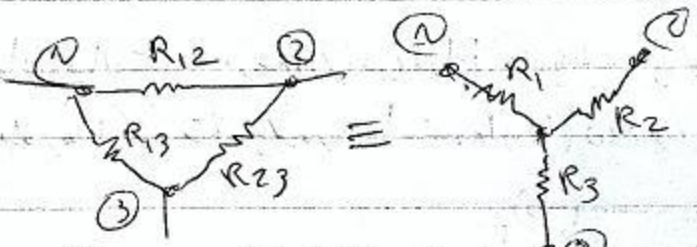


تبدیل ستاره به مثلث و یا برعکس
 مدار رو به رو را با استفاده از تحلیل حلقه می توان حل کرد ولی نمی توان
 مدار رو به رو را ساده کرد مگر با استفاده از روش ستاره به مثلث





فرض می‌کنیم مقادیر معادل بین دو گره مشخص داده شده را می‌خواهیم
(مدار فوق از روی تحلیل گره و یا حلقه قابل حل است)
برای حل از روی گره، یک منبع جریان (I_A) در او سر مزبور قرار می‌دهیم
و سپس از روی تحلیل گره و حلقه حل می‌کنیم



فرض می‌کنیم مقادیر معادل بین دو گره مشخص داده شده را می‌خواهیم
آنرا هم می‌توان با بین دو سر 1 و 2 در مدار
ستاره برزنجی برابر معادله حاصل معادل
با مشخص می‌باشد که اهم متر را بین دو سر 1 و 2 و
هر کدام از دو سر مدار باید برقرار باشد (دو سر 3 و 1 و 2 و 3)

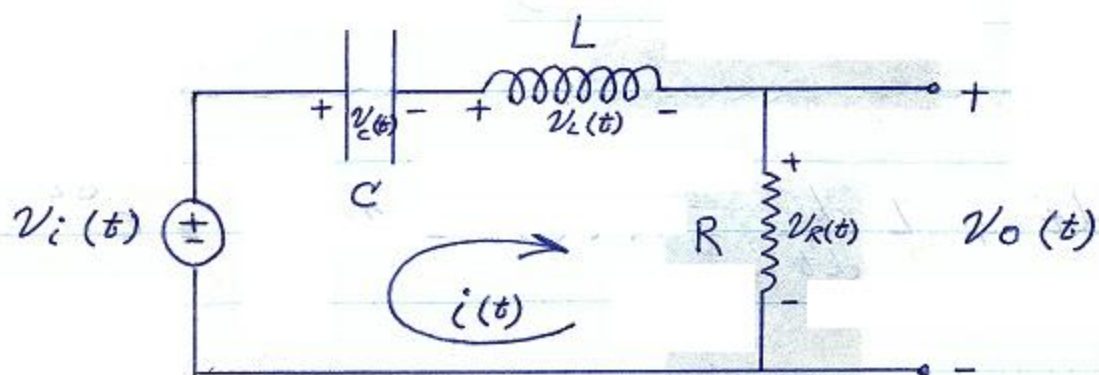
حل شده [2.54]

$$R_{13} \parallel (R_{12} + R_{23}) = R_1 + R_3$$

$$R_{12} \parallel (R_{13} + R_{23}) = R_1 + R_2$$

$$R_{23} \parallel (R_{13} + R_{12}) = R_2 + R_3$$

پاسخ مدارات با تحریک متغیر وابسته به زمان (AC)



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{خازن} : i = C \frac{dv}{dt} \\ \text{سلف} : v = L \frac{di}{dt} \\ \text{مقاومت} : v = Ri \end{array} \right.$$

$$-v_i(t) + v_c(t) + v_L(t) + v_R(t) = 0$$

$$\rightarrow v_c(t) + v_L(t) + v_R(t) = v_i(t)$$

$$i = C \frac{dv}{dt} \rightarrow v_c(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{C} \int i(t) dt + L \frac{di}{dt} + Ri(t) = v_i(t) \right)$$

* معمولاً درجه معادله دیفرانسیل تعداد عناصر ذخیره کننده انرژی است.

$$\left. \begin{array}{l} s = 0 \\ s = j\omega \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 - \text{ورودی DC} \\ 2 - \text{ورودی نمایی} \end{array} \quad * \text{ ورودی } e^{st} \text{ است}$$

$$\frac{1}{C} \int i(t) dt + L \frac{di}{dt} + R i(t) = v_i(t) = e^{st}$$

جواب طبیعی + جواب خصوصی = جواب کامل

$$\frac{1}{C} \int i(t) dt + L \frac{di}{dt} + R i(t) = 0 \rightarrow$$

* به فرضی $i_1(t)$ و $i_2(t)$ دو جواب طبیعی (همگی) هستند.

* فرضی می‌کنیم $i_0(t)$ جواب خاصی (و داشته) معادله است:

$$i_0(t) + A i_1(t) + B i_2(t) \quad v_i(t) = e^{st}$$

$$v_i(t) = A e^{s_1 t} \rightarrow \text{پاسخ مدار} = B e^{s_2 t}$$

$$\frac{1}{C} \int i(t) dt + L \frac{di}{dt} + R i(t) = e^{st}$$

$$* i(t) = B e^{st}$$

$$\left. \begin{aligned} \int i(t) dt &= \frac{B}{s} e^{st} \\ \frac{di}{dt} &= B s e^{st} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{در معادله قرار} \\ \text{می دهیم} \end{array}$$

$$\frac{1}{Cs} \underbrace{B e^{st}}_{i(t)} + L s B e^{st} + R B e^{st} = e^{st}$$

$$\frac{1}{Cs} i(t) + L s i(t) + R i(t) = e^{st}$$

* یعنی بجای خازن ها مقاومت $\frac{1}{Cs}$ و بجای سلف ها مقاومت Ls قرار می دهیم و آن ها را عناصر اهمی فرض می کنیم.

مثال ص 48 -



$$s = -2 \rightarrow$$



$$i_c(t) = 10e^{-2t} \times \frac{1}{1 + \frac{1}{-2}} = 10e^{-2t} \times \frac{1}{0.5}$$

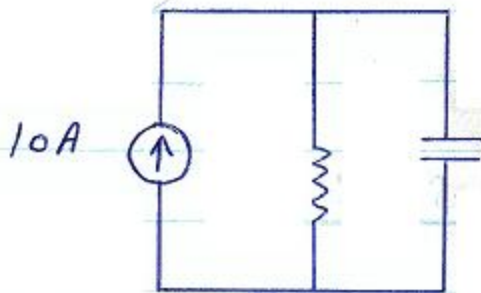
$$= 20e^{-2t}$$

$$i(t) = I e^{st}$$

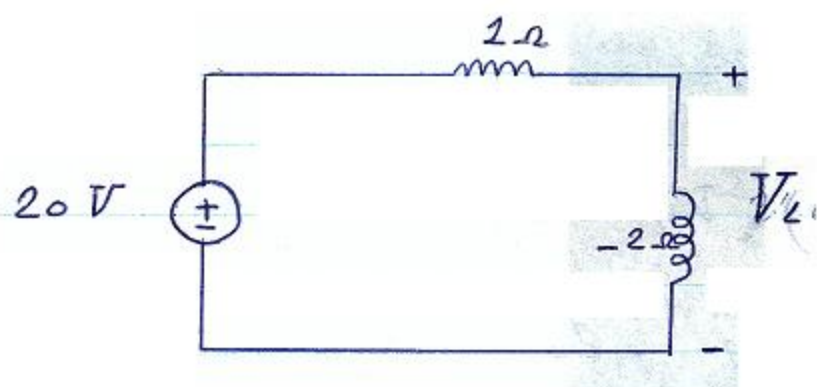
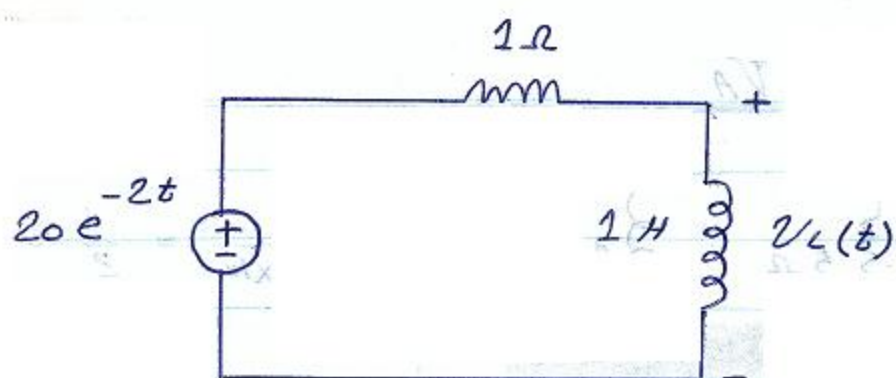
$$\frac{1}{Cs} I e^{st} + Ls I e^{st} + R I e^{st} = e^{st}$$

$$\frac{1}{Cs} I + Ls I + R I = 1$$

یعنی منبع راہم منبع DC سے کہیں۔ در مثال قبل :

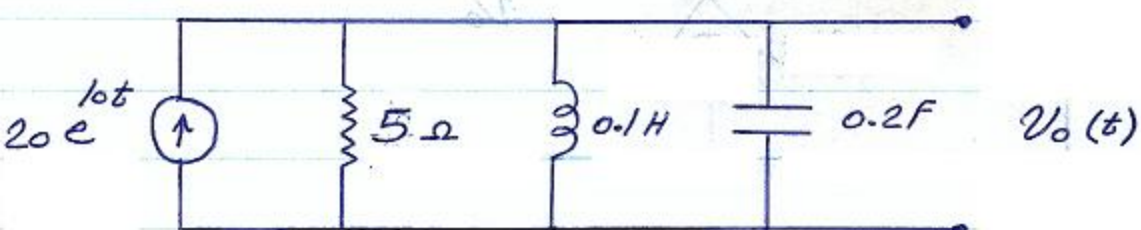


مثال 110 -

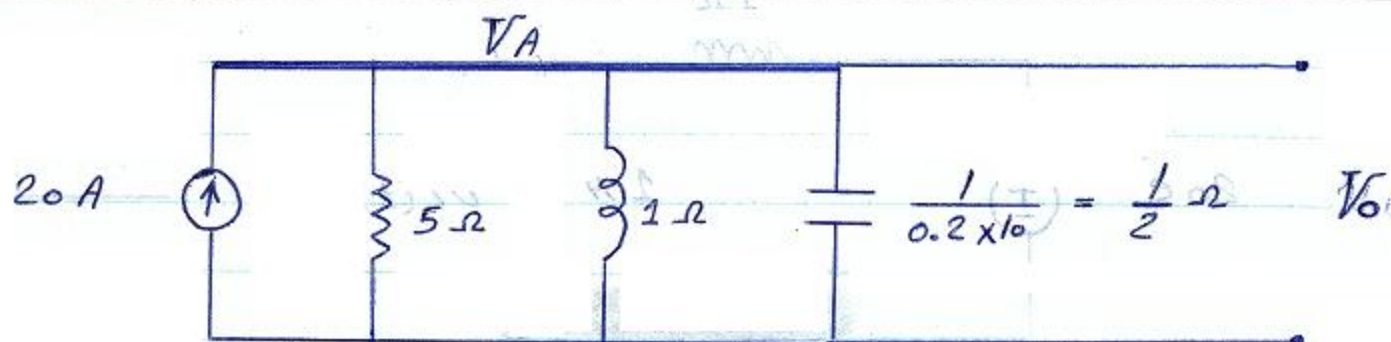


$$V_L = \frac{-2}{1 + (-2)} \times 20 = 40 \text{ V}$$

$$V_L(t) = V_L e^{-2t} = 40 e^{-2t}$$



- 11/20



$$G_{AA} V_A = \sum I_A$$

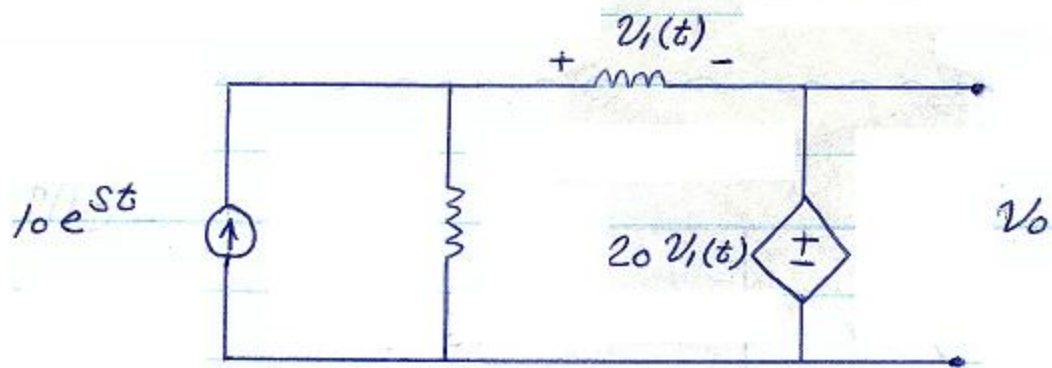
روش گره -

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1/2}\right) V_A = 20$$

$$(0.2 + 1 + 2) V_A = 20$$

$$V_A = \frac{25}{4}$$

$$V_0(t) = \frac{25}{4} e^{10t}$$



مثال -

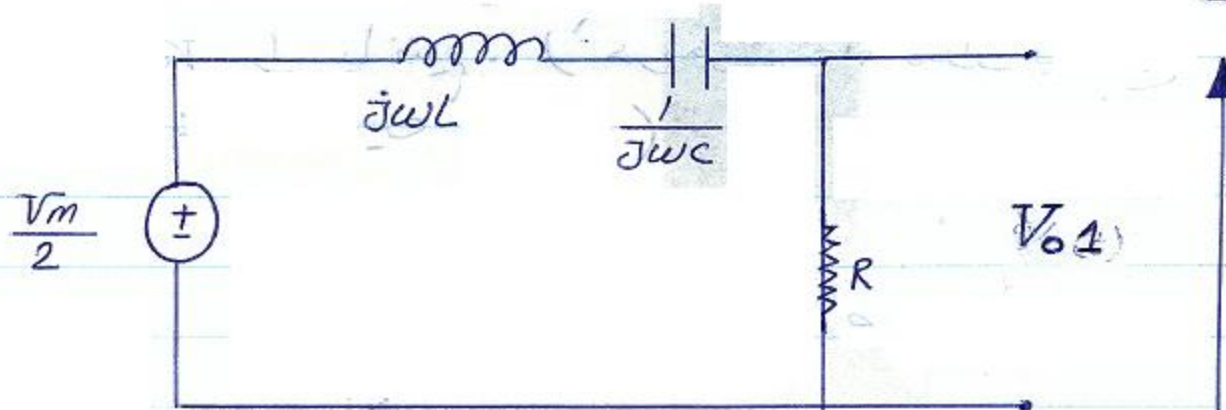
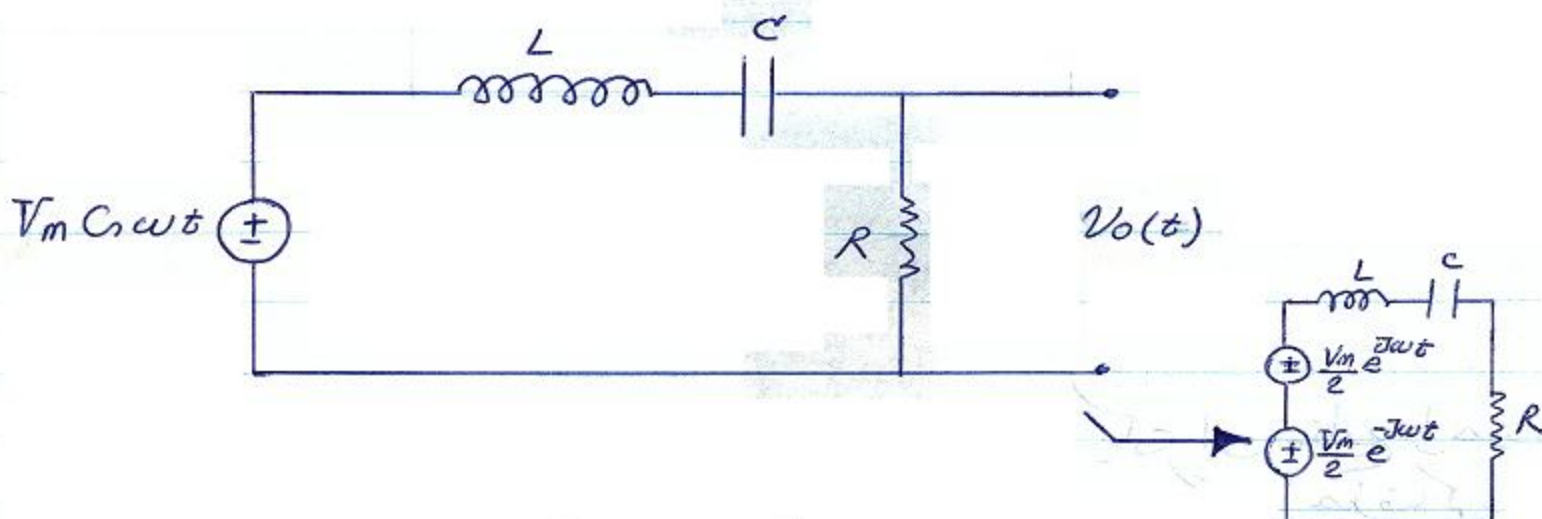
$$V_1(t) = V_1 e^{st}$$

$$20 V_1(t) = 20 \times V_1 \times e^{st}$$

برای منبع وابسته

→ راه حل مادی

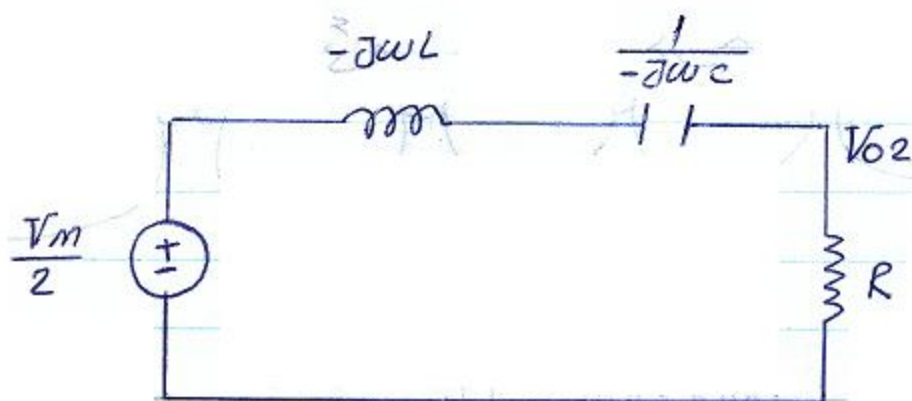
استفاده از توابع نمایی Ae^{st} در حل مدارات متناوب (سینوسی)



①

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} e^{j\omega t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega t}$$

$$V_{o1} = f\left(\frac{V_m}{2}, j\omega\right)$$



$$V_{o2} = f\left(\frac{V_m}{2}, -j\omega\right)$$

* یعنی به روش *superposition* اول یکی از منابع را حذف کردیم و V_{o1} را یافتیم و سپس منبع دیگر را حذف کردیم و V_{o2} را یافتیم. (در هر مرحله مدار با منبع نهائی V_m به منبع DC تبدیل کردیم).

$$\begin{cases} V_{o1}(t) = V_{o1} e^{j\omega t} \\ V_{o2}(t) = V_{o2} e^{-j\omega t} \end{cases} \longrightarrow$$

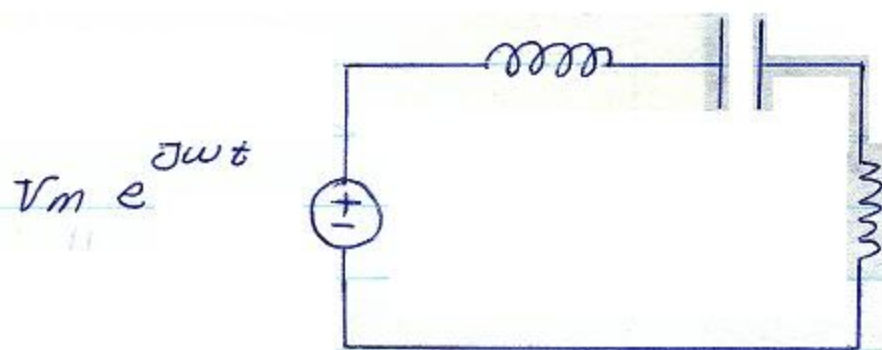
$$V_o(t) = \underbrace{f\left(\frac{V_m}{2}, j\omega\right) e^{j\omega t}} + \underbrace{f\left(\frac{V_m}{2}, -j\omega\right) e^{-j\omega t}}$$

$$(\text{Real} + j \text{Imag}) + (\text{Real} + j \text{Imag})$$

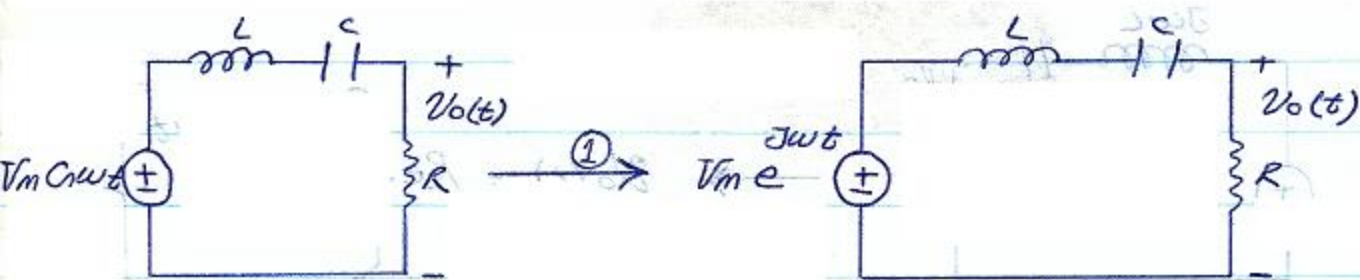
(Image) دو عبارت قرینه است و حذف می شود و (Real)
 دو عبارت برابر است :

$$V_o(t) = 2 \operatorname{Real} \left\{ V_{o1} e^{j\omega t} \right\}$$

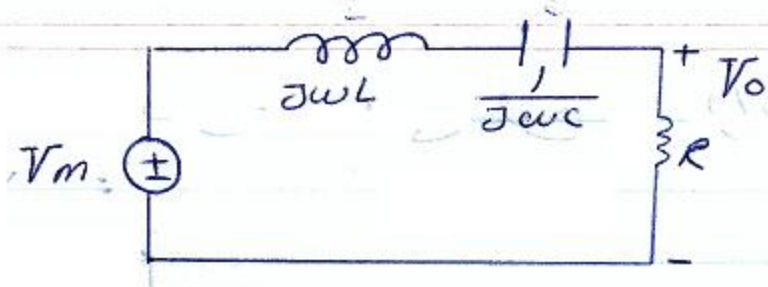
* یعنی کافیست پاسخ مدار را به منبع بالائی یافته و (Real)
 آن را دو برابر کنیم، یا به عبارت منبع را از اول ضرب
 در 2 کنیم و پاسخ که بدست آمد (Real) آن را دو برابر
 می کنیم.



* پس برای حل مدار کسینوسی :



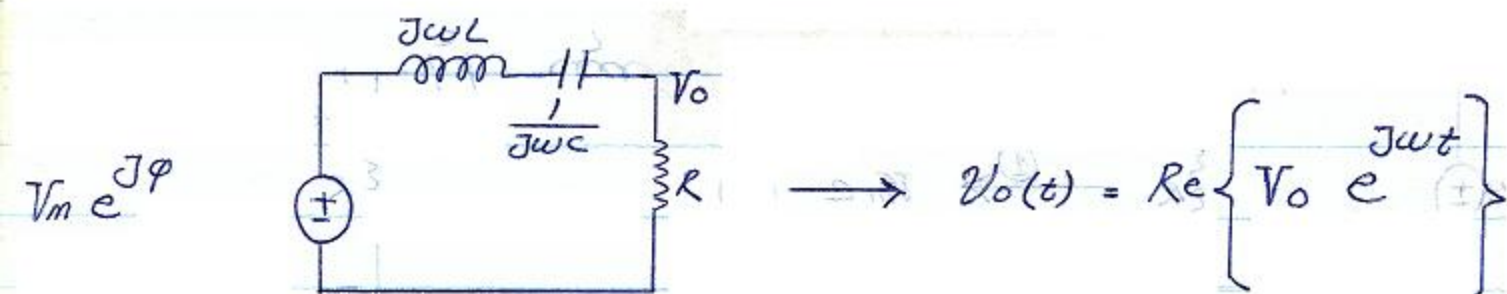
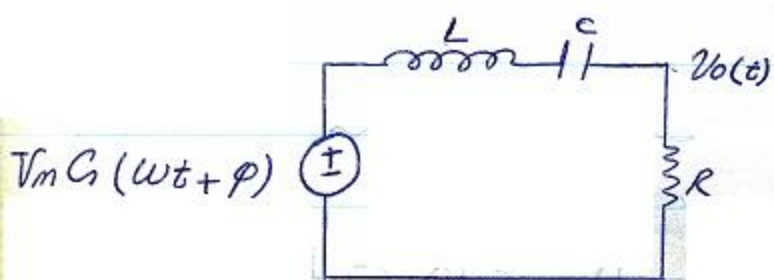
تبدیل به DC
②



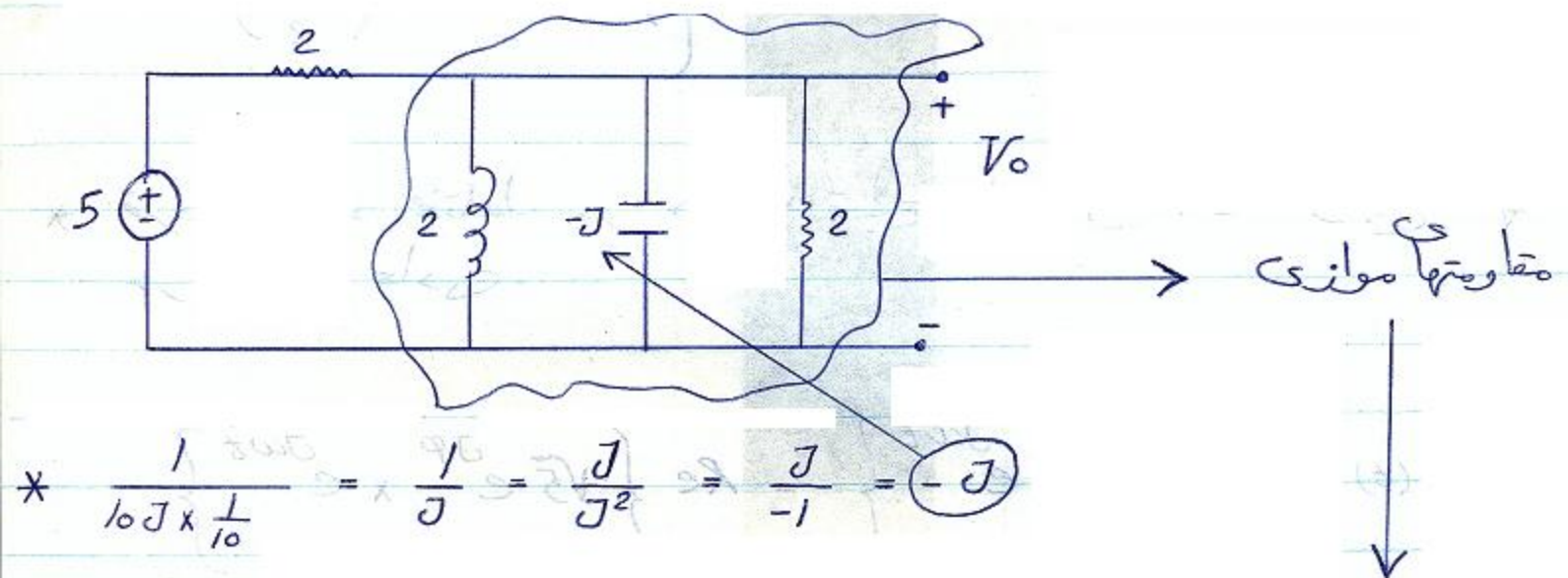
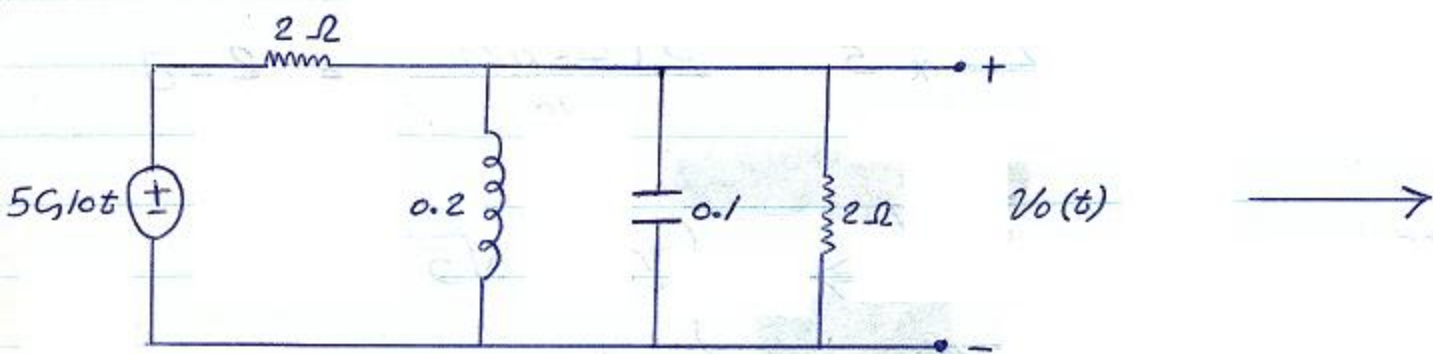
③ $\rightarrow \text{Real} \left\{ V_o e^{j\omega t} \right\}$

* واضح است که عمل ① اضافی است و می توان مستقیماً از مدار اول تبدیل به DC نمود و سپس Real گرفت.

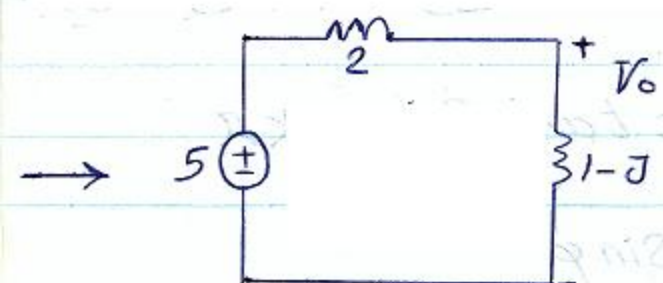
حالت کلی :



مثال -



$$\begin{cases} \frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{j^2} + \frac{1}{-j} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}j + j = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2} \\ Z_{eq} = \frac{(\frac{1}{2} - j\frac{1}{2})}{(\frac{1}{2} + j\frac{1}{2})(\frac{1}{2} - j\frac{1}{2})} = \frac{\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = 1 - j \end{cases}$$



$$V_o = \frac{1-j}{2+1-j} \times 5 = \frac{1-j}{3-j} \times 5$$

$$= \frac{(1-j)(3+j)}{9+1} \times 5 = \frac{5(4-j2)}{10} = 2-j$$

$$V_o = 2-j \xrightarrow[\text{قد مطلق}]{re^{j\phi}} \begin{cases} V_o = \sqrt{5} e^{j\phi} \\ \phi = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

* ضرب اعداد مختلط در حالت قطبی راحتتر است و جمع آنها در حالت عادی.

$$V_o(t) = \text{Re} \left\{ V_o e^{j\omega t} \right\} = \text{Re} \left\{ \sqrt{5} e^{j\phi} \times e^{j\omega t} \right\}$$

$$= \text{Re} \left\{ \sqrt{5} \times e^{j(\omega t + \phi)} \right\} = \sqrt{5} \cos \left(\omega t + \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) \right)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$(A + jB = re^{j\phi}) \quad : \quad \text{تبدیل قطبی} \leftrightarrow \text{کارتی}$$

$$r = \sqrt{A^2 + B^2}$$

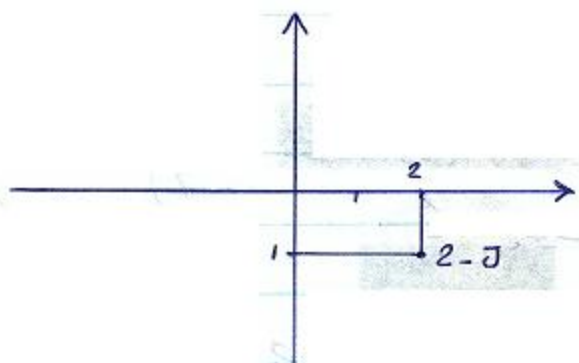
$$\phi = \text{Arc tan} \frac{B}{A} + k\pi$$

$$a = r \cos \phi$$

$$b = r \sin \phi$$

$$* \quad \phi = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + K\pi = -26.5^\circ + K\pi$$

مثلاً :



که چون 26.5° خودش در ربع چهارم است پس $K=0$ است.
و $\phi = -26.5^\circ$

* راکتانس : در حالت دائم سینوسی کمیت ωL و $\frac{1}{\omega C}$ را - راکتانس یا مقاومت ظاهری می نامند. (Ω)

* سوسپتانس : $\frac{1}{\omega C}$ و ωL را سوسپتانس (هدایت ظاهری) گویند. (S)

* در تحلیل گره از هدایت و در تحلیل حلقه از مقاومت استفاده می کنیم.

$$i(t) = \text{Im } G e^{j\omega t}$$



مقدار مؤثر

$$P(t) = i(t) \cdot V(t) = R [i(t)]^2$$

$\downarrow$
 $(Ri(t))$

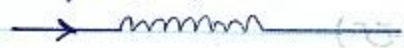
$$(توان مؤثر) = \frac{1}{T} \int_{\text{یک پریود}} P(t) dt = \frac{1}{T} \int_{\text{یک پریود}} R [I_m \cos \omega t]^2 dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{\text{یک پریود}} \frac{R I_m^2}{2} [1 + \cos 2\omega t] dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_T \frac{R I_m^2}{2} dt + \frac{1}{T} \int_T \frac{R I_m^2}{2} \cos 2\omega t dt = \frac{R I_m^2}{2}$$

$$\rightarrow \text{توان متوسط} = \frac{R I_m^2}{2}$$

$I_{eq} (DC)$



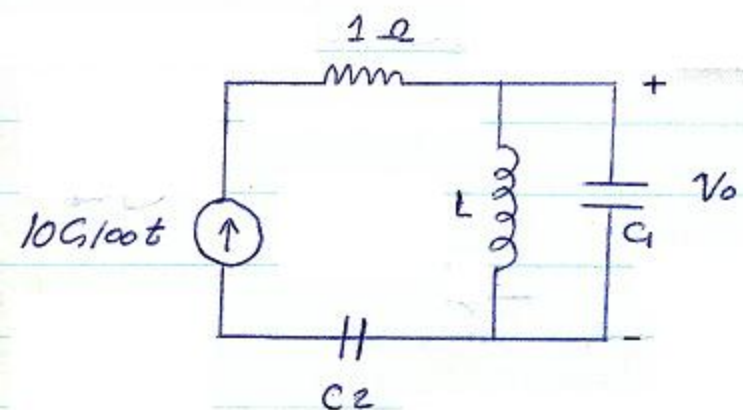
$$\rightarrow P = R I_{eq}^2$$

$$I_{eq} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = I_{eff}$$

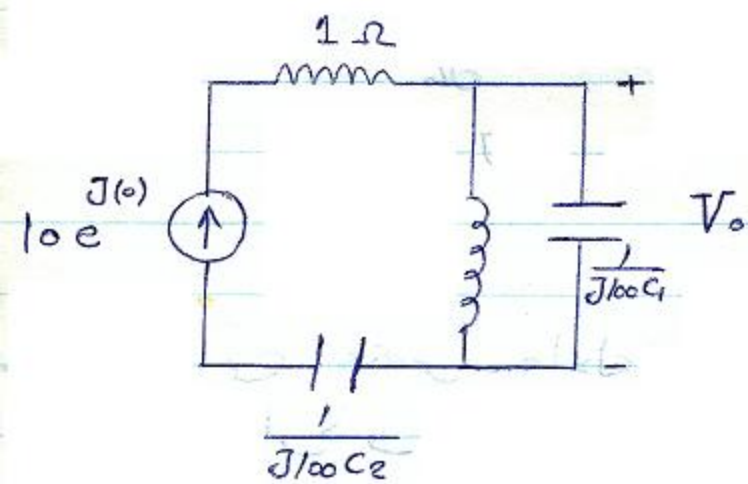
$$V_{eq} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = V_{eff}$$

$$P = \frac{1}{2} I_m^2 \times R = I_{eff}^2 \times R$$

مثال -



$$\begin{cases} \omega = 100 \\ \phi = 0 \end{cases}$$

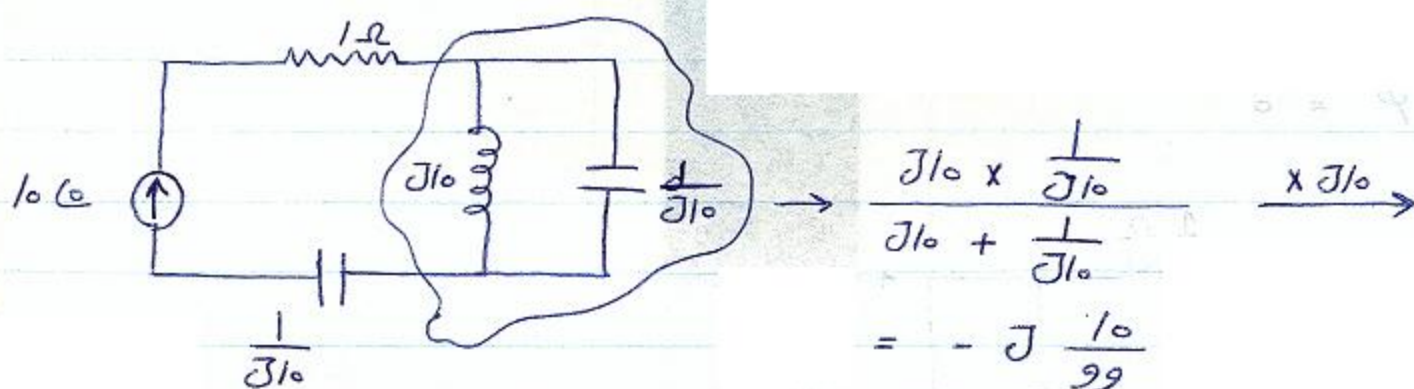
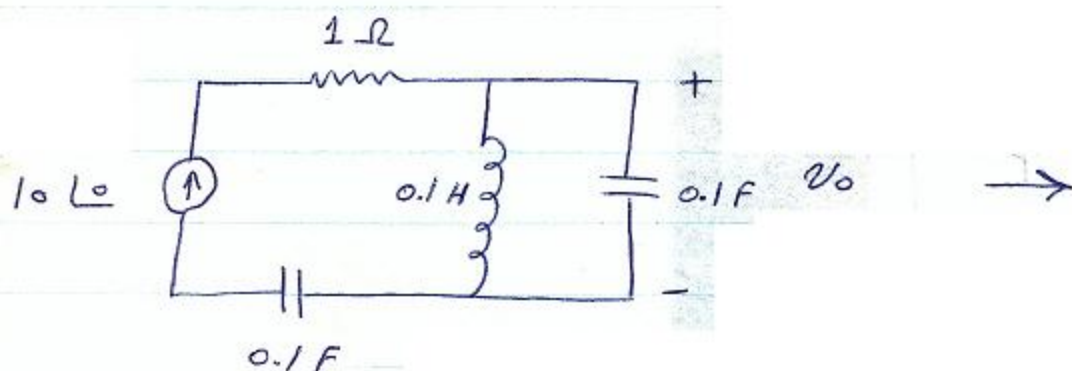


ماہی توانیغ منابع ۱ ب منابع DC با مقدار Max $\begin{cases} I_{me} e^{j\phi} \\ V_{me} e^{j\phi} \end{cases}$

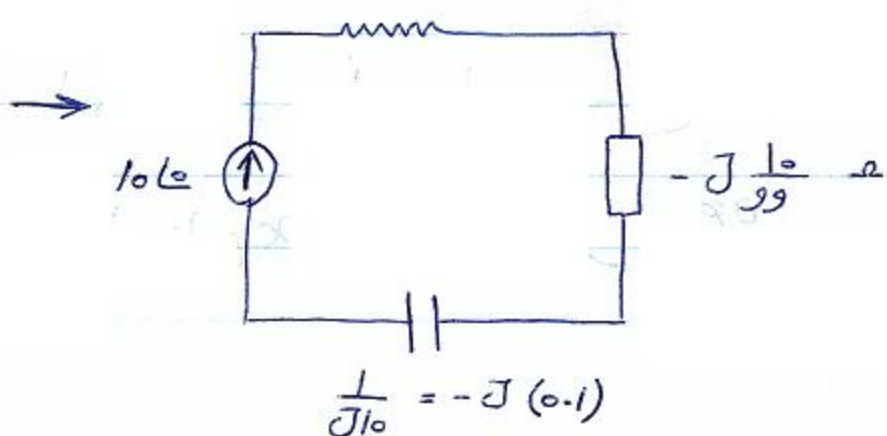
و یا منابع DC با مقدار مؤثر $\begin{cases} I_{eff} e^{j\phi} \\ V_{eff} e^{j\phi} \end{cases}$ تبدیل کینغ .

* عبارت $Ae^{j\varphi}$ را بصورت $AL\varphi^\circ$ نشان می دهند مثلاً
 $\frac{10}{\sqrt{2}} L\varphi^\circ$ می شود : $\frac{10}{\sqrt{2}} e^{j\varphi}$ و می شود $\frac{10}{\sqrt{2}} L\varphi^\circ$
 که $AL\varphi$ را (فاز) گویند.

مثال -

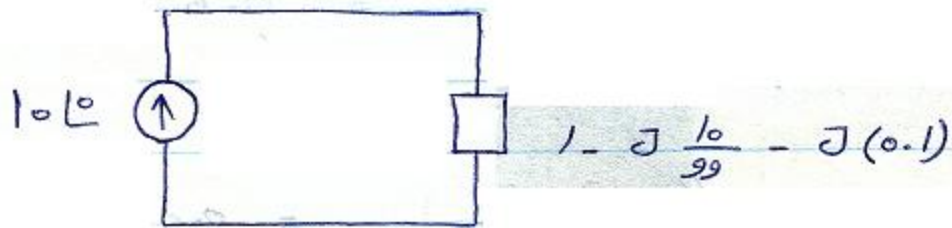


* چون این عنصر معادل دارای مقاومت متفی شده پس خاصیت
 خارجی دارد و باید با خازن سری شود.



$$R_{eq} = 1 - j \frac{10}{99} - j(0.1)$$

$$V_o = R_{eq} I = \left(1 - j \frac{10}{99} - j(0.1)\right) (10 \angle 0^\circ)$$



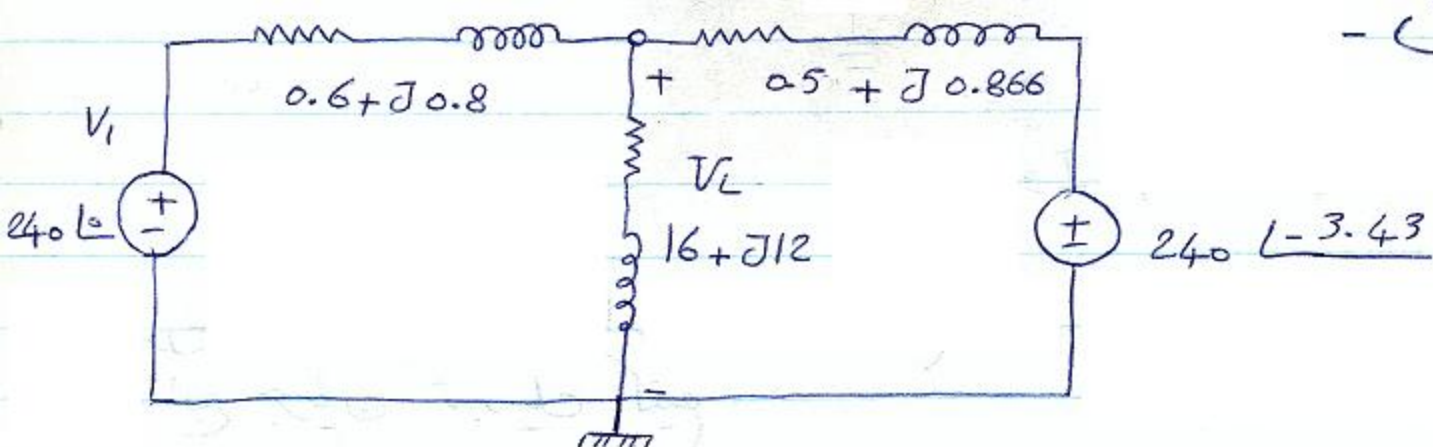
$$1 \quad \boxed{r \rightarrow p} \quad 0.2 \Rightarrow$$

* در ماشین حساب :

$$(1 - j 0.2)$$

$$A \angle \phi_1 \times B \angle \phi_2 = AB \angle \phi_1 + \phi_2$$

نکته -



مثال -

* تحلیل گره مناسب است :

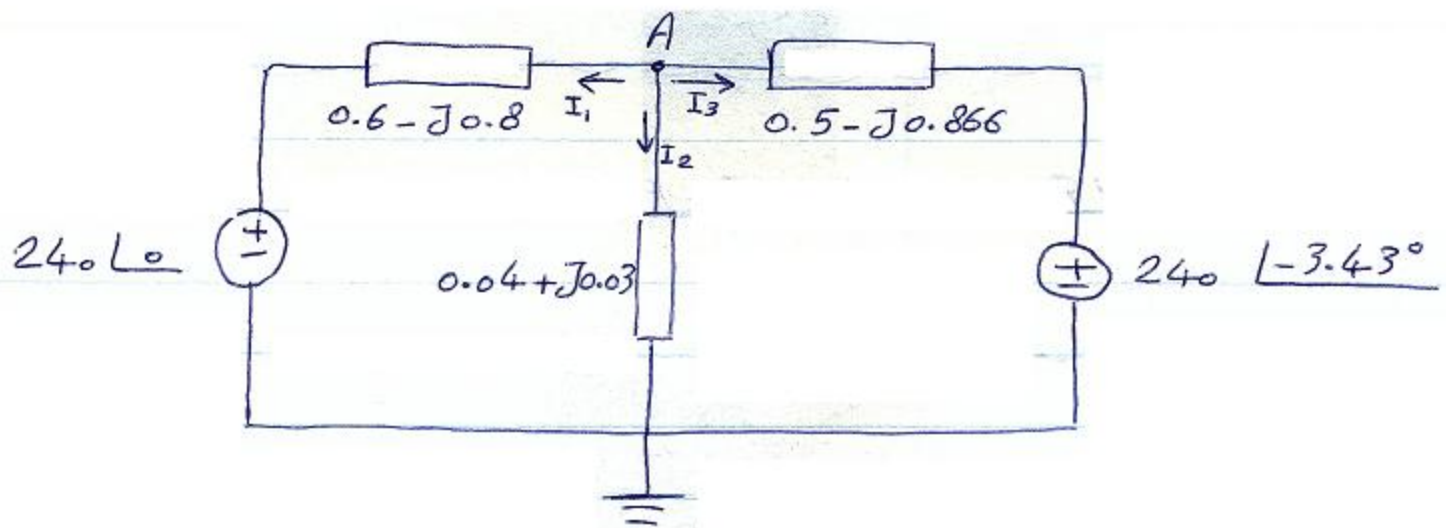
$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{0.6 + j0.8}$$

* در تحلیل حلقه باید هدایت عناصر را بنویسیم .

$$= \frac{(0.6 - j0.8)}{(0.6 + j0.8)(0.6 - j0.8)} = 0.6 - j0.8$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{16 + j12} = \frac{16 - j12}{16^2 + 12^2} = 0.04 - j0.03$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{0.5 + j0.866} = 0.5 - j0.866$$



$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

* چون از تبدیل گره استفاده می کنیم باید منابع ولتاژ را به منابع جریان تبدیل کنیم .

$$(V_A - 240 \angle 0^\circ)(0.6 - j0.8) + (V_A - 0)(0.04 - j0.3) + (V_A - 240 \angle -3.43^\circ)(0.5 - j0.866) = 0$$

$$V_A [0.6 - j0.8 + 0.04 - j0.3 + 0.5 - j0.866]$$

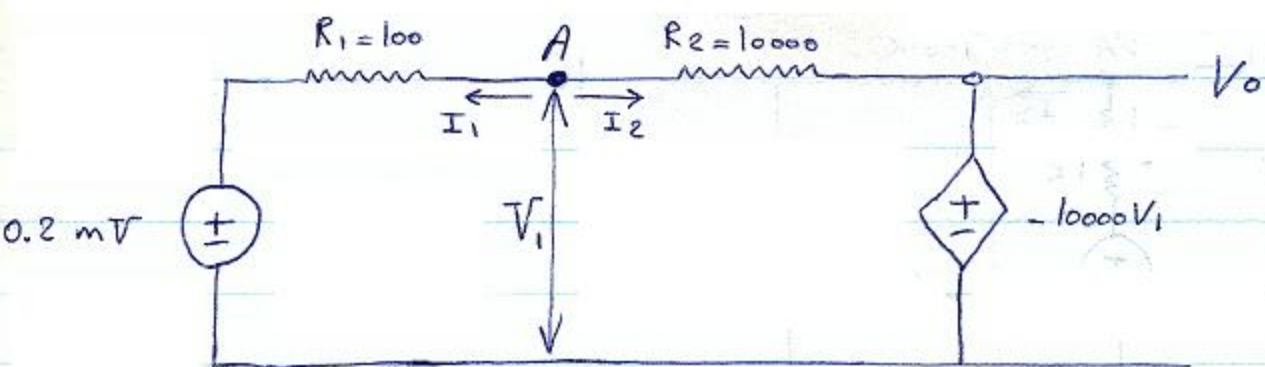
$$= 240 \angle 0^\circ (0.6 - j0.8) + 240 \angle -3.43^\circ (0.5 - j0.866)$$

$$V_A = 233.9 \angle -2.19^\circ$$

$$I_L = (V_A)(0.04 - j0.3) =$$

$$233.9 \angle -2.19^\circ (0.04 - j0.3)$$

تقریب خون میان ترع :



(A) : $I_1 + I_2 = 0$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{V_A - 0.2 \times 10^{-3}}{100} \\ I_2 &= \frac{V_A - V_o}{10000} \end{aligned} \right\} \text{ , } V_A = V_1 \rightarrow$$

$$* \quad \frac{V_1 - 0.2 \times 10^{-3}}{100} + \frac{V_1 - (-10000 V_1)}{10000} = 0$$

$$V_1 \times \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + 1 \right) = \frac{0.2 \times 10^{-3}}{100}$$

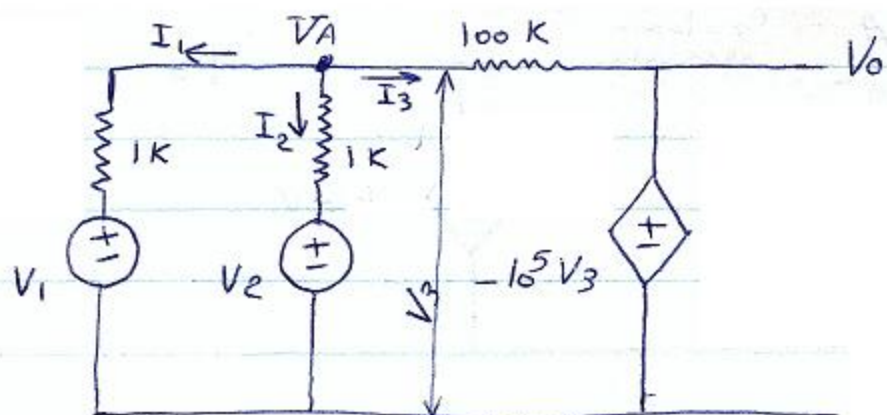
$$V_1 \left(\underset{\substack{\text{ss} \\ (1)}}{1.0101} \right) = 0.2 \times 10^{-5} \rightarrow$$

$$V_1 = 0.2 \times 10^{-5}$$

$$V_o = -10000 V_1$$

$$V_o = 0.2 \times 10^{-1} \Rightarrow$$

$$V_o = 20 \text{ mV}$$



تمرین -

$$V_A = V_3$$

$$V_O = -10^{-5} V_3$$

$$\left\{ \begin{aligned} I_1 &= \frac{V_3 - V_1}{1000 = (1k)} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} I_2 &= \frac{V_3 - V_2}{1000} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} I_3 &= \frac{V_3 - (-10^5 V_3)}{100000} \end{aligned} \right.$$

از V_3 در مقابل 100000 صرف نظر کردیم.

$$\left\{ \begin{aligned} I_3 &= V_3 \end{aligned} \right.$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

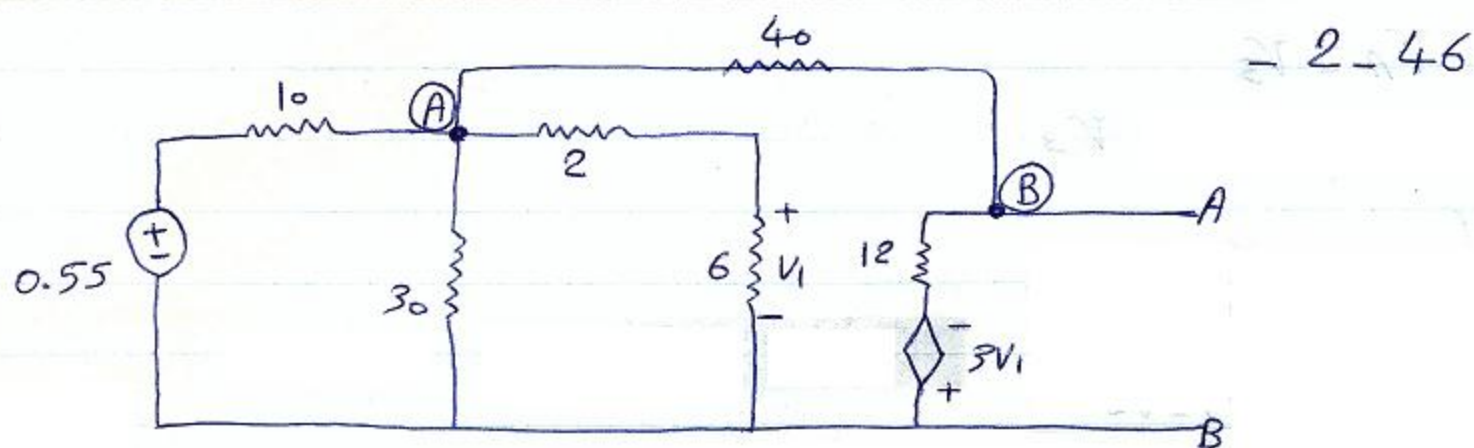
$$\frac{V_3 - V_1}{1000} + \frac{V_3 - V_2}{1000} + V_3 = 0$$

$$V_3 \left\{ \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + 1 \right\} = \frac{V_1}{1000} + \frac{V_2}{1000}$$

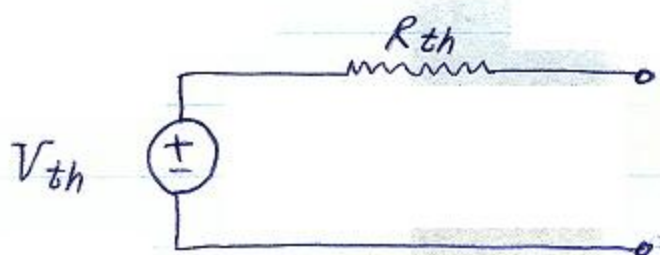
$$V_3 = \frac{V_1}{1000} + \frac{V_2}{1000}$$

$$V_O = -10^5 (V_3) = -100 V_1 - 100 V_2$$

* می توانستیم طبق اصل برهم نهی یکی از منابع را صفر کنیم و سهم منبع دیگر را بدست آوریم و یکبار هم برعکس و بعد جمع می زنیم.

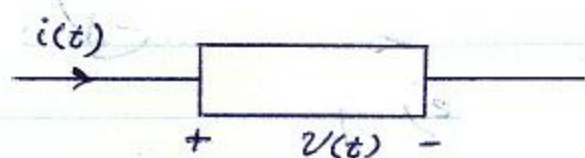


III



* V_{th} ولتاژ مدار باز A و B است .

$$R_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$$

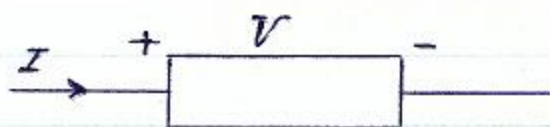


$$\text{توان مصرفی} = V(t) i(t)$$

$$\text{متوسط توان مصرفی} = \frac{1}{T} \int_T V(t) i(t) dt$$

(به شرطی که پریودیک با پریود T باشد.)

(اگر جریان پریودیک نباشد توان مصرفی معنی ندارد)



$$\text{توان تولید شده} = P(t) = V(t) \cdot i(t)$$

$$\text{متوسط توان تولید شده} = \frac{1}{T} \int_T V(t) i(t) dt$$

$$\begin{cases} I = I_{eff} \cos \varphi_1 \\ V = V_{eff} \cos \varphi_2 \end{cases}$$

$$i(t) = I_{eff} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$v(t) = V_{eff} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

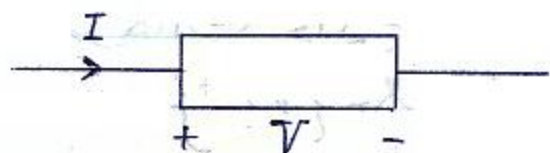
در حالت کلی

$$P(t) = 2 I_{eff} V_{eff} \cos(\omega t + \varphi_1) \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$* * \quad P(t) = I_{eff} \cdot V_{eff} \left[\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2) \right]$$

جمله ثابت

جمله تابع زمان



- مثال 20

$$i(t) = 2 \cos(\omega t + 45^\circ)$$

$$v(t) = 220 \cos(\omega t + 45^\circ) \rightarrow$$

$$\begin{cases} I = \frac{2}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ \\ V = \frac{220}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ \end{cases} \rightarrow$$

$$VI = \frac{2 \times 220}{2} \angle 90^\circ$$

$$P = VI^* = V_{eff} \cdot I_{eff} \angle \varphi_1 - \varphi_2 \rightarrow$$

$$VI = V_{eff} I_{eff} \angle \varphi_1 + \varphi_2$$

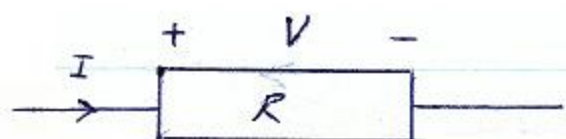
$$\operatorname{Re} \{ VI \} = V_{eff} I_{eff} \cos(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$\operatorname{Re} \{ VI^* \} = V_{eff} I_{eff} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

(*) علامت مزبور است.

پس در حالت دائم سینوسی برای محاسبه توان متوسط کافی است $\text{Re}\{VI^*\}$ را محاسبه کنیم یعنی ولتاژ را در مزدوج جریان ضرب نماییم :

$$\text{مزدوج جریانی} \times \text{ولتاژ} = \text{توان متوسط}$$



توان مقاومت :

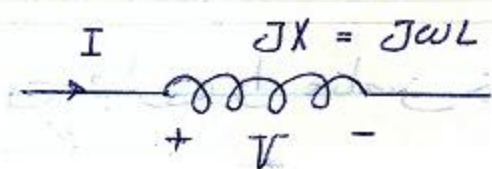
$$\left. \begin{array}{l} V = V_1 \angle \varphi_1 \\ I = I_1 \angle \theta_1 \end{array} \right\} \rightarrow \theta_1 = \varphi_1$$

$$\begin{aligned} P_{av} &= \text{Re}\{VI^*\} = \text{Re}\left\{V_1 \angle \varphi_1 \times I_1 \angle -\varphi_1\right\} \\ &= \text{Re}\{V_1 I_1 \angle 0\} \end{aligned}$$

* یعنی در مورد مقاومت جریان و ولتاژ هم فازند و بنابراین قسمت موهومی نداریم :

$$P_{av} = V_1 I_1$$

توان سلف -



* سلف را یک مقاومت $J\omega L$ می گیریم و $(X = \omega L)$ فرض می کنیم :

$$I = I_1 \angle \theta_1$$

$$V = V_1 \angle \varphi_1$$

$$V = (JX) I \quad (J = 1 \angle 90^\circ) \rightarrow$$

$$V_1 \angle \varphi_1 = X \angle 90^\circ \times I_1 \angle \theta_1 \rightarrow$$

$$\varphi_1 = 90^\circ + \theta_1$$

* پس ولتاژ به اندازه 90° جلوتر از جریان است.

$$VI^* = V_1 \angle \varphi_1 \times I_1 \angle -\theta_1 = V_1 I_1 \angle \varphi_1 - \theta_1$$

$$= V_1 I_1 \angle 90^\circ \rightarrow \text{یک کمیت کاملاً موهومی}$$

$$P_{av} = \text{Re} \{ V_1 I_1 \angle 90^\circ \} = 0$$

* یعنی سلف توان مصرف نمی کند بلکه

در یک سیکل توان می گیرد و در سیکل بعد پس می دهد.

توان مجازی را عناصر ذخیره کننده انرژی مثل سلف و خازن می گیرند و پس می دهند :

$$P_{\text{reactive}} = Q_{av} = \text{Im} \{ V I^* \} = V_1 I_1$$

توان خازن -



$$\frac{1}{j\omega C} = -jX$$

$$X = \frac{1}{\omega C}$$

$$\begin{cases} I = I_1 \angle \theta_1 \\ V = V_1 \angle \varphi_1 \end{cases}$$

$$\rightarrow V = -jX I$$

$\rightarrow$

$$\varphi_1 = \theta_1 - 90^\circ$$

* یعنی ولتاژ نسبت به جریان 90° پس فاز است.

$$V I^* = V_1 \angle \varphi_1 \cdot I_1 \angle -\theta_1 = V_1 I_1 \angle -90^\circ$$

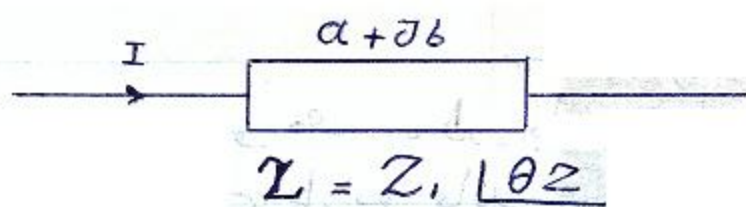
$$\begin{cases} P_{av} = P_{active} = 0 \end{cases}$$

توان حقیقی

$$\begin{cases} Q_{av} = P_{reactive} = -V_1 I_1 \end{cases}$$

توان واکنشی
(ظاهری)

توان یک عنصر دلخواه -



$$I = I_1 \angle \theta_1$$

$$V = I Z = I_1 \angle \theta_1 \cdot Z \angle \theta_2 \Rightarrow$$

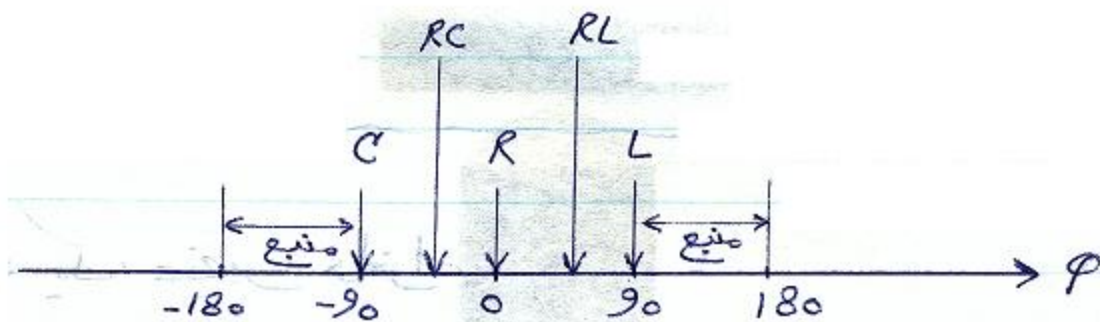
$$V = I_1 Z \angle \theta_1 + \theta_2$$

$$P = V I^* = I_1 Z \angle \theta_1 + \theta_2 \cdot I_1 \angle -\theta_1$$

$$P = Z I_1^2 \angle \theta_2 = Z I_1^2 \angle \theta_2$$

$$P_{ac} = \text{Re} \{ P \} = Z I_1^2 \cos \theta_2$$

$\theta_z = 0$	→	مقاومت
$\theta_z = +90$	→	سلف
$\theta_z = -90$	→	خازن



* یعنی بین 0 و 90 مدار باید ترکیبی از سلف و مقاومت باشد
و اگر هم خازن خارج باید سلف بر خازن ببرد.

مثال -



$$\omega = 5$$

$$L = 4 \text{ H}$$

$$C = 0.02 \text{ F}$$

$$\frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \times 5 \times 0.02} = -j10$$

در این مثال خازن بر سلف برده.

$$Z_{\text{مدار}} = 10 + j10$$

$$Z = R + jX$$

امپدانس ← مقاومت ← راکتانس

مثال - مقاومت، راکتانس و امپدانس عنصر ذیل را بیا بید.



$$Z = R + jX = j40$$

$$R = 0$$

$$X = 40$$

مثال -

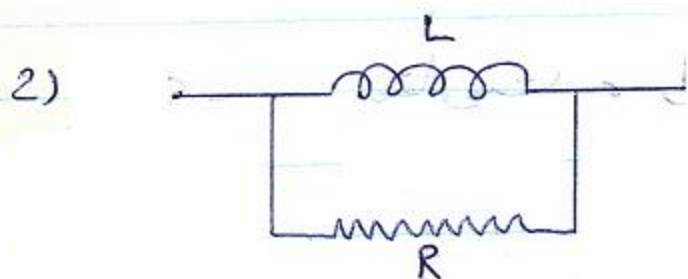
Z و R و X مدارات زیر را بیا بید.

$$\left\{ \begin{array}{l} L = 1 \text{ H} \\ \omega = 10 \\ R = 10 \\ C_1 = 1 \\ C_2 = 0.01 \\ C_3 = 0.001 \end{array} \right.$$



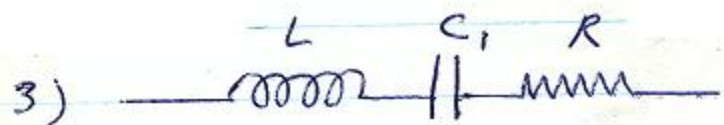
$$\begin{aligned}\omega L &= 10 \Omega \\ Z &= 10 + j10 = 14 \angle 45^\circ \\ R &= 10 \\ X &= 10\end{aligned}$$

θ_z



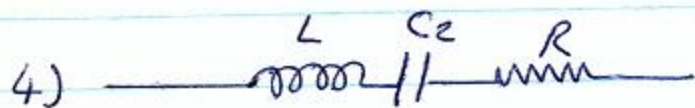
$$\begin{aligned}Z &= \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{10 \cdot j10}{10 + j10} \\ &= \frac{j(10)(1-j)}{(1+j)(1-j)} = \frac{10 + j10}{2} \\ &= 5 + j5 = 7 \angle 45^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R &= 5 \\ X &= 5\end{aligned}$$



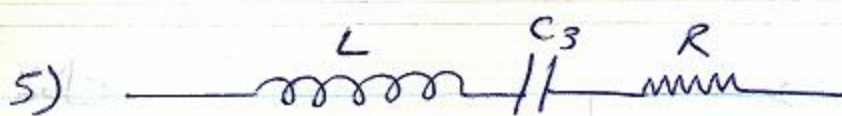
$$\begin{aligned}j\omega L &= j10 \\ \frac{1}{j\omega C_1} &= \frac{1}{j10 \times 1} = -j0.1 \\ Z &= 10 + j10 - j0.1 = \\ &= 10 + j9.9 \approx 14 \angle 45^\circ\end{aligned}$$

خازن نتوانسته بچربد چون X مثبت است.



$$\begin{aligned}\frac{1}{j\omega C_2} &= \frac{1}{j10 \times 0.01} = -j10 \\ Z &= 10 + j10 - j10 = 10 \\ &= 10 \angle 0^\circ \\ X &= 0\end{aligned}$$

* راکتانس L و C_2 قرینه است و تشرید پیش می آید و مدار مقاومتی خالص می شود (L و C_2 هم راضی می کنند)



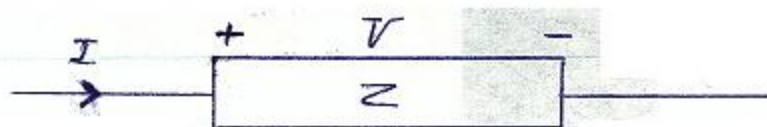
$$\frac{1}{j\omega C_3} = \frac{1}{j(10) \times 0.0001}$$

$$= -j100 \approx 90^\circ \angle -83^\circ$$

X منفی است پس خاصیت
خازنی داریم.

$$Z = j10 - j100 \Rightarrow$$

$$Z = 10 - j90$$



$$P = VI^*$$

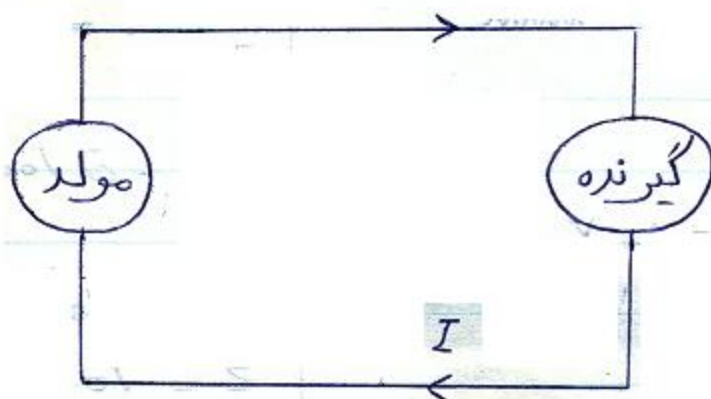
$$P_{ac} = Z, I, e \left\{ \cos \theta_z \right\}$$

ضریب توان

درمنا لهای قبل :

	ضریب توان	
1	0.7	
2	0.7	
3	0.7	
4	1	→ مقاومت کامل
5	0.11	

مثال -



حالت ۱ -

$$V = 220 \angle 0^\circ$$

$$(Z = 10 \angle 30^\circ)$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 \angle 30^\circ} = 22 \angle -30^\circ$$

$$P = 220 \times 22 \angle +30^\circ$$

$$P_{ac} = 4840 \times 0.83 = 4840 \times 0.83$$

$$P_{ac} = 4000 \text{ W} \quad (Cp = 0.83)$$

حالت دوم : $(Z = 1 \angle 85^\circ)$

$$I = 220 \angle -85^\circ$$

$$P = VI^* = 220 \angle 0^\circ \times 220 \angle -85^\circ = 48400 \angle -85^\circ$$

$$P_{ac} = 4200$$

$$(C\phi = 0.08)$$

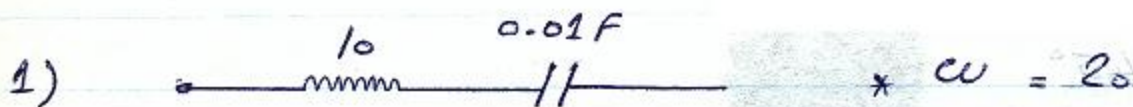
admittance ***

$$Y = G + jB$$

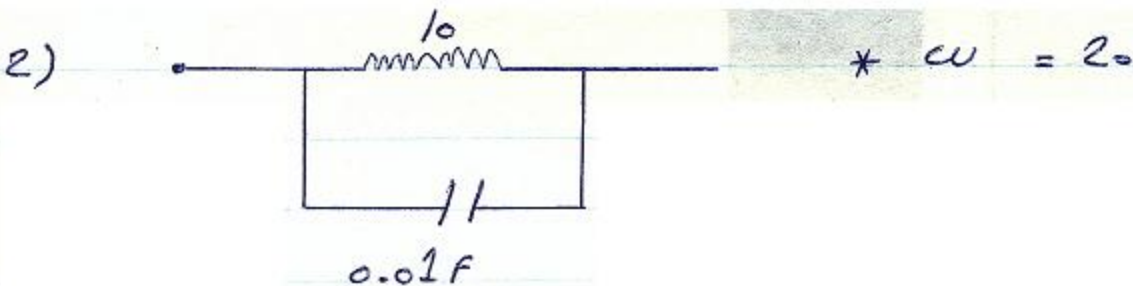
B - سو سیٹانس

Y - اڈمیٹانس

$$Z = R + jX \quad \left(Y = \frac{1}{Z} \right)$$



3-ج



$$1: \frac{1}{j\omega C} = -j5$$

$$Z = 10 - j5$$

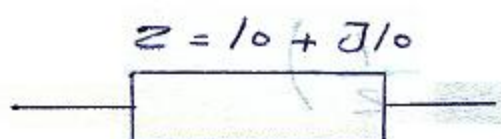
$$2: \frac{1}{j\omega C} = -j5$$

$$Z = \frac{10 \times -j5}{10 - j5} = \frac{-j50}{10 - j5} = \frac{-j10(2+j)}{(2-j)(2+j)} = 2 - j4$$

$$1: Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{10 - j5} = 0.08 + j0.16$$

$$2: Y = 0.1 + j0.2$$

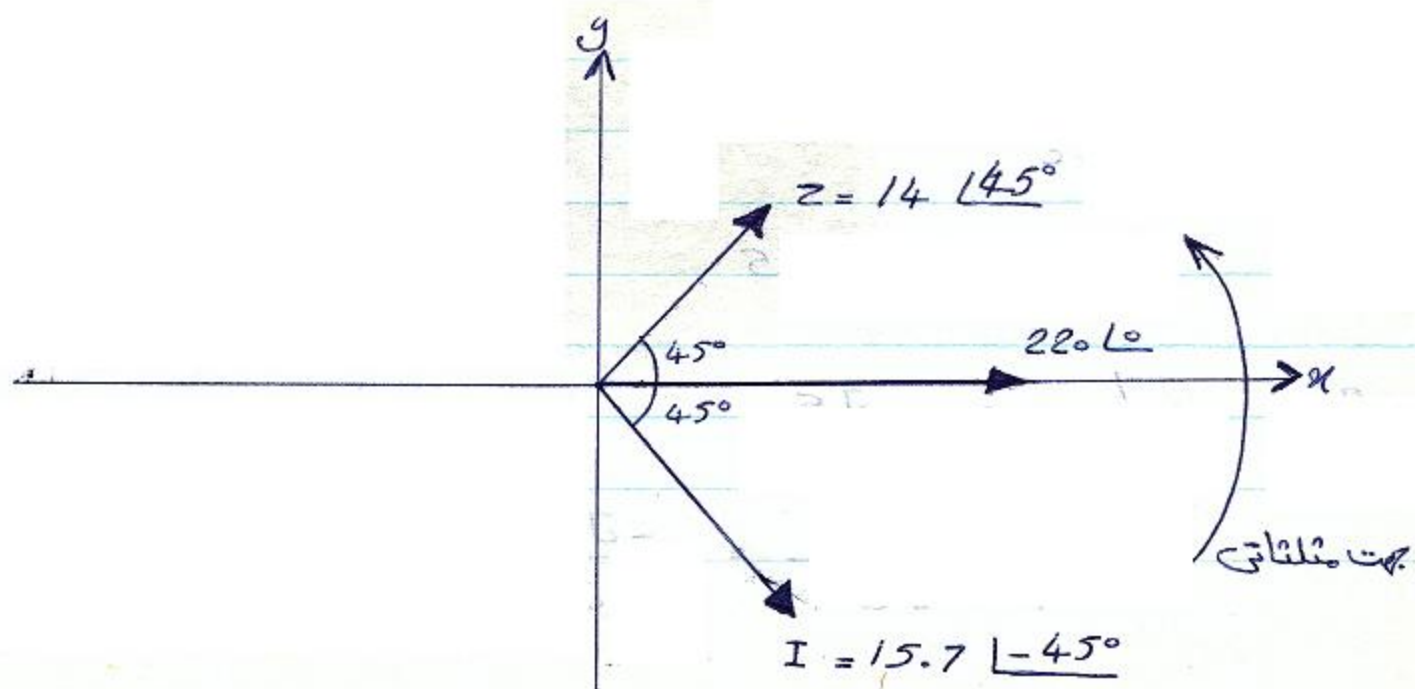
* سوپیتانس برای خازن (+) و برای سلف (-) است
برعکس اکتانس.



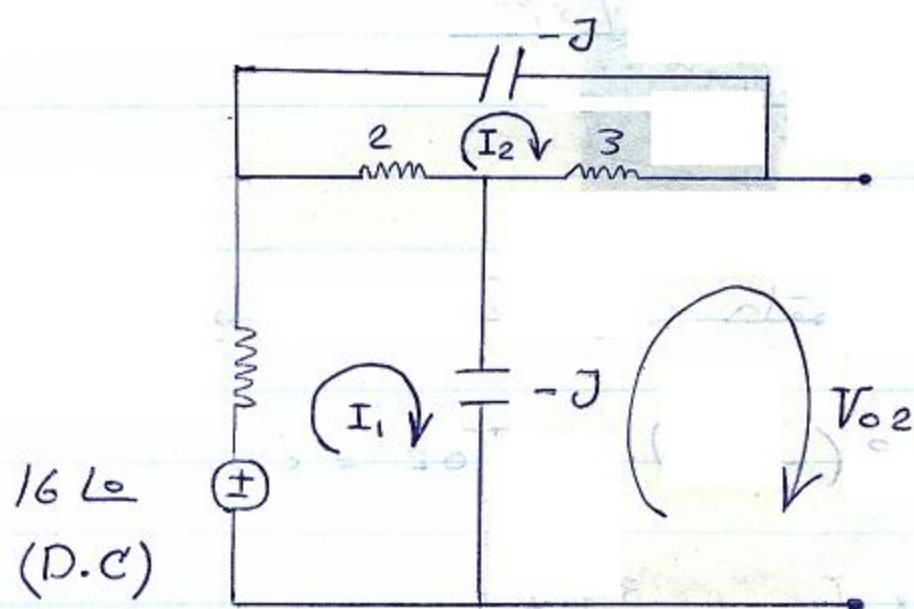
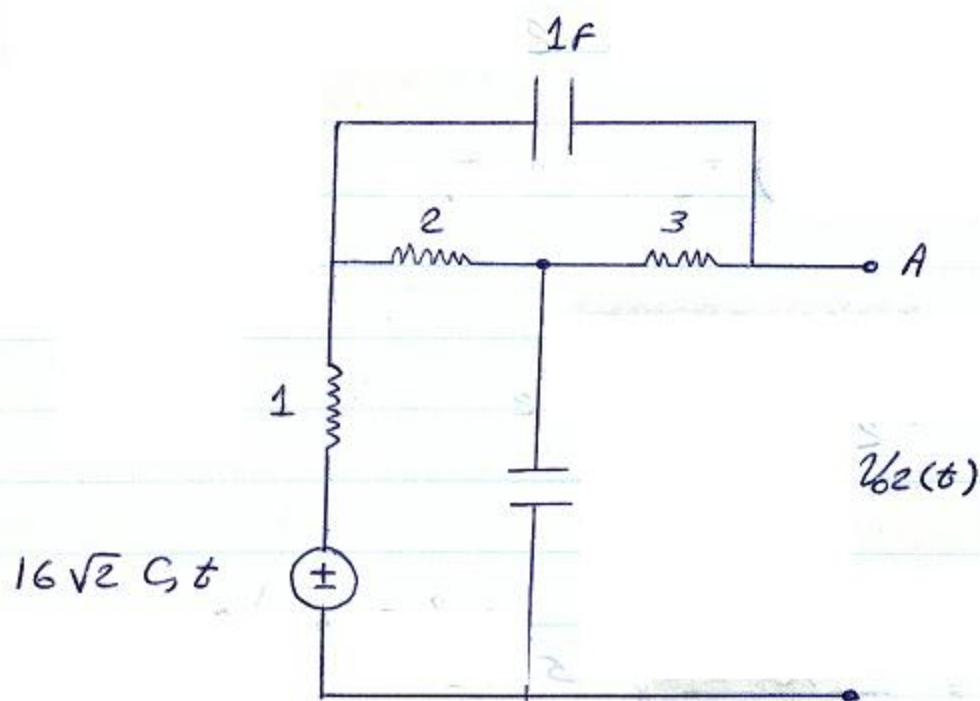
$$\begin{cases} I = 14 \angle 45^\circ \\ V = 220 \angle 0^\circ \end{cases}$$



$$I = 15.7 \angle -45^\circ$$



مسئله 29-3



* چون می خواهیم از روش حلقه برویم تمام عناصر را مقاومتی می کنیم. منبع دایمی (سینوسی) را هم منبع DC می کنیم.

$$\begin{aligned} \text{(1) حلقه} - & \begin{cases} (1+2-j) I_1 - 2 I_2 = 16 \angle 0^\circ \\ (2+3-j) I_2 - 2 I_1 = 0 \end{cases} \rightarrow \\ \text{(2) حلقه} - & \end{aligned}$$

$$I_1 = \left(\frac{5}{2} - \frac{j}{2} \right) I_2 \rightarrow$$

$$\begin{cases} I_1 = \cancel{\frac{80+64j}{41}} \\ I_2 = \frac{16}{5-4j} \times \frac{5+4j}{5+4j} = \frac{80+64j}{41} \end{cases} \text{حاسب می شود}$$

$$\begin{cases} I_2 = 2.46 \angle 37^\circ \\ I_1 = \frac{5-j}{2} I_2 \end{cases}$$

حال برای یافتن V_{o2} یک حلقه می گیریم :

$$-j(I_1) + 3(-I_2) + V_{o2} = 0$$

$$V_{o2} = -j \times I_1 + 3 \times I_2$$

$$V_{o2}(t) = \operatorname{Re} \left\{ V_{o2} \sqrt{2} e^{j\omega t} \right\}$$

(یا)

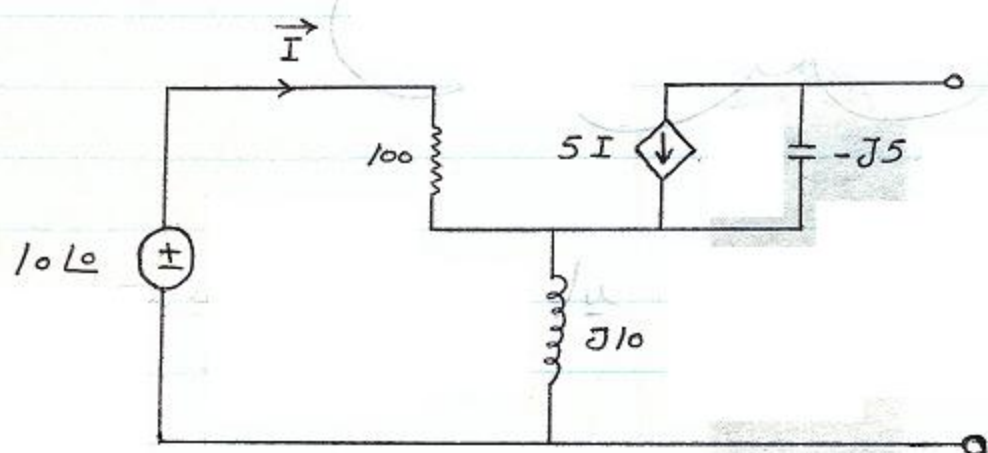
$$V_{o2}(t) = 2.0 \sqrt{2} \cos(\omega t + 50^\circ)$$

کلاس جبرانی

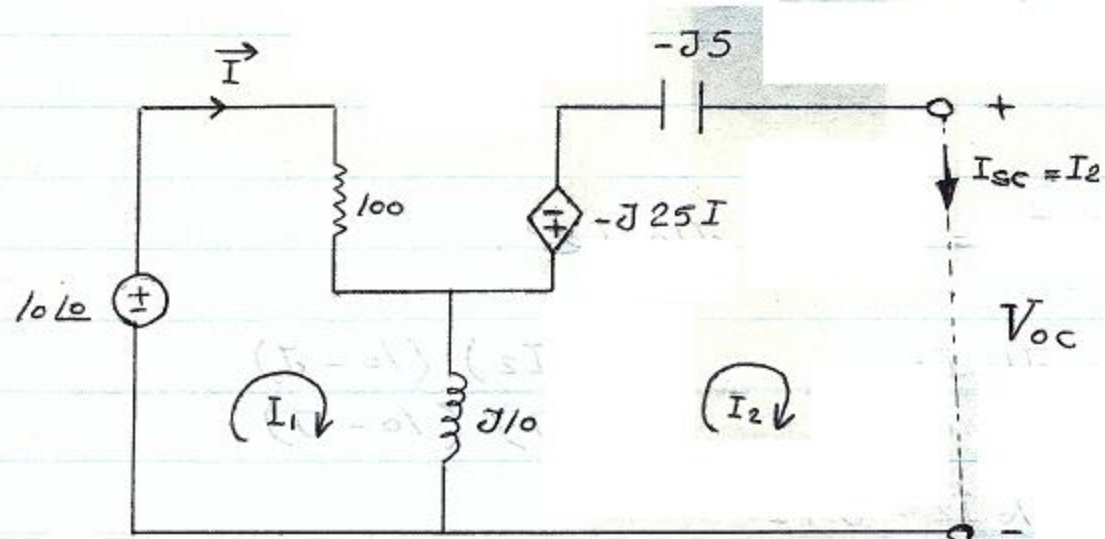
۳ - ۱۰

پنجشنبه ۳/۱۲

مثال -



* مدار معادل تونین را بیا بید .



$$-10 \angle 0 + 100 I_1 + j10 I_1 = 0$$

$$(100 + j10) I_1 = 10 \angle 0$$

$$I_1 = \frac{10 \angle 0}{100 + j10} = \frac{10 \angle 0}{100.5 \angle 5.7} = 0.0995 \angle -5.7$$

$$j10 (I_2 - I_1) + (-j25 I_1) - j5 I_2 + V_{oc} = 0$$

$$V_{oc} = j10 I_1 + j25 I_1 = j35 I_1 \rightarrow$$

$$V_{oc} = 3.48 \angle 84.3^\circ \text{ Volt}$$

* برای یافتن I_{sc} باید مدار باز را بصورت نقطه چین رسم شده می بندیم :

$$\begin{cases} -10 \angle 0^\circ + 100 I_1 + j10 (I_1 - I_2) = 0 \\ +j10 (I_2 - I_1) - j25 I_1 - j5 I_2 = 0 \end{cases}$$

$$(100 + j10) I_1 = 10 + j10 I_2$$

$$I_1 = \frac{10 + j10 I_2}{100 + j10} = \frac{(1 + j I_2) (10 - j)}{(10 + j) (10 - j)}$$

$$I_1 = \frac{10 + j10 I_2 - j + I_2}{99}$$

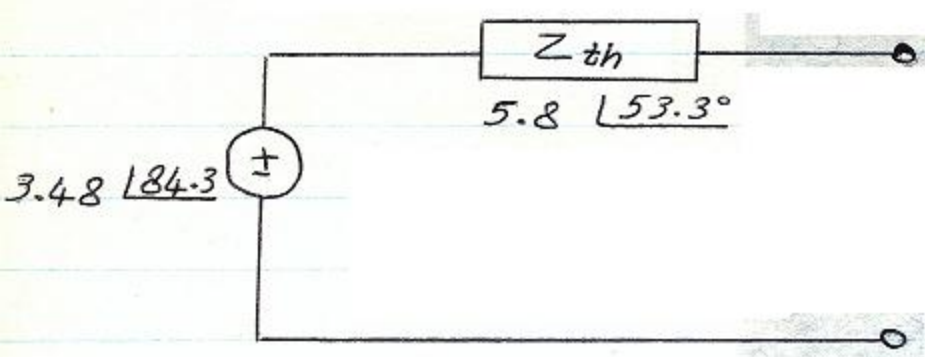
$$I_1 \approx 0.1 - 0.01j + (j0.1 + 0.01) I_2$$

$$j10 (I_2 - 0.1 + 0.01j - (j0.1 + 0.01) I_2) - j25 (0.1 - 0.01j) - j5 I_2 = 0$$

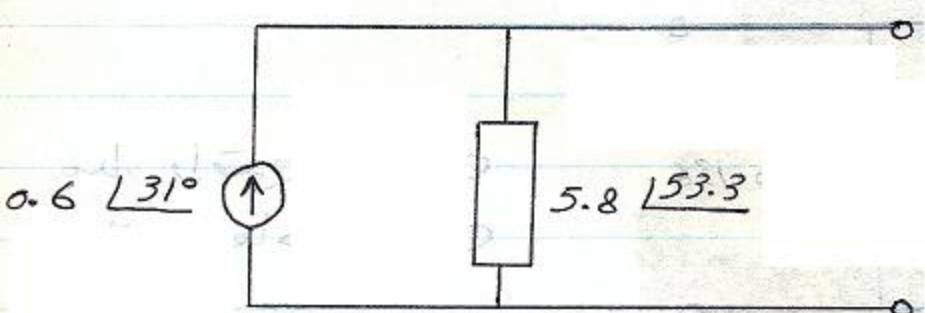
$$I_2 = I_{sc} = 0.6 \angle 31^\circ \text{ A}$$

$$R_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = 5.8 \angle 53.3^\circ \Omega$$

Z_{th}



مدار معادل توین



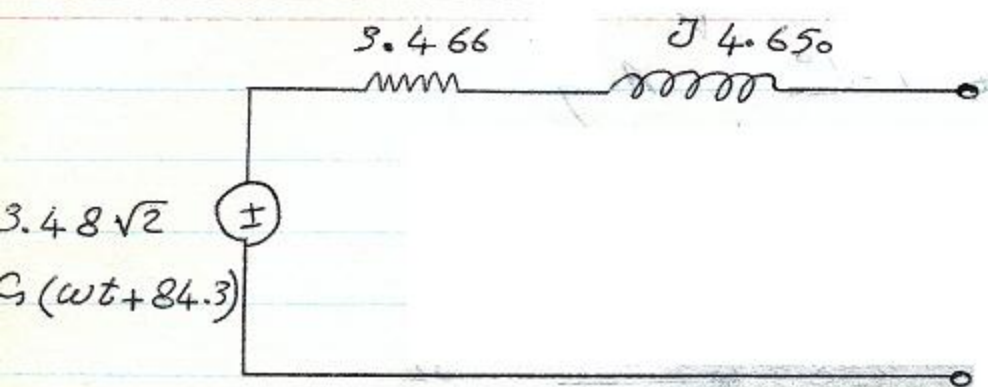
مدار معادل خورتن

$$Z = R + jX = 5.8 \angle 53.3^\circ = 3.466 + j4.650$$

$$R = 3.466$$

$$\omega L = X = 4.650$$

خاصیت سلفی داریم



مدار معادل تونن
بصورت واقعی
مقاومتی - سلفی

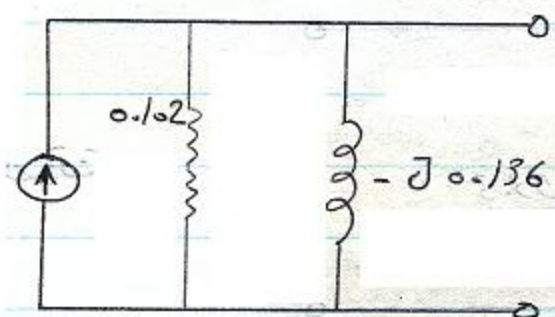
$$Z = 5.8 \angle 53.3$$

$$(Y = \frac{1}{Z})$$

$$Y = 0.17 \angle -53.3 \text{ S}$$

$$Y = G + jB = 0.17 \angle -53.3$$

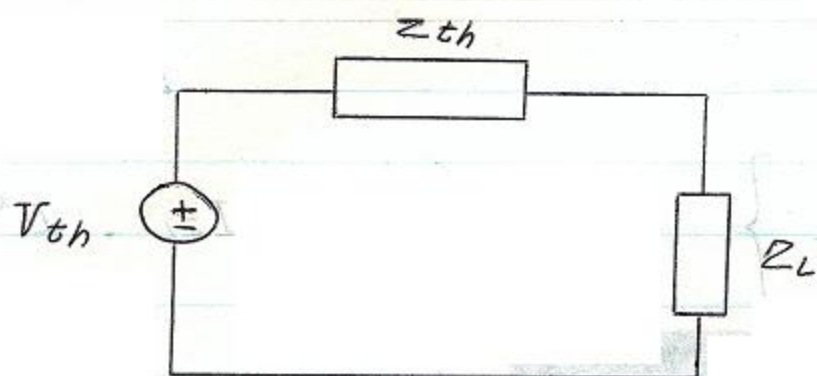
$$Y = 0.102 - j0.136$$



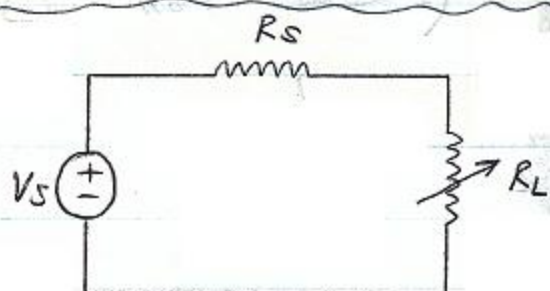
مدار واقعی مقاومتی
سلفی معادل نورتن

∞

قضیه مالکزیج توان



Z_L چقدر باشد تا ماکزیم توان را از مدار بگیرد؟



مثلاً :

$$I_{RL} = \frac{V_S}{R_S + R_L}$$

$$P_{RL} = R_L I_{RL}^2 = V_S^2 \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2}$$

$$\frac{dP_{RL}}{dR_L} = \frac{1 \times (R_S + R_L)^2 - 2(R_L + R_S)R_L}{(R_S + R_L)^4} = 0 \rightarrow$$

$$R_L = R_S$$

جایگزینی

$$(P_{RL})_{\max} = \frac{1}{4} \frac{V_S^2}{R_S}$$

ادامه بحث :

$$P_{ZL} = \operatorname{Re} \left\{ V_{ZL} \cdot I_{ZL}^* \right\} = \operatorname{Re} \left\{ Z_L \cdot I_{ZL} \cdot I_{ZL}^* \right\}$$

$$= \operatorname{Re} \left\{ Z_L |I_{ZL}| \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{Z_L \cdot (V_S)^2}{(Z_L + Z_S)^2} \right\}$$

$$|I_{ZL}| = \left| \frac{V_S}{Z_L + Z_S} \right| \quad \nearrow$$

(V_S همان V_{th} است.)

$$= \operatorname{Re} \left\{ \frac{(R_L + jX_L) |V_S|^2}{|Z_L + Z_S|^2} \right\}$$

$$= \frac{R_L \cdot |V_S|^2}{|Z_L + Z_S|^2}$$

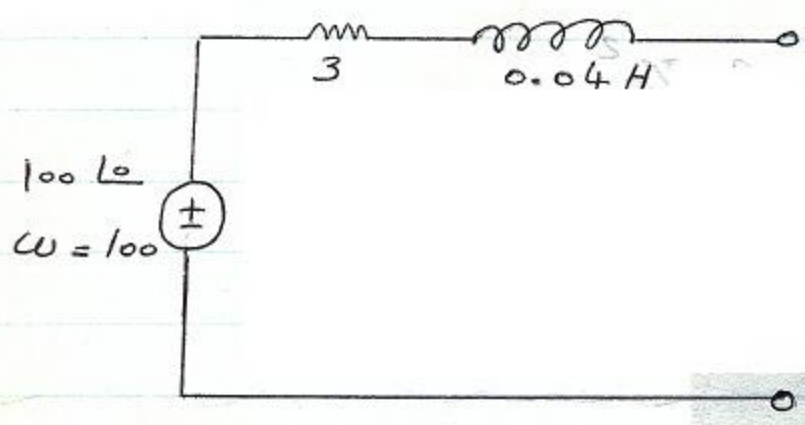
$$\begin{cases} \operatorname{Im} \{ Z_L \} = - \operatorname{Im} \{ Z_S \} \\ \operatorname{Re} \{ Z_L \} = \operatorname{Re} \{ Z_S \} \end{cases}$$

$$(Z_L = Z_S^*)$$

* قسمت موهومی Z_L را طوری
می گیریم تا قسمت موهومی
 Z_S را کنسل کند و مسئله
مقاومتی شود تا از روش
همان مثال قبل استفاده
کنیم.

یعنی اگر Max توان را بخواهیم باید : $(Z_L = Z_S^*)$

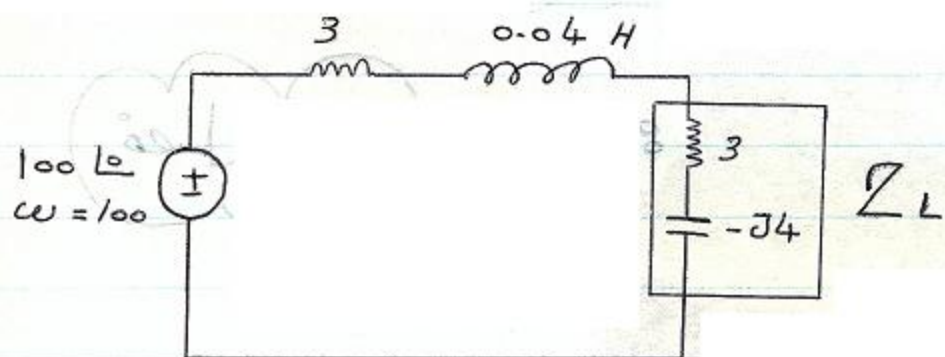
مثال- چه امپدانسی می‌تواند Max توان منبع را بگیرد؟



$$Z_S = 3 + j100 \times 0.04 = 3 + j4$$

$$Z_L = Z_S^* = 3 - j4$$

Z_L باید خازنی باشد



* پس اگر مدار سلفی باشد $\omega \propto$ (بار یا Z_L) باید خازنی باشد و اگر مدار خازنی باشد $\omega \propto$ باید سلفی باشد.

اگر منبع V_s با مقاومت داخلی R_s به مقاومت R_L ولتاژ بدهد :

$$\text{تلف توان روی } R_s = \frac{R_s V_s^2}{(R_s + R_L)^2}$$

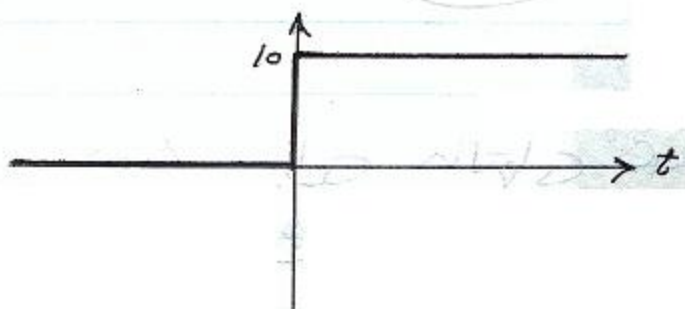
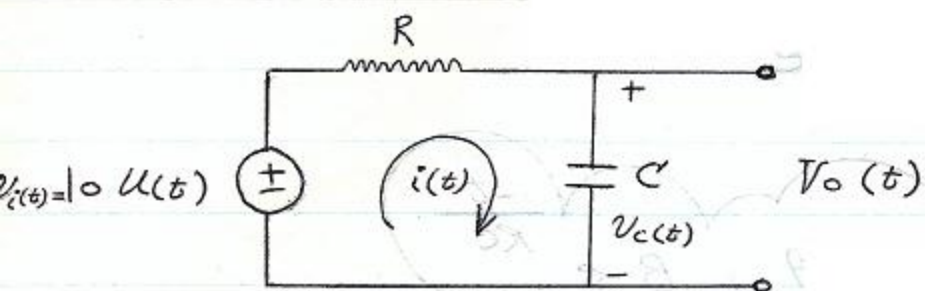
$$\text{توان رسیده به } R_L = \frac{R_L V_s^2}{(R_s + R_L)^2}$$

** در جائی که انرژی قیمتی ندارد و می خواهیم هر طور شده Max توان را بگیریم مثل مورد آنتن و گیرنده تلویزیونی قضیه مقدار Max را رعایت می کنیم. در مواردی مثل ژنراتور و لامپ که انرژی ارزش دارد قضیه مقدار Max را بکار نمی بریم.

:

فصل 4

* می خواهیم پاسخ مدارات را به ورودی های ساده مثل (پله ای یا ترکیبات پله ای و ...) بیا بینیم. معمولاً مدارات RC و RL را در نظر می گیریم و مدار RLC را بحث نمی کنیم. در ضمن سعی می کنیم $L=1$ و $C=1$ باشد و هر تعداد مقاومت می تواند باشد.



$$* \quad v_o(t) = v_c(t)$$

$$-v_i(t) + v_R(t) + v_c(t) = 0$$

∴ KVL

$$v_i(t) + R \frac{dv_c}{dt} + v_c(t) = 0$$

$$R \frac{dv_c}{dt} + v_c(t) = -v_i(t)$$

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{1}{RC} v_c(t) = -\frac{1}{RC} v_i(t)$$

و چون D.C است

→

$$\text{پاسخ خاصی} = D.C$$

$$(پاسخ هگن) ∴ \lambda + \frac{1}{RC} = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{1}{RC}$$

$$\rightarrow \text{پاسخ هگن} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\rightarrow \text{پاسخ کلی} = A + B e^{-\frac{t}{RC}}$$

* در $t = \infty$ برای حالت‌های D.C. خازن شارژ شده و از مدار خارج می‌شود:

	$t = 0$	$t = \infty$
پاسخ مدار	0	10 
مقدار معادله	$A + B$	A

* یعنی ولتاژ خازن پیوسته است و چون برای $t < 0$ صفر بوده به ازای $t \geq 0$ هم باید از صفر شروع شود.

$$V_c(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

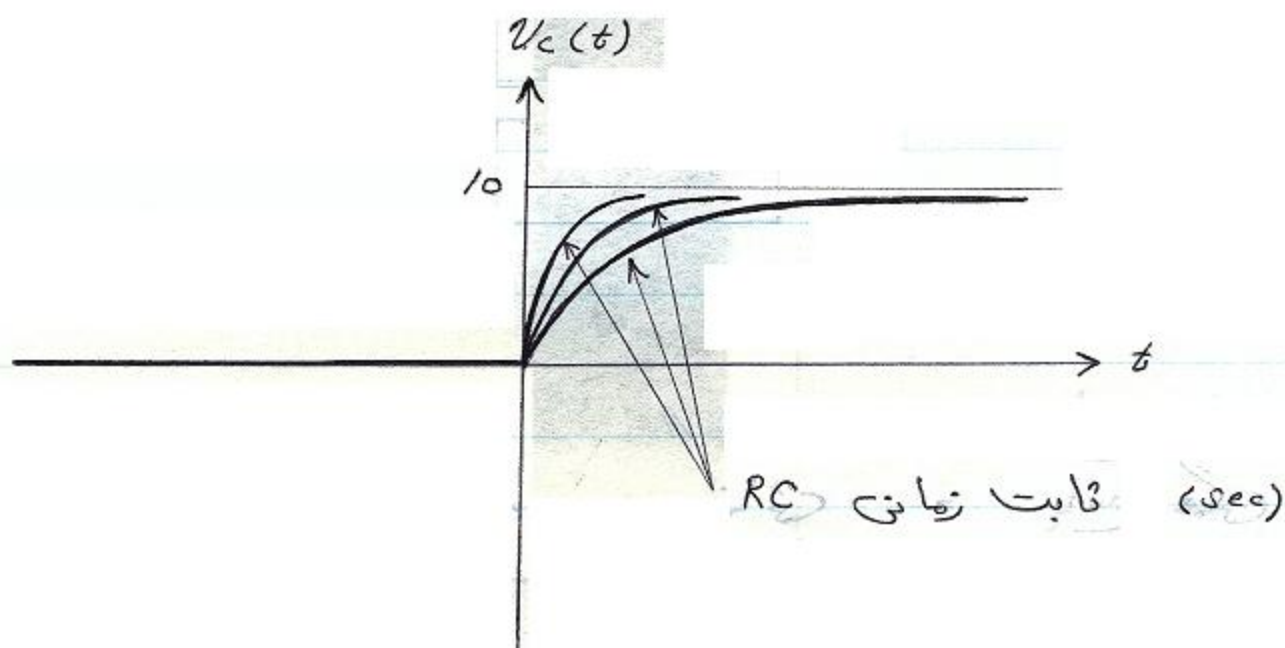
* در $t = \infty$ خازن را باز می‌کنیم.

$$\begin{cases} A = 10 \\ A + B = 0 \end{cases}$$

→

$$\begin{cases} A = 10 \\ B = -10 \end{cases}$$

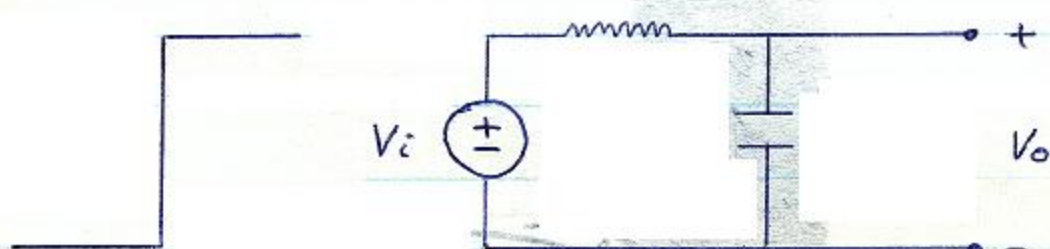
$$V_c(t) = 10 - 10 e^{-t/RC}$$



t/RC	درصد مقدار نهائی
1	63% = $(1 - e^{-1})10$
2	88%
5	99%

پاسخ مدارات الکتریکی به ورودی دلخواه

۱- مدارات با یک عنصر ذخیره کننده انرژی (سلف یا خازن)



$$\text{پاسخ خاص} = D.C = A$$

$$\text{پاسخ همگن} = \text{ناشی} = B e^{-t/\tau}$$

$$\text{پاسخ کلی} = A + B e^{-t/\tau}$$

	مدار می گوید	معادله می گوید
$t = 0$	0	$A + B$
$t = \infty$	10	A

→

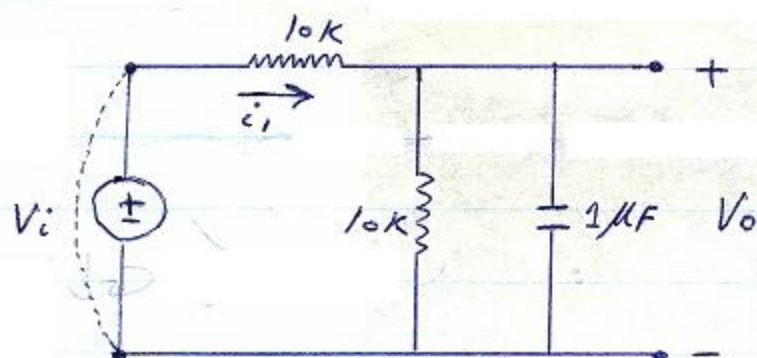
$$\begin{aligned} A &= 10 \\ B &= -10 \end{aligned}$$

$$\tau = RC = R_{eq} \cdot C$$

برای یافتن R_{eq} :

- ۱- همه منابع را صفر می کنیم (منابع مستقل را). یعنی منابع ولتاژ را short و منابع جریان را open می کنیم.
 - ۲- یک اهم متر به دو سر خازن می بندیم و مقدار مقاومت را می خوانیم.
- از دیدگاه خازن:
- $$R_{eq} = R_{th}$$

مثال -



R_1, R_2 مولی هستند (در حالت short) و مقدار آن ها را R یا R_{eq} اهم متر است.

$$\tau = 5k \times 1 \mu F = 0.5 \text{ ms}$$

	مداری گوید	معادله گوید
$t=0$	0	$A+B$
$t=\infty$	5	A

$$\begin{aligned} \tau &= 0.5 \text{ ms} \\ A &= 5 \\ B &= -5 \end{aligned}$$

$$A + B e^{-t/\tau} = V_o(t) \rightarrow$$

$$V_o(t) = 5 - 5 e^{-t/0.5} [\text{ms}]$$

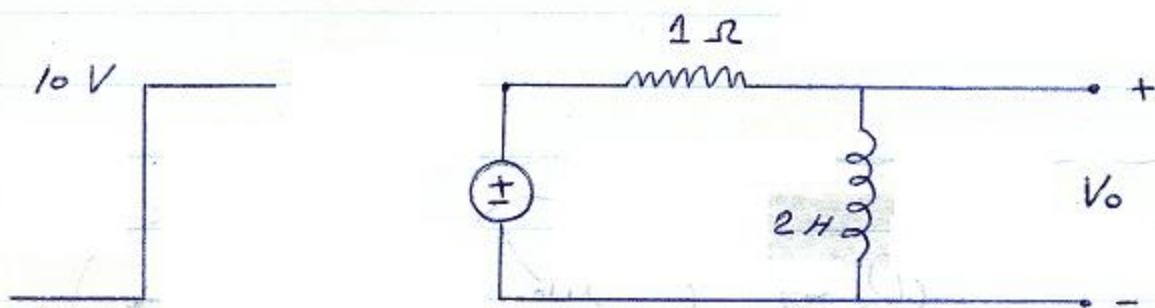
۲- مدار دارای یک سلف :

$$\text{سیگنال} = A + B e^{-t/\tau}$$

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}}$$

روش یافتن R_{eq} ها است.

مثال -



$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = 2$$

$t=0$	10	$A+B$
$t=\infty$	0	A

(سلف)

* چون در $t=0$ اصل پیوستگی جریان ~~خلاف~~ می گوید که جریان سلف باید پیوسته باشد پس در $t=0$ جریان سلف صفر است و می توان آن را برداشت و ولتاژ را خواند. اما در مثال قبل و در مورد خازن اصل پیوستگی ولتاژ را داریم یعنی ولتاژ خازن در $t=0$ صفر است. سلفها در ∞ در پاسخ به پله ای Short می شوند و خازنها open می شوند.

→

$A=0$
 $B=10$

$$V_o(t) = 10 e^{-t/2}$$

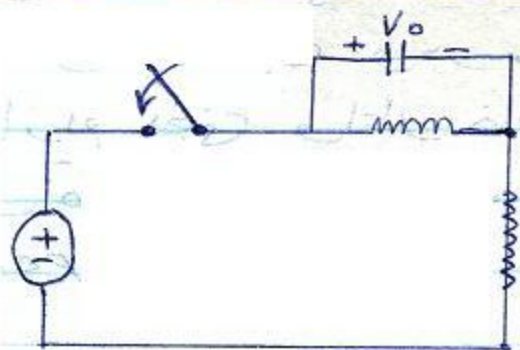
مدارات دایمی کلید (D.C)

* تنها یک عنصر ذخیره کننده و منابع D.C :

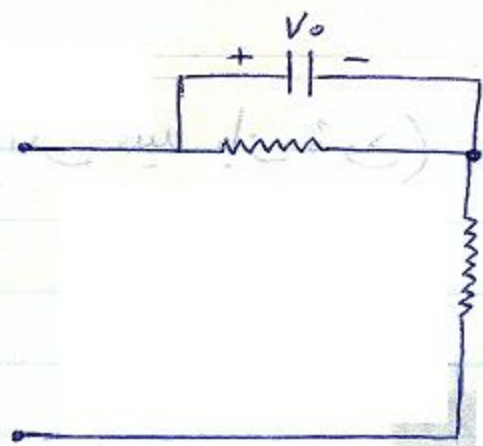
۱- مدار را قبل از $t=0$ ۲ ثانیه کلید کرده و ولتاژ خازن یا جریان سلف را بدست می آوریم.

۲- اگر سلف باشد : $i_L(0+) = i_L(0-)$
 اگر خازن باشد : $V_C(0+) = V_C(0-)$
 (بند ۲ لحظه پس از بستن کلید است.)

** با استفاده از نتایج مقادیر A و B و τ می یابیم.



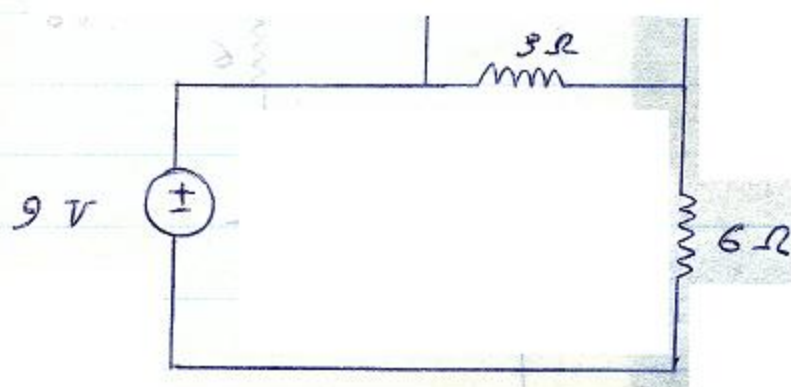
مثال ۱-



①

$$V_c(0^-) = 0 \quad \text{بند ①}$$

$$V_c(0^+) = 0 \quad \text{بند ②}$$



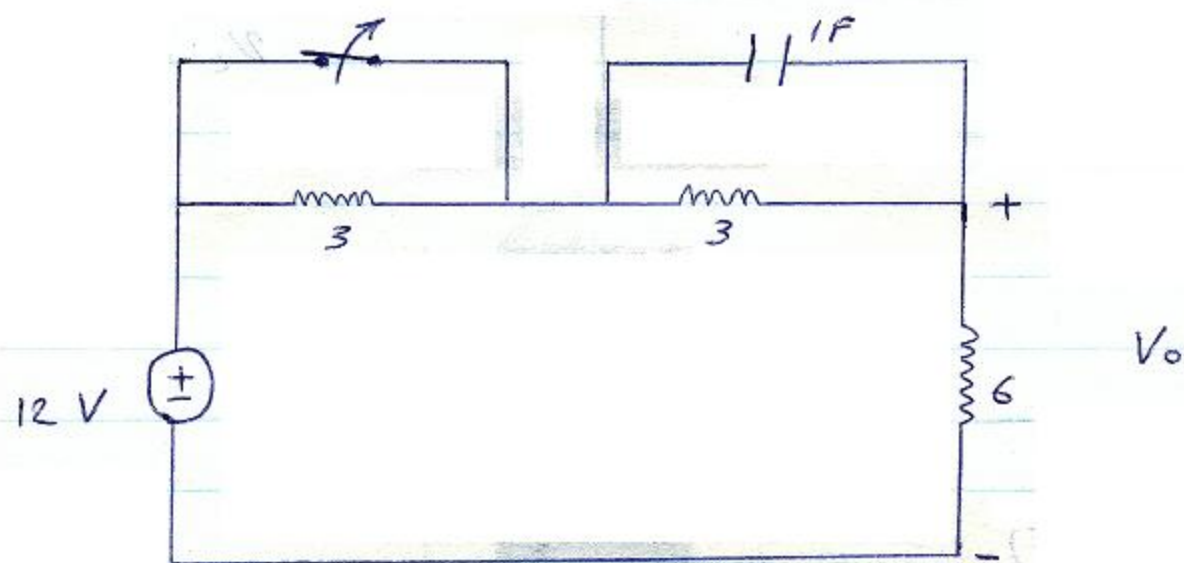
رابطه تقسیم مقاومتی : $\frac{9 \times 3}{3 + 6} = 3V$

زمان	مقدار	معادله
$t = 0$	0	$A + B$
$t = \infty$	3	A

$A = 3$
 $B = -3$

* اگر معادله مستقیم را هم بزنیم
می‌آید.

مثال - (اگر کلید باز شود)



$t < 0$

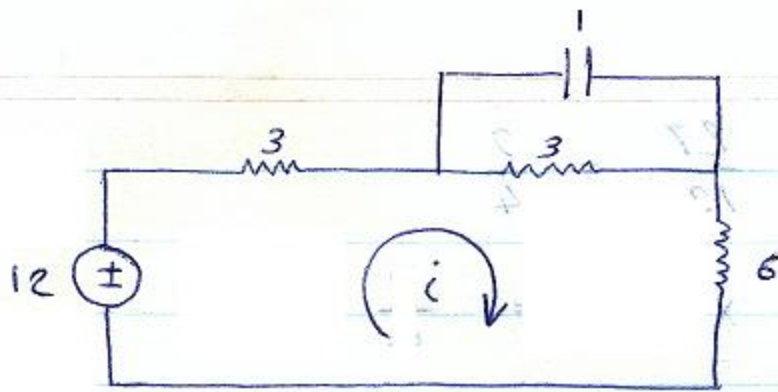


در $t < 0$ خازن را
حذف می کنیم چون
کلید به ثانیه بسته
بوده و خازن شارژ
شده.

$$V_{3\Omega} = 12 \times \frac{R_{3\Omega}}{R_{3\Omega} + R_{6\Omega}} = 4 \text{ V}$$

$$V_c(0^-) = 4$$

$$V_c(0^+) = 4$$



$$-12 + 3i + 4 + 6i = 0$$

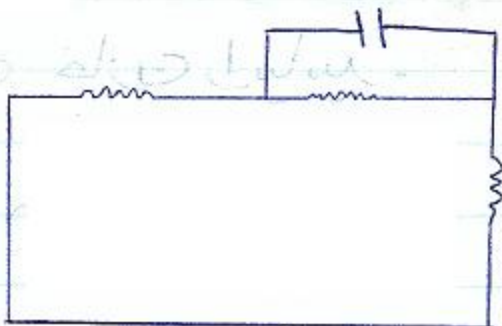
$$9i = 8 \rightarrow i = 8/9 \text{ A}$$

$$V_o(0^+) = 6i = \frac{16}{3}$$

	مدار	نتیجه
$t=0^+$	$16/3$	$A+B$
$t=\infty$	$\frac{12 \times 6}{3+3+6} = 6 \text{ V}$	A

→

$$\begin{aligned} A &= 6 \\ B &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$



با فرض $i = 2$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \parallel 9 = \frac{27}{12} = \frac{9}{4} \end{array} \right.$$

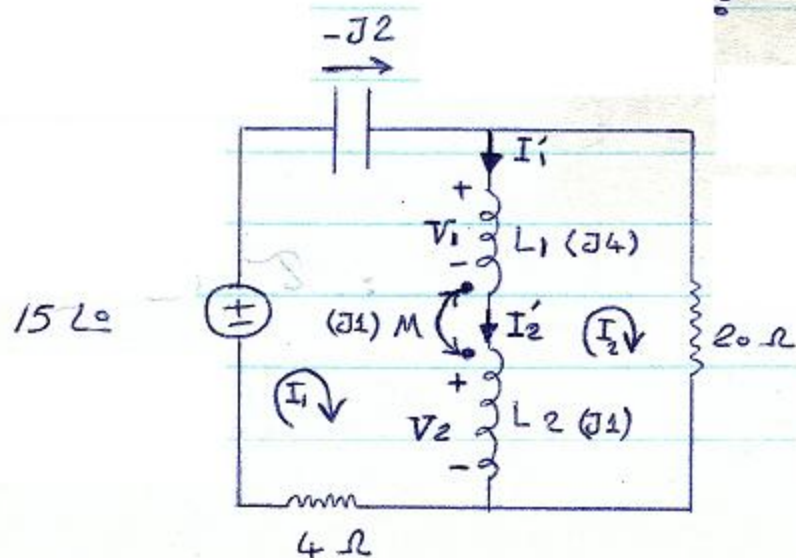
$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = 3 \parallel 9 \times C = \left(\frac{9}{4} \right) \times 1 \end{array} \right.$$

$$V_o(t) = 6 - \frac{2}{3} e^{-t/\tau}$$

سؤالات :

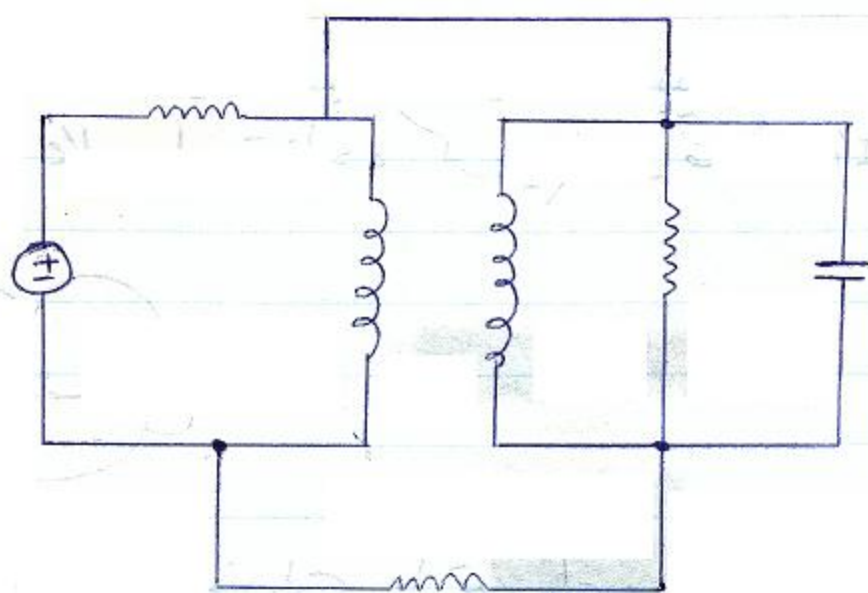
کلید زنی
سه فاز
سینوسی تک فاز
سینوسی تک فاز (قدرت و توان)
D.C
اندوکتانس (L_1 و L_2 و M)

مثال از اندوکتانس کوپله :



* جریان خازن را بیابید.

از تحلیل حلقه می رویم :



$(I_1'$ و V_1) و $(I_2'$ و V_2) را دلخواه و ترجیحاً با جهات متناظر می گیریم. چون I_1' از سر نقطه دار خارج و I_2' وارد می شود پس در رابطه M منفی است. اگر جهت I_1' را متناظر نمی گرفتیم ممکن بود M مثبت شود.

$$\begin{cases} \omega = 10 \\ L_1 = 0.4 \\ L_2 = 0.1 \\ M = 0.1 \end{cases}$$

8 KVL

$$\begin{cases} -15 + (4 \times I_1) + V_1 + V_2 + 4 I_1 = 0 & \text{حلقه ①} \\ -V_2 - V_1 + (I_2 \times 20) = 0 & \text{حلقه ②} \end{cases}$$

* چون رابطه V_1 و V_2 با I_1' و I_2' پیچیده بود در نوشتن KVL از V_1 و V_2 استفاده کردیم و ضمناً I_1' و I_2' را دخالته کردیم.

رابطه تنوید:

هر معادله دیفرانسیلی با تبدیل $\frac{d}{dt}$ به $(j\omega)$ به حالت دائمی سینوسی تبدیل می شود.

$$\begin{cases} V_1 = L_1 \frac{d}{dt} i_1 \pm M \frac{d}{dt} i_2 \\ V_2 = \pm M \frac{d}{dt} i_1 + L_2 \frac{d}{dt} i_2 \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \rightarrow j\omega \\ \frac{d^2}{dt^2} \rightarrow (j\omega)(j\omega) \end{array} \right. \rightarrow$$

→

$$\begin{cases} V_1 = j\omega L_1 I_1' - j\omega M I_2' & \textcircled{III} \\ V_2 = -j\omega M I_1' + j\omega L_2 I_2' & \textcircled{IV} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I'_1 = I_1 - I_2 \end{cases} \quad \textcircled{V}$$

$$\begin{cases} I'_2 = I_1 - I_2 = I'_1 \end{cases} \quad \textcircled{VII}$$

* اگر ولتاژ سلفها را غیر متناظر دادند ما متناظر فرض می‌کنیم و روابط را می‌نویسیم و سپس در متغی ضرب می‌کنیم.

$$\begin{cases} V_1 = j4(I_1 - I_2) - j1(I_1 - I_2) \end{cases} \quad \textcircled{V}$$

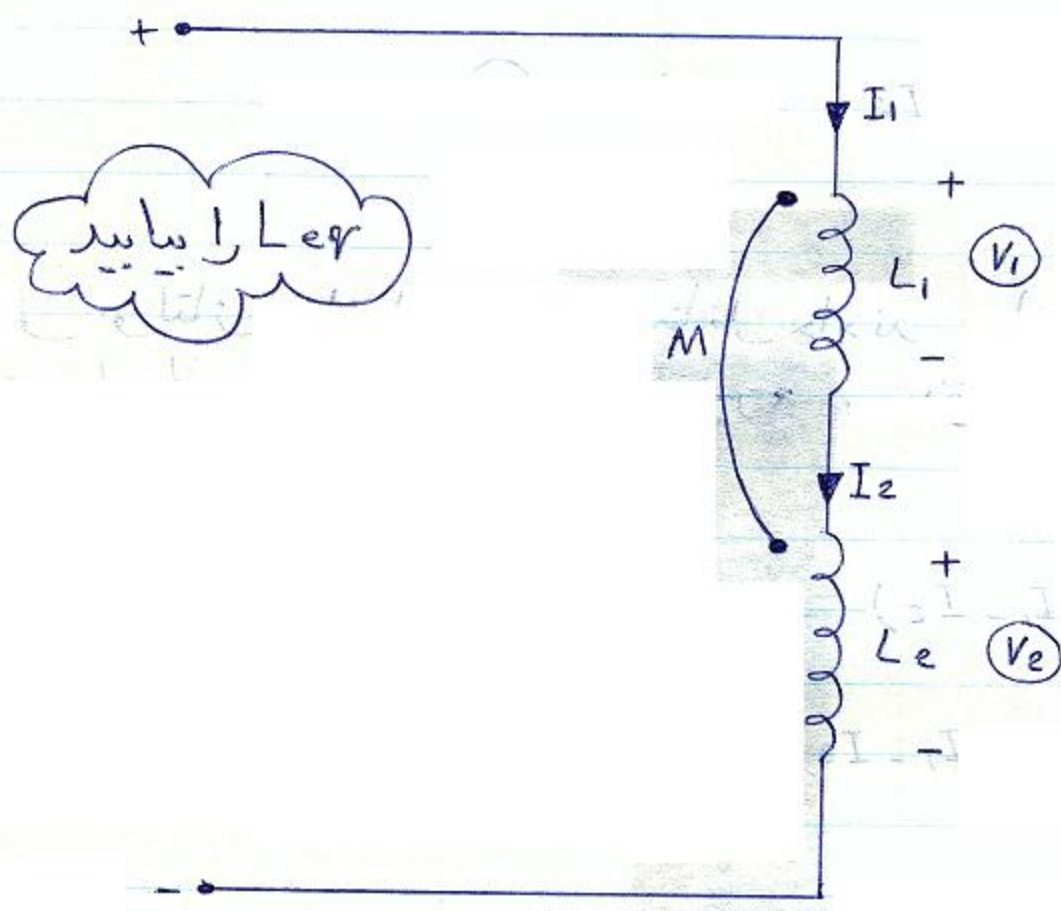
$$\begin{cases} V_2 = -j1(I_1 - I_2) + j4(I_1 - I_2) \end{cases} \rightarrow$$

$$\textcircled{V_1 = V_2} \xrightarrow{\textcircled{I}, \textcircled{II}}$$

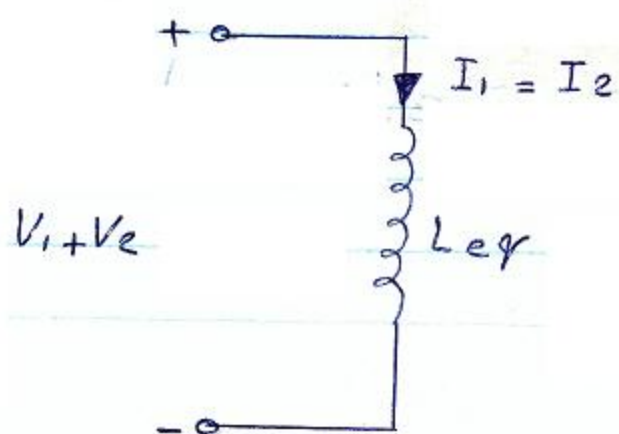
$$\begin{cases} -15 + (4 - j2)I_1 + 2V_1 = 0 \\ -2V_1 + 20I_2 = 0 \\ V_1 = j3I_1 - j3I_2 \leftarrow \textcircled{VI} \end{cases}$$

** این دستگاه به‌عنوان تمرین حل شود.

- مثال



$$\begin{cases} V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 & \text{①} \\ V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 & \text{②} \end{cases}$$



$$\begin{cases} V_1 + V_2 = j\omega L_{eq} I_1 & \textcircled{III} \\ I_1 = I_2 & \textcircled{VI} \end{cases}$$

$$\textcircled{I} \rightarrow \begin{aligned} V_1 &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ V_2 &= j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \end{aligned}$$

$$V_1 + V_2 = (j\omega L_1 + j\omega L_2 + 2j\omega M) I_1$$



$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$

اگر $M=0$ باشد دو سلف سری هستند.

* پس هر وقت دو سلف تزویج دار بدون سیم در سروسط
آنها داشتهیم :



$$L_{eq} = L_1 + L_2 \pm 2M$$

(-) : هر وقت دو نقطه نزدیک به هم یا دور از هم باشند.

(+) : هر وقت که یکی نزدیک و دیگری دور باشد.

(البته در حالت متناظر)

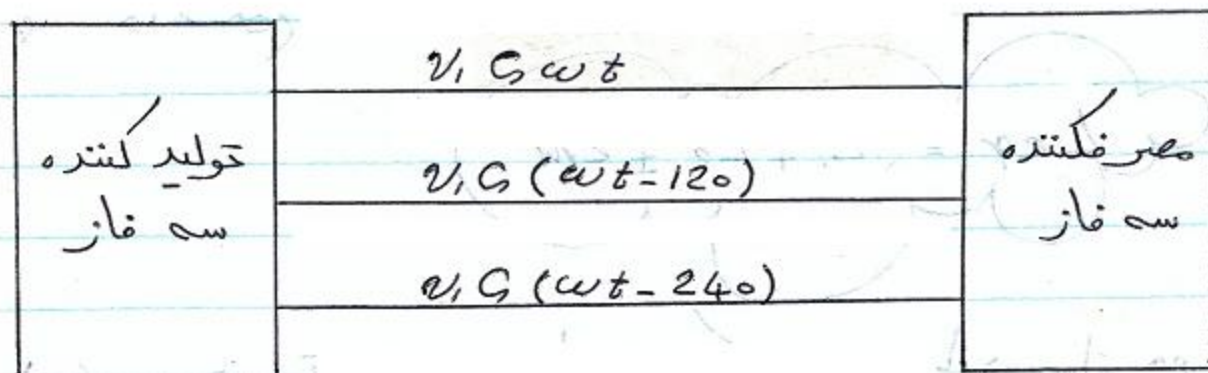
پنجشنبه ۱۰ تا ۳ - مرکز ۲۳

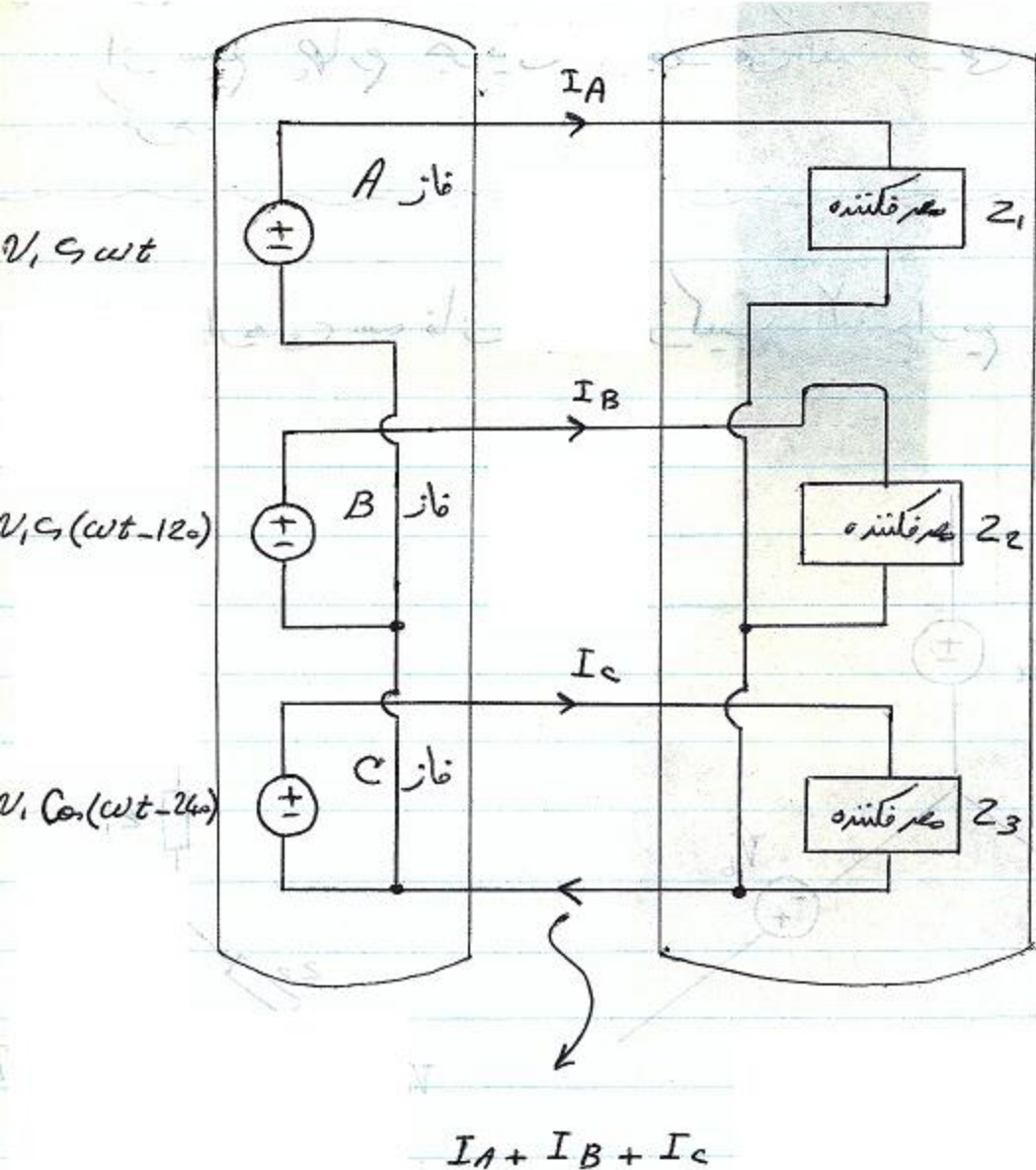
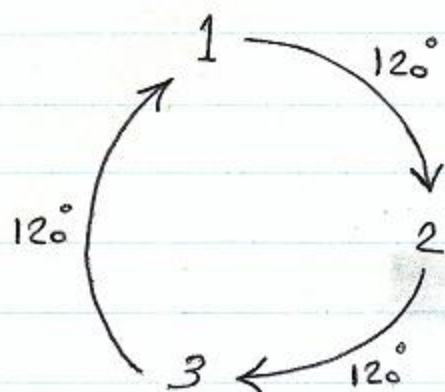
روز چهارشنبه به گروه
برق مراجعه شود.
ساعت (۱۲). اگر نبود
پنجشنبه ۳ به بعد در
مرکز ۲۴.

تمرین ۴ - ۲۱ و ۲۲ و ۲۴

در ۴ - ۲۱ سلف را بار
مقاومت ۱ اهمی عوض می کنیم.
در ۴ - ۲۲ سلف را با مقاومت
۵ اهمی عوض می کنیم. در ۴ - ۲۴
جای خازن مقاومت ۳۰۰ می نهیم.

برق سه فاز





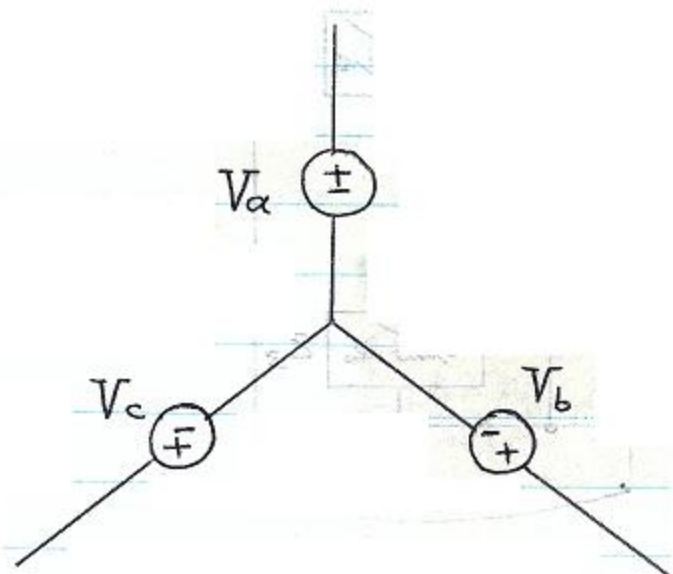
$$I_A = \frac{V_1 \cos \omega t}{Z_1}$$

$$I_B = \frac{V_1 \cos(\omega t - 120^\circ)}{Z_2}$$

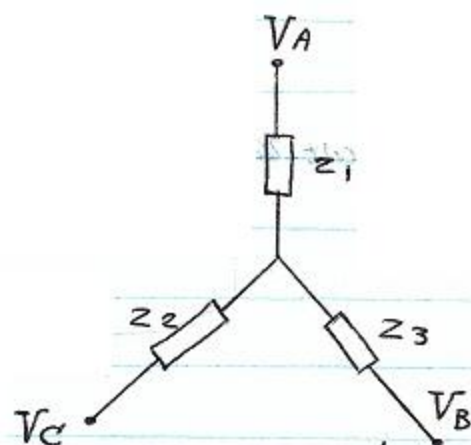
$$I_C = \frac{V_1 \cos(\omega t - 240^\circ)}{Z_3}$$

* اگر $Z_1 = Z_2 = Z_3$ باشد مصرف کننده بالانس است و از سیم چهارم جریان عبور نمی کند و می توان آن را حذف کرد.

* در مدارهای سه فاز یا ترکیب Y داریم یا ترکیب Δ :

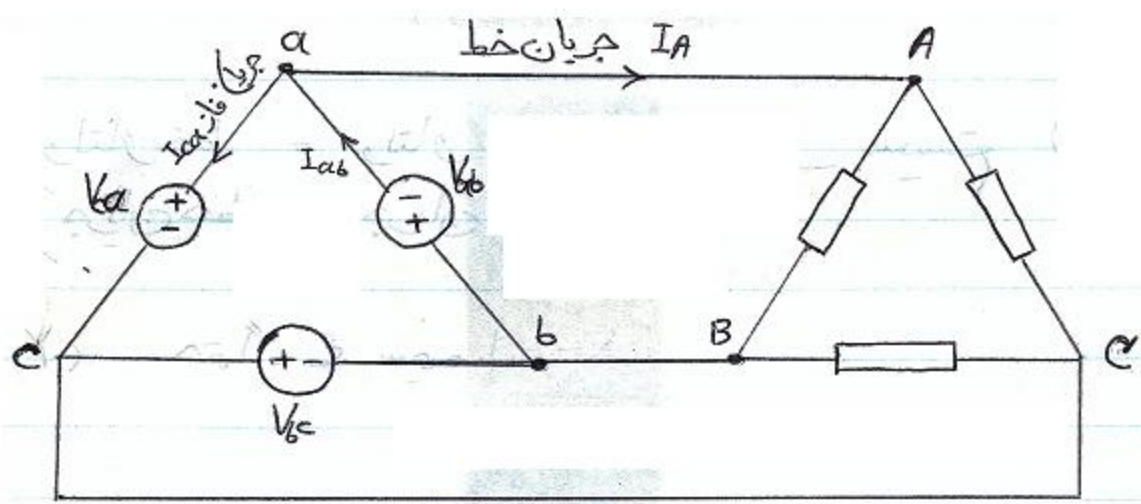


تولید کننده Y

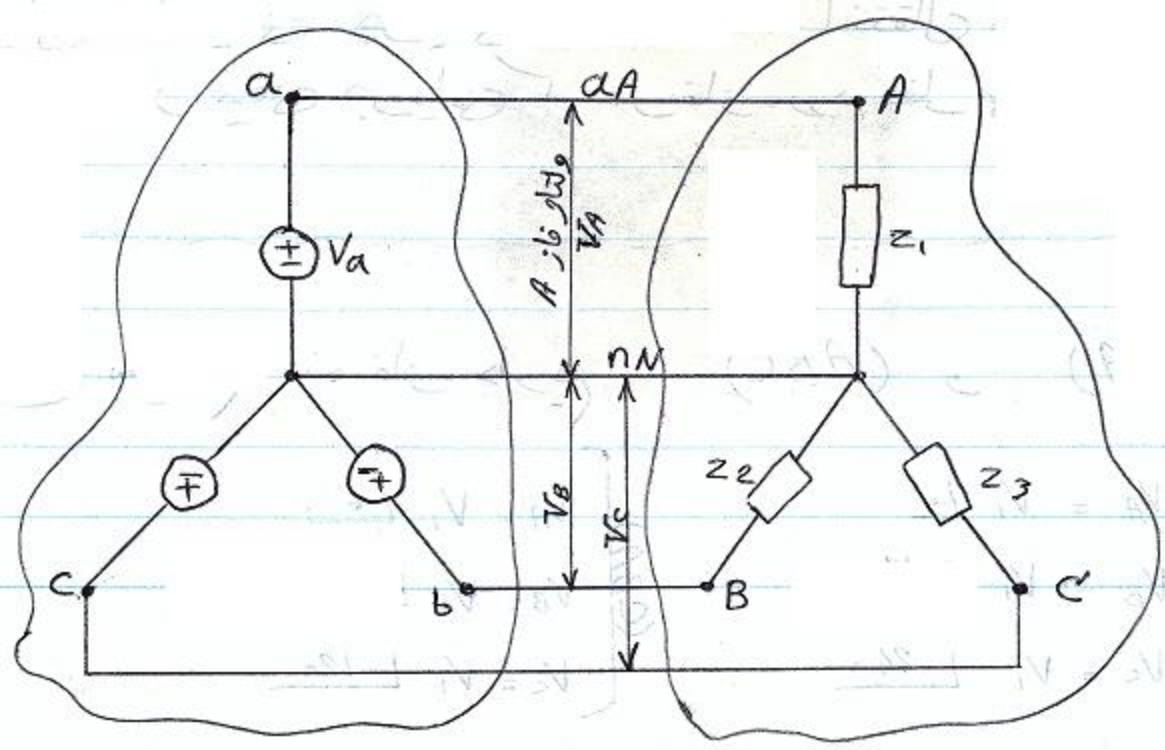


مصرف کننده Y

(V) علامت فازور است. در تولید کننده برای اندیس از a و b و c استفاده می کنند و ولتاژها را (بارها) در هر فکته با اندیس A و B و C نمایش می دهیم.



در سیستم $(\Delta \Delta)$ حتماً سه سیم داریم.



* ولتاژهای فاز نسبت به گره زمین (NN) سنجیده می شود. در مقابل (ولتاژ خط) داریم که ولتاژ بین خط α و β و یا خط α و γ و یا خط β و γ را می دهد. (V_{CA} و V_{BC} و V_{AB})

(ولتاژ خط = ولتاژ فاز) : در سیستم (Δ)
(جریان خط $\neq$ جریان فاز)

* سیستم (Y) حتماً سه سیم است.

(ولتاژ خط $\neq$ ولتاژ فاز) : در سیستم (Y)
(جریان خط = جریان فاز)

* جریان خط یعنی جریانی که روی خط انتقال است.
* جریان فاز یعنی جریانی که از فاز مورد نظر می گذرد.

* > نوع سیستم سه فاز داریم (ABC) و (CBA) :

$$(ABC) \begin{cases} V_A = V_1 \angle 0^\circ \\ V_B = V_1 \angle -120^\circ \\ V_C = V_1 \angle -240^\circ \end{cases}$$

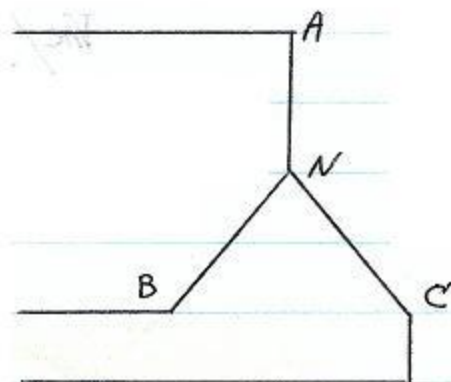
$$(CBA) \begin{cases} V_A = V_1 \angle 0^\circ \\ V_B = V_1 \angle -240^\circ \\ V_C = V_1 \angle -120^\circ \end{cases}$$

: ABC

$$V_{AB} = V_A - V_B = V_{AN} - V_{BN}$$

$$V_{BC} = V_{BN} - V_{CN}$$

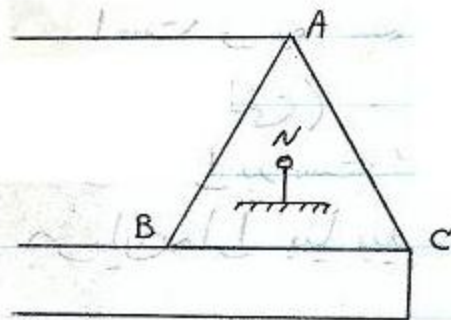
$$V_{CA} = V_{CN} - V_{AN}$$



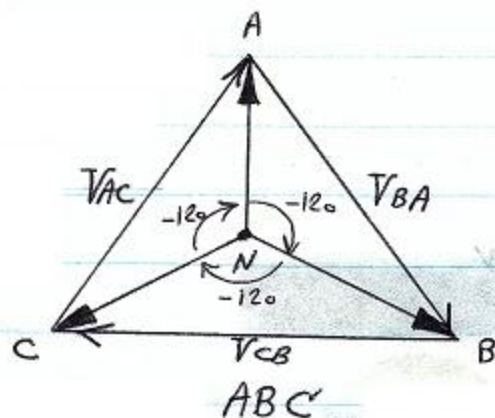
$$V_{AB} = V_{AB}$$

$$V_{BC} = V_{BC}$$

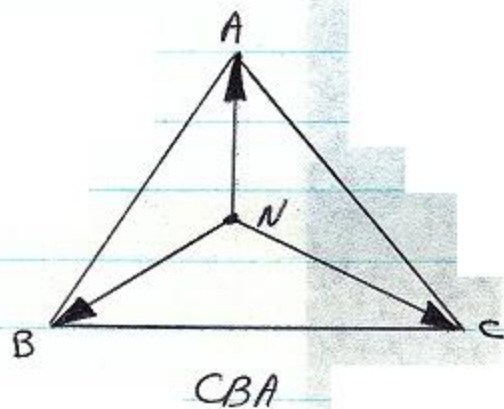
$$V_{CA} = V_{CA}$$



N نقطه فرضی (مرکز مثلث) است
که در صفر ولت است.

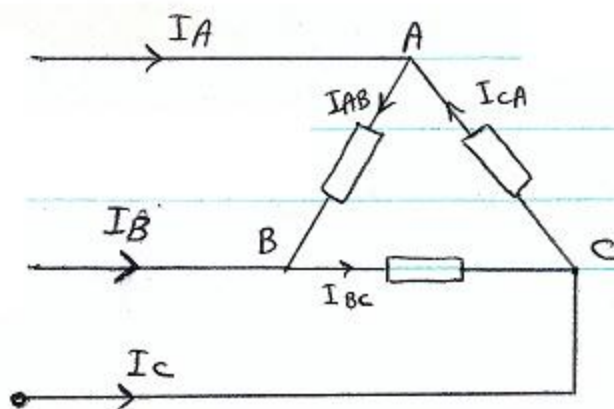


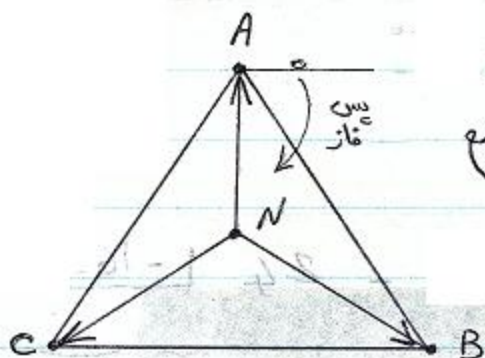
دیاگرام فازوری ولتاژها؛
سیستم ستاره . ABC



دیاگرام فازوری ولتاژها؛
سیستم ستاره . CBA

مثال ۱- در یک سیستم سه فاز سه سیم ABC ولتاژ خط (یعنی ولتاژ مؤثر) ۱۲۰ است و به سیم بار $5 \angle 45^\circ \Omega$ بسته شده (بار سلفی). بصورت مثلث بسته شده. جریان خطوط را بدست آورده و دیاگرام فازوری ولتاژها و جریان‌ها را بیا بید.





A را دلخواه می گیریم و بعد
ترتیب ABC را احتمال می کنیم
تا B و C بدست آید.

$$\begin{cases} V_{AB} = 120 \text{ V} \angle 120^\circ \\ V_{BC} = 120 \text{ V} \angle 0^\circ \\ V_{CA} = 120 \text{ V} \angle -120^\circ \end{cases}$$

* اول باید I_{AB} و I_{CA} و I_{BC} را بیابیم و از روی آن I_A و I_B و I_C را بیابیم:

$$\begin{cases} I_A = I_{AB} - I_{CA} \\ I_B = I_{BC} - I_{AB} \\ I_C = I_{CA} - I_{BC} \end{cases}$$

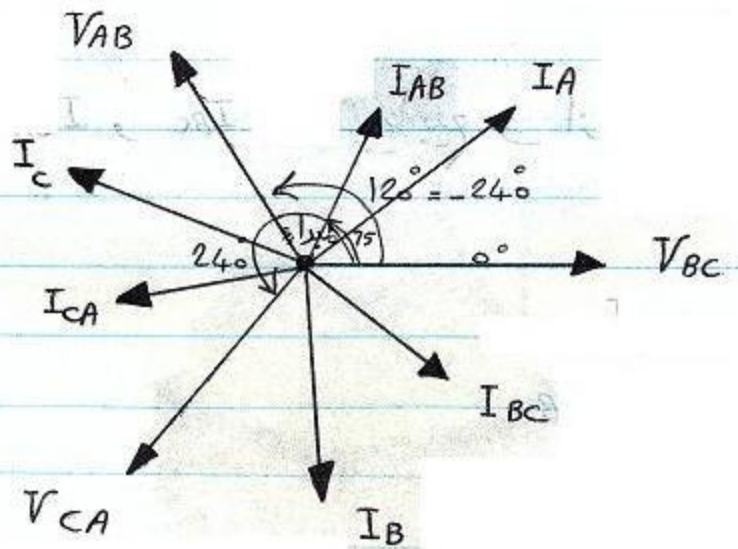
$$* I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{120 \angle 120^\circ}{5 \angle 45^\circ} = 24 \angle 75^\circ$$

$$* I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{5 \angle 45^\circ} = 24 \angle -45^\circ$$

$$* I_{CA} = 24 \angle -165^\circ$$

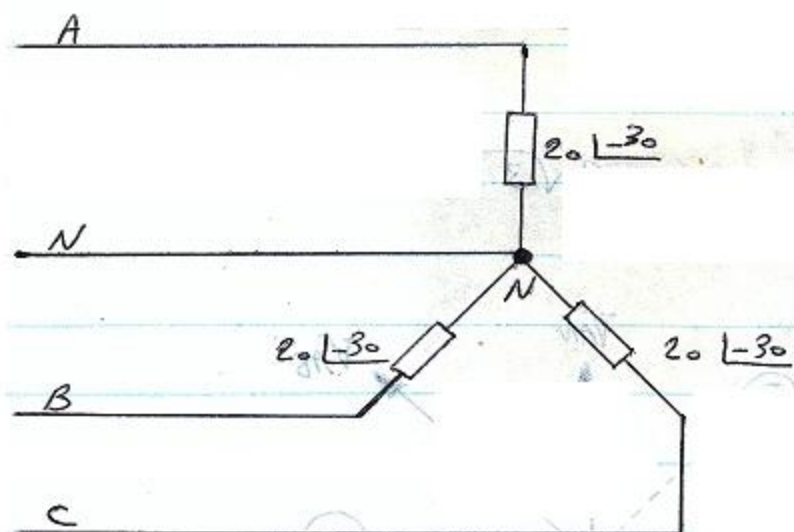
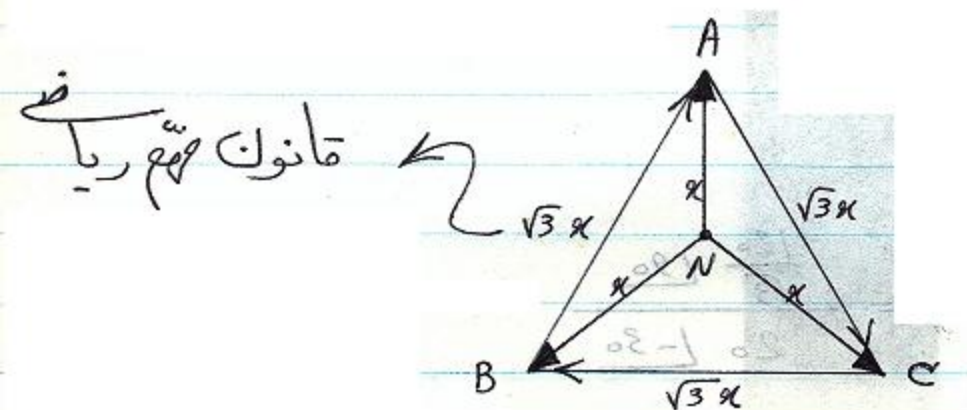


$$\left\{ \begin{array}{l} I_A = \underbrace{24 \angle 75^\circ}_{\text{تبدیل به کارتی}} - \underbrace{24 \angle -165^\circ}_{\text{تبدیل به کارتی}} = \underbrace{\frac{58.7}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ}_{\text{دوباره تبدیل به قطبی}} \\ I_B = 24 \angle -45^\circ - 24 \angle 75^\circ \\ I_C = 24 \angle -165^\circ - 24 \angle -45^\circ \end{array} \right.$$



- مثال ۲ - یک سیستم سه فاز چهار سیمه CBA . ۱۲۰۷ خط .
 بالانس . امپدانس $20 \angle -30^\circ$. بشکل Y .
 جریانهای خطوط و دیاگرام فازوری ولتاژها و جریانها
 را بیابید .

* فازیکي را به اختیاری گیریم مثلاً A را بالایی گیریم :



$$V_{AB} = 120 \angle 60^\circ$$

$$V_{BC} = 120 \angle 180^\circ$$

$$V_{CA} = 120 \angle -60^\circ$$

$$V_{AN} = \frac{120}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ$$

* اندازه را طبق قانون ریاضی محاسبه کرده و زاویه را هم می‌خوانیم.

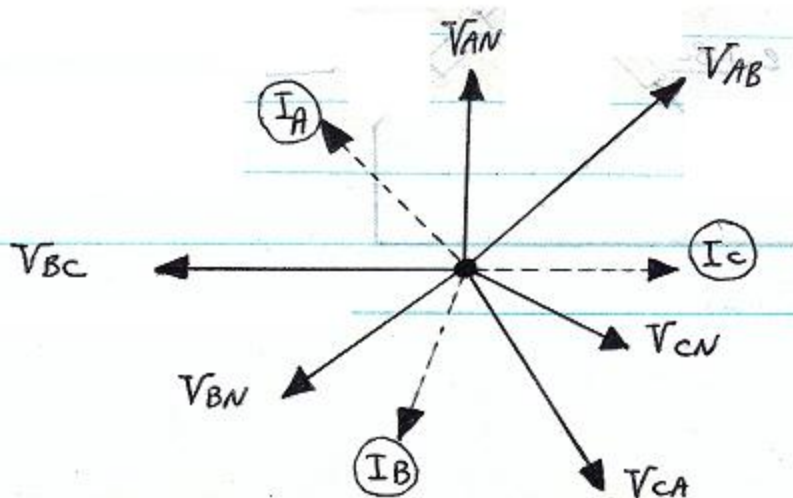
$$V_{BN} = \frac{120}{\sqrt{3}} \angle 210^\circ$$

$$V_{CN} = \frac{120}{\sqrt{3}} \angle 330^\circ$$

$$I_A = I_{AN} = \frac{V_{AN}}{Z_{AN}} = \frac{\frac{120}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ}{20 \angle -30^\circ} = 2\sqrt{3} \angle 120^\circ$$

$$I_B = I_{BN} = \frac{V_{BN}}{Z_{BN}} = \frac{\frac{120}{\sqrt{3}} \angle 210^\circ}{20 \angle -30^\circ} = 2\sqrt{3} \angle 240^\circ$$

$$I_C = I_{CN} = \frac{V_{CN}}{Z_{CN}} = 2\sqrt{3} \angle 0^\circ$$



محاسبه توان در سه فاز :

$$P_A = \operatorname{Re} \left\{ V_{AN} \cdot I_{AN}^* \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{120}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ \times 2\sqrt{3} \angle 120^\circ \right\}$$

$$P_A = \operatorname{Re} \left\{ 240 \angle -30^\circ \right\} = 240 \cos 30^\circ \text{ W}$$

* P_B ای توان حساب کرد یا در صورت بالانش بودن :

$$P_B = P_C = P_A = 240 \cos 30^\circ \text{ W}$$

توان ظاهری : توانی که رد و بدل می شود :

$$Q_A = Q_B = Q_C = \operatorname{Im} \left\{ 240 \angle -30^\circ \right\}$$

$$= -120 \text{ VAR}$$

در سیستم بالافس

$$P_{\text{سه فاز}} = \sqrt{3} \underbrace{V_{\text{خط}}}_{\text{اندازه}} \times \underbrace{I_{\text{خط}}}_{\text{اندازه}} \times \cos \theta$$

زاویه ولتاژ خط و جریان خط

$$P_{\text{سه فاز}} = \sqrt{3} \underbrace{V_{\text{فاز}}}_{\text{اندازه}} \times \underbrace{I_{\text{فاز}}}_{\text{اندازه}} \times \cos \theta$$

$$P_{\text{سه فاز}} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{3} V_L I_L^* \right\}$$

$$P_{\text{سه فاز}} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{3} V_{Ph} I_{Ph}^* \right\}$$

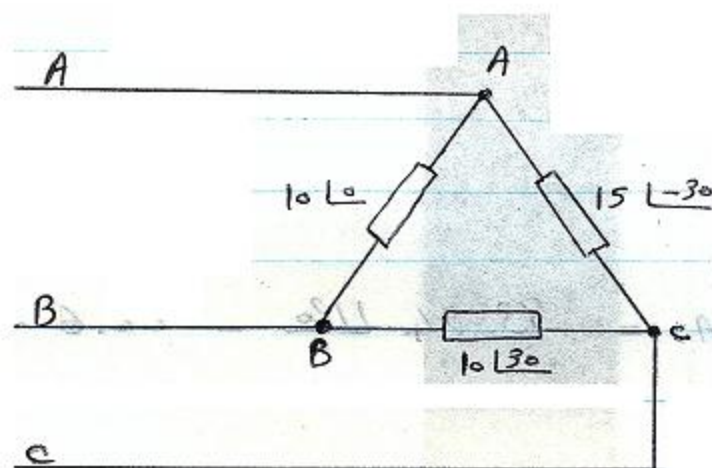
مثال ۳ - $V_L = 339.4 \text{ V}$. سه فاز ABC و Δ

$$\begin{cases} Z_{AB} = 10 \angle 0^\circ & , & Z_{BC} = 10 \angle 30^\circ \\ Z_{CA} = 15 \angle -30^\circ \end{cases}$$

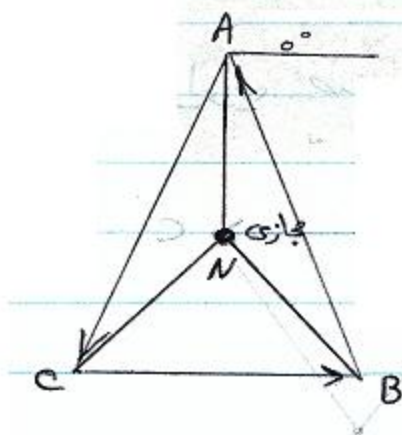
* جریانهای خط و فاز و دیگرام فازوری را بیا بید.

Y	Δ
$V_L = \sqrt{3} V_{Ph}$	$V_L = V_{Ph}$
$I_L = I_{Ph}$	$I_L = \sqrt{3} I_{Ph}$

حل مثال (۳) -



* چون شرطی تعیین نکرده A با زاویه صفر می گیریم و طبق (ABC) B و C را می یابیم :



$$\begin{cases} V_{CA} = 339.4 \angle 240^\circ \\ V_{AB} = 339.4 \angle 120^\circ \\ V_{BC} = 339.4 \angle 0^\circ \end{cases}$$

* وقتی V_{BC} می‌گوییم جهت فلش را از C به B قرار می‌دهیم لذا - زاویه بردارمان صفر می‌شود.

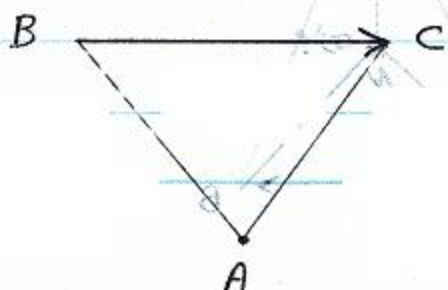
$$\begin{cases} I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{339.4 \angle 120^\circ}{10 \angle 0^\circ} = 33.94 \angle 120^\circ \\ I_{BC} = 33.94 \angle -30^\circ \\ I_{CA} = 22.6 \angle 270^\circ \end{cases}$$

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = 33.94 \angle 120^\circ - 22.6 \angle 270^\circ$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

* اگر گفتند V_{CB} با زاویه صفر باشد و سیستم ABC :

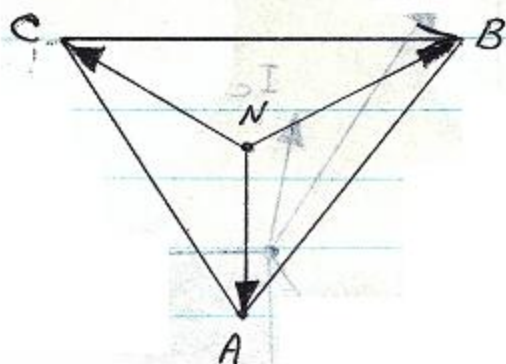
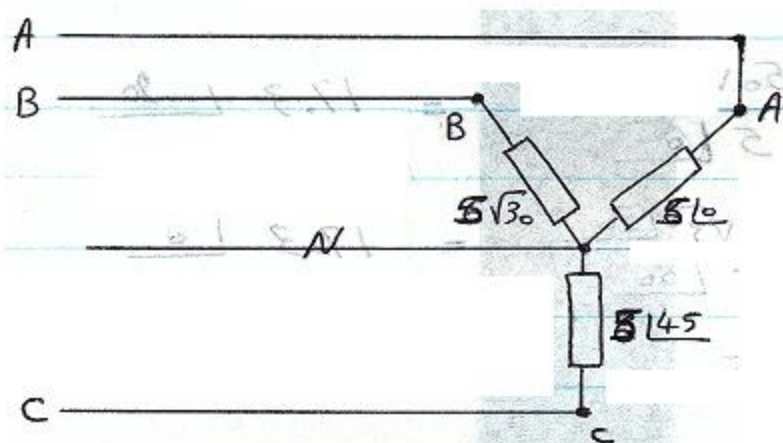


مثال (٤) - $\angle V_{BC} = 0^\circ$. CBA غير بالانس Y مدار سيم غير بالانس

$$Z_A = 5 \angle 0^\circ \Omega$$

$$Z_B = 5 \angle 30^\circ \Omega$$

$$Z_C = 5 \angle 45^\circ \Omega$$



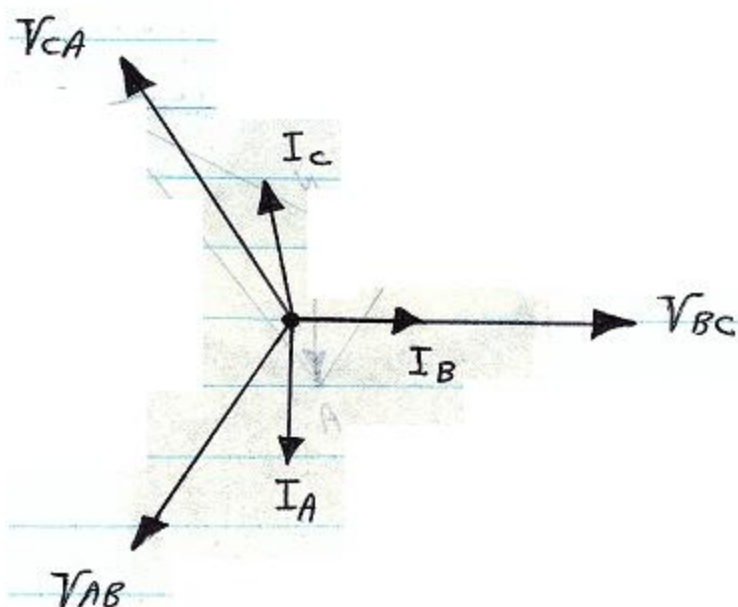
$$V_{BC} = 150 \angle 0^\circ$$

$$V_{CA} = 150 \angle 120^\circ$$

$$V_{AB} = 150 \angle -120^\circ$$

$$\begin{cases} V_{AN} = \frac{150}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ = 50\sqrt{3} \angle -90^\circ \\ V_{BN} = 50\sqrt{3} \angle 30^\circ \\ V_{CN} = 50\sqrt{3} \angle 150^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_A = I_{AN} = \frac{50\sqrt{3} \angle -90^\circ}{5 \angle 0^\circ} = 17.3 \angle -90^\circ \\ I_B = I_{BN} = \frac{50\sqrt{3} \angle 30^\circ}{5 \angle 30^\circ} = 17.3 \angle 0^\circ \\ I_C = 17.3 \angle 105^\circ \end{cases}$$





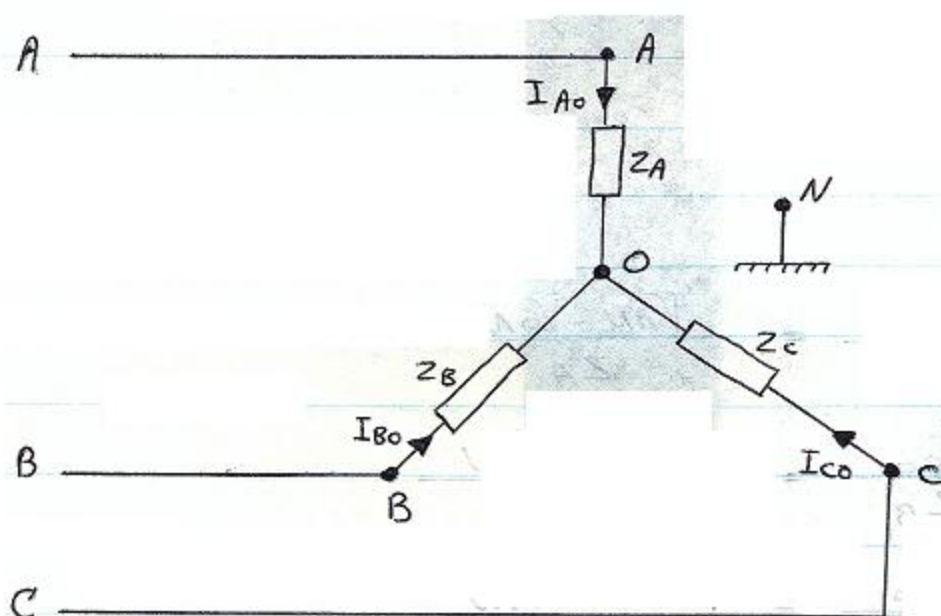
مثال (۵) - (۵۰۰)

$$Z_A = 5 \angle 0^\circ$$

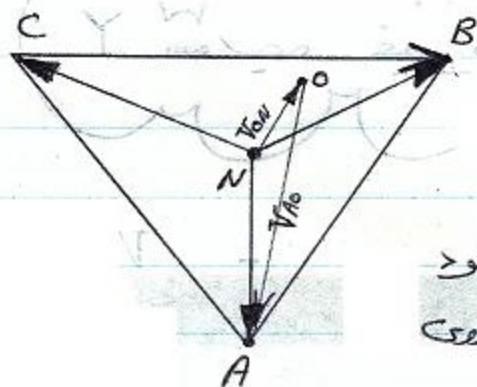
$$Z_B = 5 \angle 30^\circ$$

$$Z_C = 5 \angle 45^\circ$$

$$V_{BC} = 150 \angle 0^\circ \text{ - CBA}$$



* در ۲ سه سیمه اگر بالانس باشد مرکز مثلث ولتاژش صفر است اما در ۲ سه سیمه غیر بالانس باید نقطه ۰ را در نظر گرفته و ولتاژ آن را بیابیم (چون ۰ دیگر ۰ نیست). در ۲ سه سیمه غیر بالانس جریانش مجموعشان در ۰ صفر نمی شود و در ۰ جمع یا کاهش الکترون پدید می آید و دیگر پتانسیل صفر ندارد و لذا ۰ باید از ۰ جابجا شود تا مجموع جریانش در آن صفر شود.



پس از یافتن V_{ON}
 و مشخص می کنیم.
 V نسبت به O (V_{AO})
 و V_{BO} و V_{CO} معین می شود
 و ولتاژ واقعی است که روی
 A و B و C می افتد.

$$\begin{cases} V_{AB} = 150 \angle -120^\circ \\ V_{BC} = 150 \angle 0^\circ \\ V_{CA} = 150 \angle 120^\circ \end{cases}$$

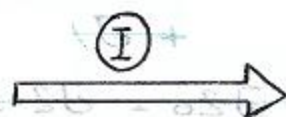
$$\begin{cases} I_A = \frac{V_{AO}}{Z_A} = \frac{V_{AN} - V_{ON}}{Z_A} \\ I_B = \frac{V_{BO}}{Z_B} = \frac{V_{BN} - V_{ON}}{Z_B} \\ I_C = \frac{V_{CO}}{Z_C} = \frac{V_{CN} - V_{ON}}{Z_C} \end{cases}$$

$$*** I_A + I_B + I_C = 0 \rightarrow$$

$$\frac{V_{AN} - V_{ON}}{Z_A} + \frac{V_{BN} - V_{ON}}{Z_B} + \frac{V_{CN} - V_{ON}}{Z_C} = 0$$

$$V_{ON} = \frac{\frac{V_{AN}}{Z_A} + \frac{V_{BN}}{Z_B} + \frac{V_{CN}}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}} \quad (I)$$

$$\begin{cases} V_{AN} = \frac{150}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ = 50\sqrt{3} \angle -90^\circ \\ V_{BN} = 50\sqrt{3} \angle 30^\circ \\ V_{CN} = 50\sqrt{3} \angle 150^\circ \end{cases}$$



$$V_{ON} = 20.2 \angle 39.5^\circ$$

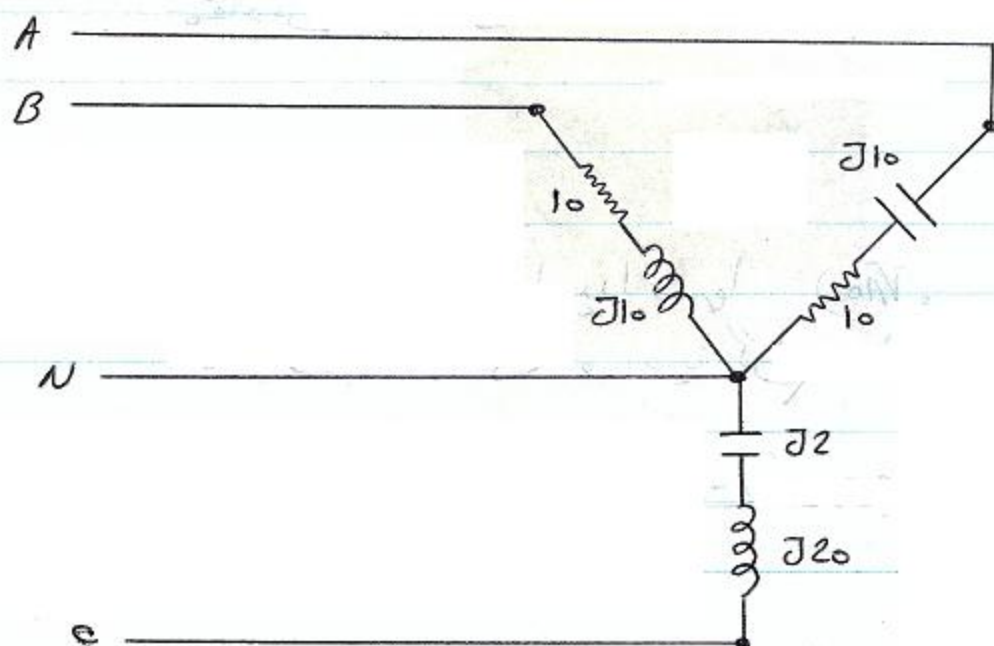
جا بجا شدن مرکز
ستاره (ولتاژ 0
صفر نیست).

V_{ON} را هم در دیاگرام فازوری رسم می‌کنیم.

سه فاز - چهار سیم γ غیر متقارن

مثال ۶ -

$$V_{BC} = 150 \angle 0^\circ - ABC$$



تمرین - کل توان مصرفی و توان فازها را در تمرین -
قبلی بدست آورید .

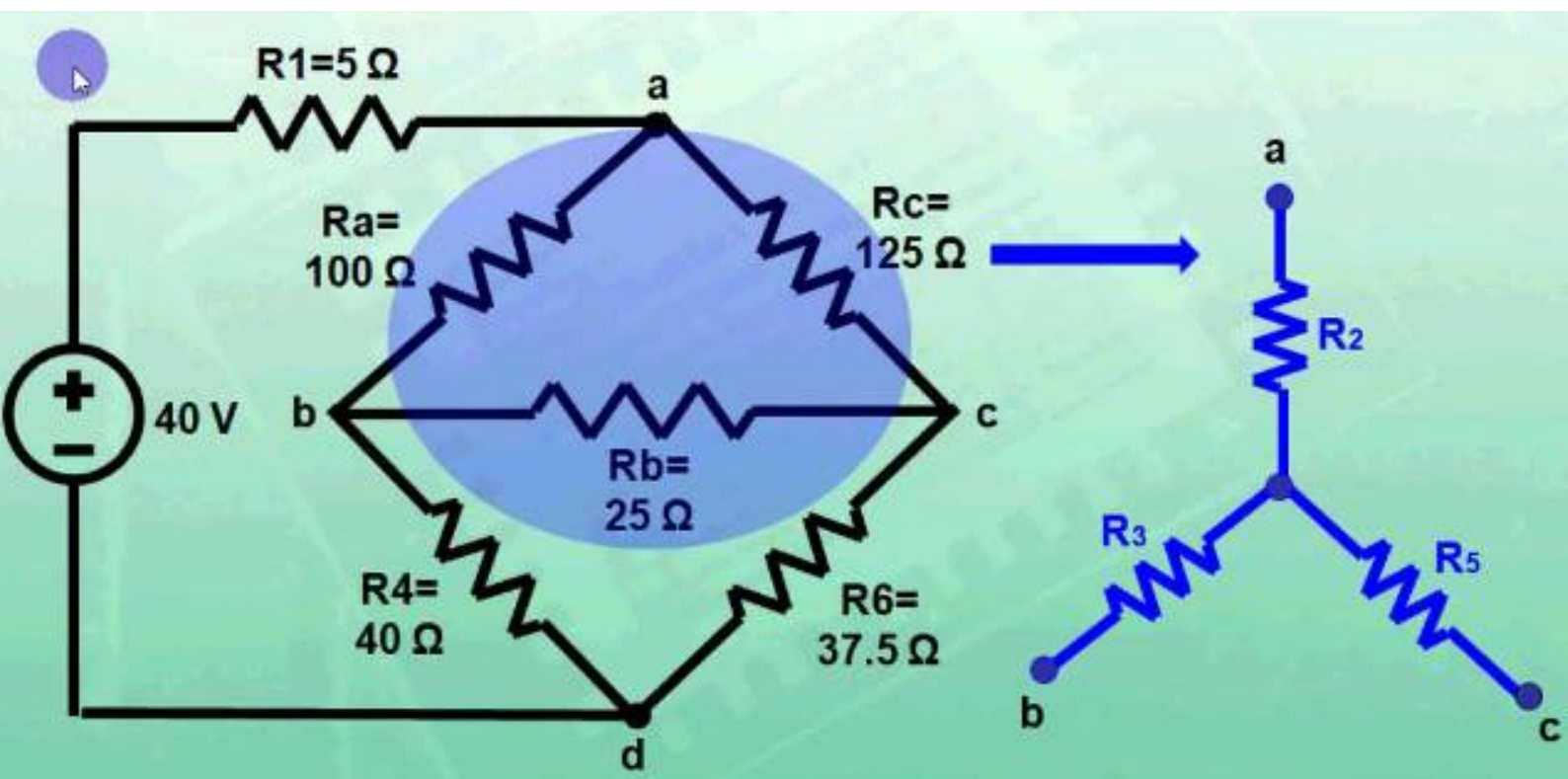
تمرین - سه فاز - سه سیم - بالانس Δ
به ولتاژ $V_L = 120 \text{ V}$ بسته شده است . ABC
امپدانسها همگی مقاومت 10Ω و سلف $\frac{1}{20} \text{ H}$ است .
جریانها و فازور جریانها و توان مقاوتمها را بیابید .
 ω $(\omega = 2\pi F)$ $(F = 50 \text{ Hz})$

تمرین - سه فاز - ABC - $V_{BC} = 294 \angle 0^\circ \text{ V}$ در ترکیب
 $Z_{AB} = 5 \angle 0^\circ$ Δ
 $Z_{BC} = 4 \angle 30^\circ$
 $Z_{CA} = 6 \angle -15^\circ$

*** جریانها و توان شاخه ها را بیابید .

جواب - $I_A = 99.7 \angle 99.7^\circ$
 $I_B = 127.9 \angle -43.3^\circ$
 $I_C = 77.1 \angle -172.1^\circ$

مبانی مهندسی برق (۲)



مقدمه :

جزوه حاضر که فرا روی شما خواننده گرامی قرار دارد ، مشتمل بر مباحث و سرفصل های مربوط به درس دانشگاهی « مبانی مهندسی برق (۲) » در رشته مهندسی مکانیک با گرایش حرارت و سیالات می باشد. مطالب مندرج در این جزوه آموزشی به تبیین روابط حاکم بر ارتباط میان الکتریسیته و مغناطیس و مبانی طراحی و عملکرد ترانسفورماتورها و ماشین های الکتریکی جریان مستقیم و متناوب می پردازد. کتاب مرجع دانشگاهی که میبایست به عنوان مکمل در کنار این جزوه مطالعه شده و مورد استناد و ارجاع قرار گیرد عبارت است از :

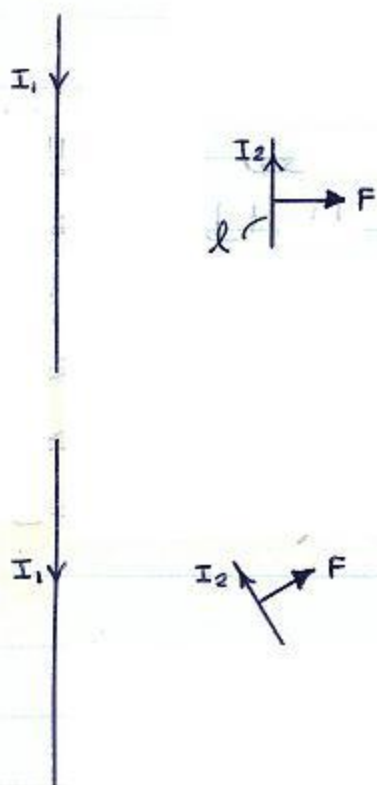
- ماشین های الکتریکی ، نوشته : G.R.Slemon و A.Straughen ، ترجمه : آقای دکتر حمید لسانی

مطالب مندرج در این جزوه برگرفته از کلاس های آموزشی ارائه شده توسط جناب آقای **مهندس حیرانی نوبری** در **دانشکده فنی دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران** در سال ۱۳۷۲ خورشیدی می باشد که به همان صورت دست نویس (برداشت شده توسط اینجانب) تقدیم حضور خوانندگان گرامی می شود ، به این امید که مفید فایده و مقبول نظر واقع گردد. همچنین بر خود لازم میدانم از حسن همکاری و زحمات سرکار خانم **نیره رضائی** که اینجانب را در گردآوری و تنظیم این جزوه الکترونیکی یاری نمودند کمال سپاسگزاری را به عمل آورم.

فرشاد سرایی

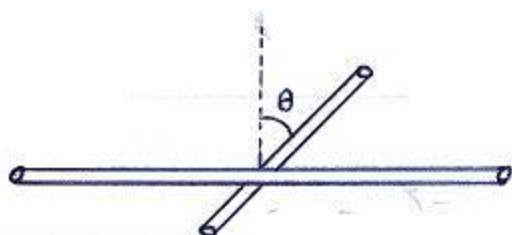
درس: مبانی مهندسی برق (۲)

استاد: آقای مهندس حیرانپوری



$$F = 2 \times 10^{-7} I_2 l \frac{I_1}{r}$$

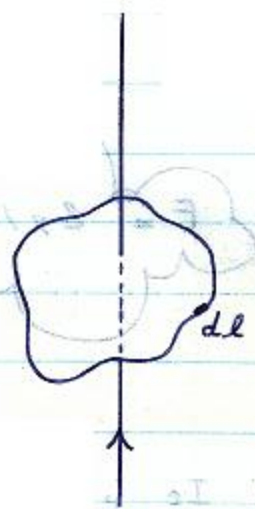
* برآر F نیرو همواره بر I_2 عمود است و اندازه آن ثابت است و این در صورتی است که دو سیم در یک صفحه باشند.



* اگر دو سیم متناظر باشند نیرو همواره به دو چیز عمود است - یکی به I_2 و یکی به صفحه -
نرمال و اندازه آن :

$$F = 2 \times 10^{-7} I_2 l \frac{I_1}{r} \sin \theta$$

$$\begin{cases} \vec{F} = 2 \times 10^{-7} I_2 \vec{l} \times \vec{B} \\ \vec{F} = I_2 \vec{l} \times \vec{B} \\ |\vec{B}| = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1}{r} \end{cases}$$



* اگر ما انتگرال بسته روی هر
منحنی که نقطه ای را احاطه
نموده است بگیریم اندازه این
انتگرال خطی بسته به نوع منحنی
بستگی ندارد لذا معمولاً منحنی را
دایره در نظر می گیریم :

$$** \oint_{C(r)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{C(r)} \frac{I_1}{r} \times 2 \times 10^{-7} \times dl =$$

$$\oint_{C(r)} dl \times \frac{I_1}{r} \times 2 \times 10^{-7} = \frac{I_1}{r} \times 2\pi r \times 2 \times 10^{-7}$$

$$\oint_{C(r)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \underbrace{4\pi \times 10^{-7}}_{\mu_0} I_1$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$



3

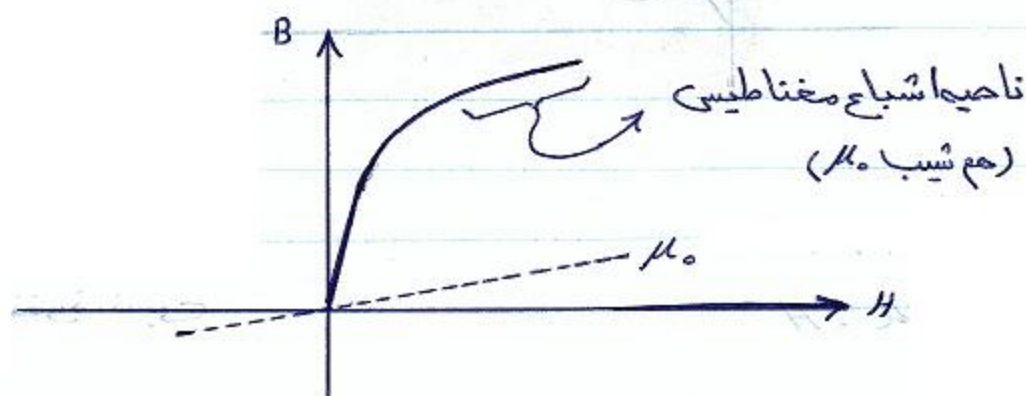
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad \text{که عبوری از منحنی (C)}$$

* در صورتی $\vec{H}$ دقیقاً $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ است که هیچ نوع ماده مغناطیسی نداشته باشیم تا جریانهایی مقید ایجاد کنند. لذا $\vec{H}$ حاصل از آن $\vec{B}$ است که مربوط به جریان آزاد می باشد.

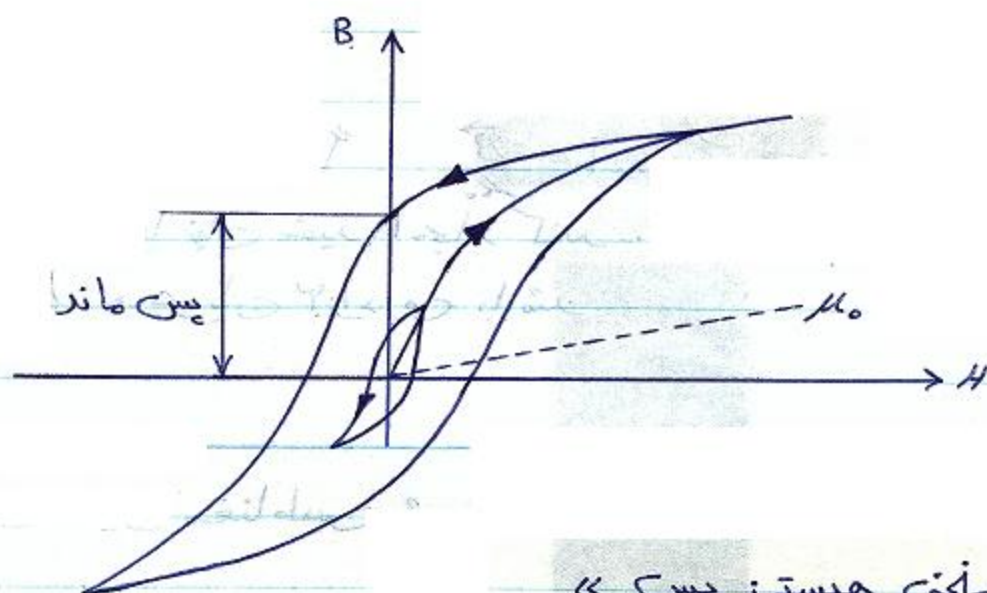
* در مواد غیر مغناطیس شونده همواره : $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$



* در مواد مغناطیسی اگر اسپینها هم جهت نباشند؛ $\vec{B}$ صفر است و اگر توسط جریانی $\vec{H}$ را پیرامون آنها تولید کنیم $\vec{B}$ ناشی از آن هم $\mu_0 \vec{H}$ است و هم ناشی از خاصیت مغناطیسی آن ماده :

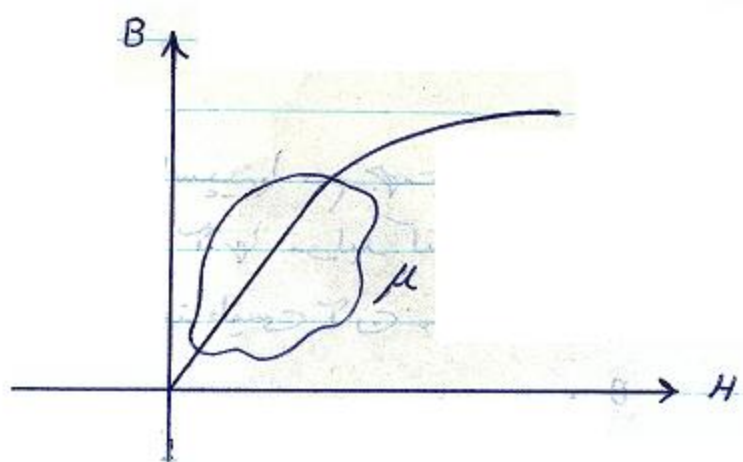


* اگر جریان را کاهش دهیم روی منحنی قبلی باز نمی گردیم:



« منحنی هیستریزیس »

* آهنرباهای دائمی را از موادی می سازند که پس ماند آنها زیاد باشد.

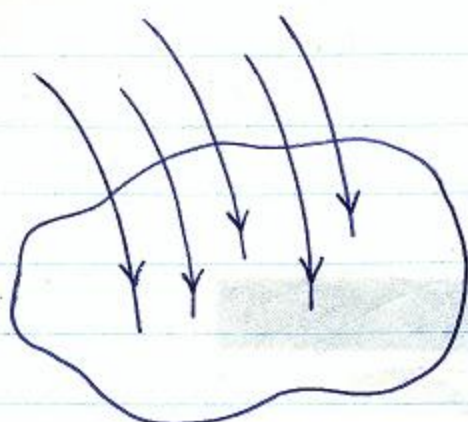


$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$$B = \mu \cdot H$$

μ - ضریب نفوذ مطلق

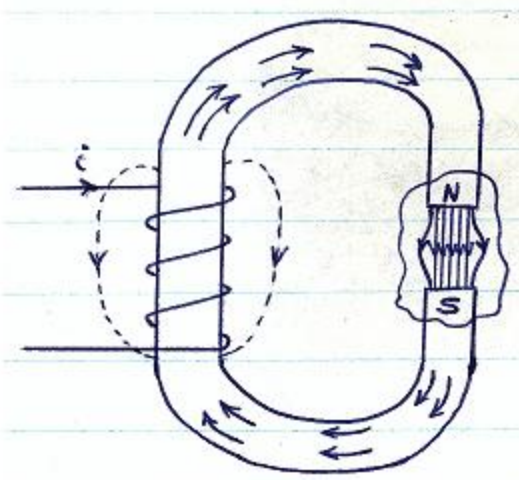
μ_r - ضریب نفوذ نسبی



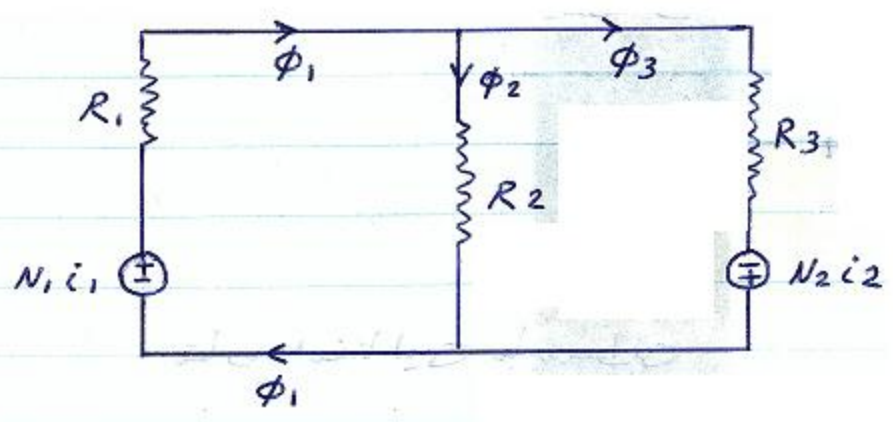
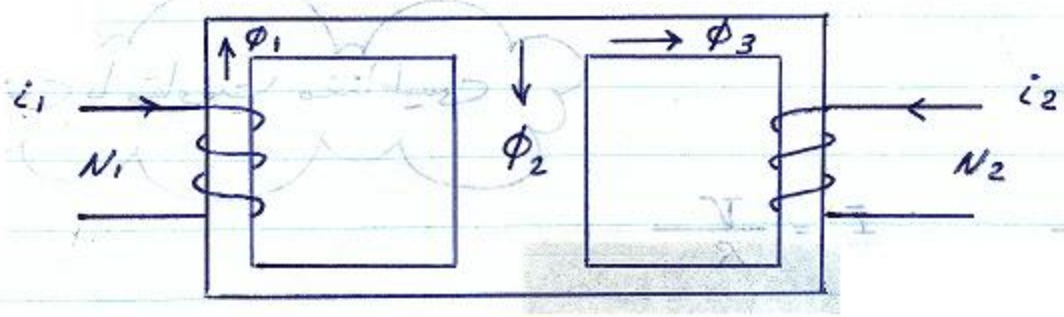
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

* شار گذرنده از هر سطح بسته ای صفر است ، چون به همان میزانی که به محیط سرایت می کند از آنجا خارج می شود .

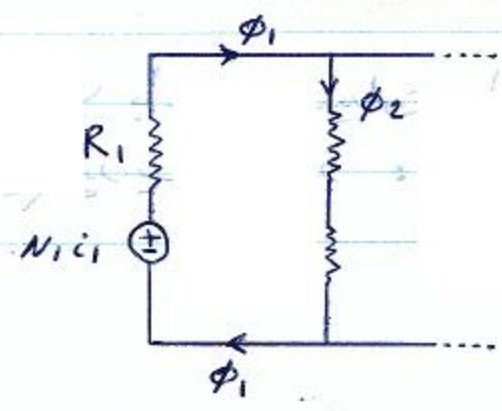
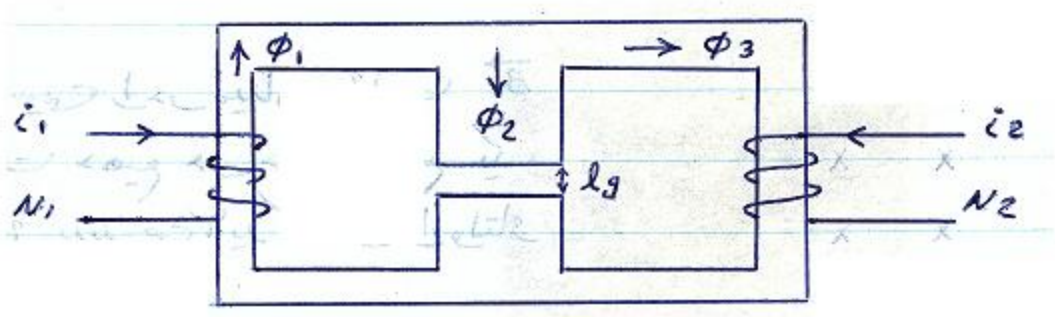
* مواد آهنی سرایت دهنده های خوبی برای خاصیت مغناطیسی هستند و خطوط میدان را بطور عمده از خود عبور می دهند :



* خطوط گذرنده از هوا بسیار اندک است .



$$f \phi = R \phi^2 = \frac{f^2}{R}$$



$$\begin{cases} R = \frac{l}{\mu A} \\ \phi = \frac{F}{R} \end{cases}$$

$$I = \frac{V}{R}$$

رولتانس یا مقاومت مغناطیسی :

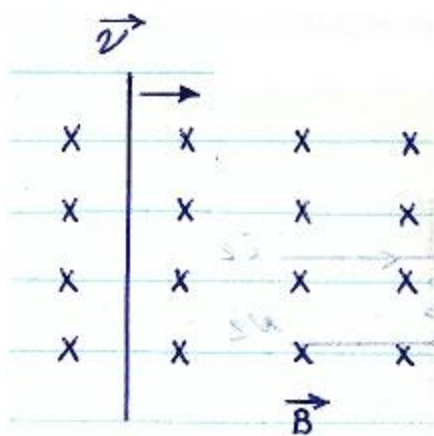
نیروی محرکه مغناطیسی $\mathcal{F}$ (Ni)

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\frac{l_c}{\mu \cdot \mu_r \cdot A_c} + \frac{l_g}{\mu \cdot A_g}}$$

↓
مقاومت مغناطیسی هسته

↓
مقاومت مغناطیسی ماده هوا

قانون فارادی :



* اگر سیم را در میدان ثابت $\vec{B}$ حرکت دهیم در دو سر سیم یک ولتاژ پدید می آید که آن را ولتاژ القایی گویند.

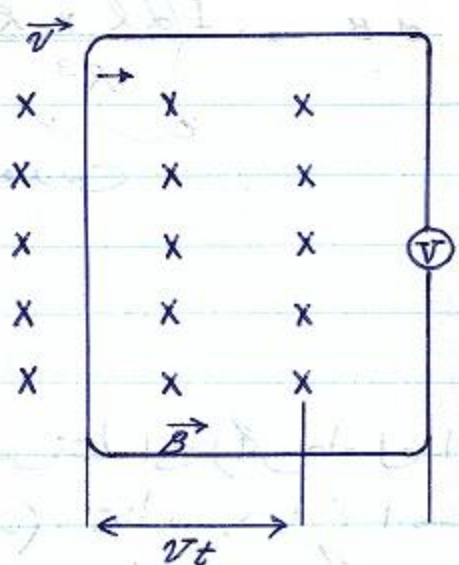
* حال اگر سیم ثابت باشد و میدان با زمان تغییر کند باز هم ولتاژ القایی در سیم پدید می آید :



$$(\vec{B} = \text{متغیر با زمان} = B_m \sin 100\pi t)$$

* فارادی هر دو این پدیده ها را در قالب یک قانون مطرح نمود :

$$e = \frac{d\phi}{dt}$$



* فارادی گفت ولتاژ القایی برابر است با سرعت تغییر شار گذرنده از یک سطح بسته فرضی.

$$A(t) = l \times v t \rightarrow$$

$$\phi(t) = B l v t \rightarrow$$

$$e = \frac{d\phi}{dt} = B l v$$

$$AB = \phi$$

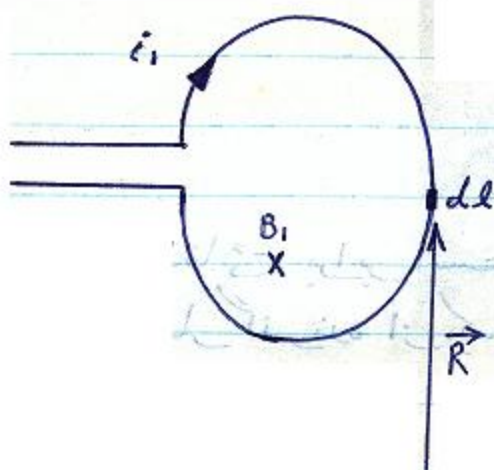
$$\frac{d\phi}{dt} = A \frac{dB}{dt} = ABm 100 R \cos 100 R t$$

« در حالت میدان متغیر »

P 12 - 1, 5, 6, 9, 15

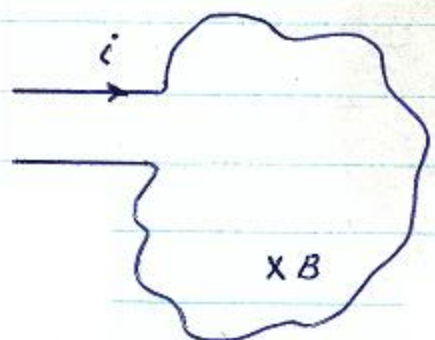
P 13 - 2, 5

مسائل :



$$d\vec{B} = \frac{I d\vec{l} \times \vec{R}}{R^3}$$

عوامل هندسی



* B در هر نقطه ای (اگر حاصل از i باشد) متناسب با i است و ضریب تناسب بستگی به شکل هندسی دارد :

$$B \propto i$$

$$\left. \begin{array}{l} B \propto i \\ \phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\phi \propto i$$

$$\rightarrow \phi = L \cdot i$$

* ضریب تناسب (L) را ضریب خود القایی آن سیم پیچ گویند. حال اگر سیم پیچ N دور داشته باشد:

$$\phi_1 = L_1 i +$$

$$\phi_2 = L_2 i$$

$$\phi_{کل} = \lambda = \underbrace{(L_1 + L_2 + \dots + L_n)}_{L_{کل}} i \rightarrow$$

$$\lambda = L i$$

$$\lambda = N \cdot \phi$$

* اگر سیم پیچها مشابه باشند:

ولتاژ القائی کل

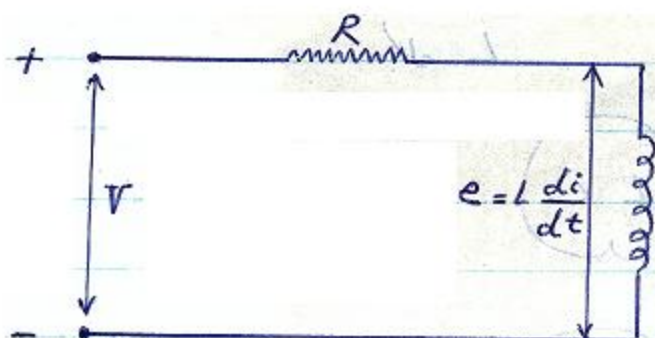
$$\rightarrow e = \frac{d\lambda}{dt}$$

* اگر شار عبوری تنها ناشی از جریان عبوری خودش باشد و شار حاصل از جریانهای اطراف روی آن تأثیر نگذارد ولتاژ القائی را (ولتاژ خود القائی) و (L) را (ضریب خود القائی) سیم پیچ گویند:

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

* یعنی برای تغییر جریان در سیم پیچ چون ولتاژ خود القاء پدید می آید لذا برای غلبه بر آن باید ولتاژ خرج کنیم. (قانون لنز)

* از نظر الکتریکی هر المانی که رابطه V و I آن بصورت $V = L \frac{di}{dt}$ باشد یک (سلف) است اما مدار واقعی بصورت زیر است؛ یعنی یک سیم پیچ در واقع یک سلف و یک مقاومت (ناشی از سیم) است؛



$$V = Ri + L \frac{di}{dt}$$

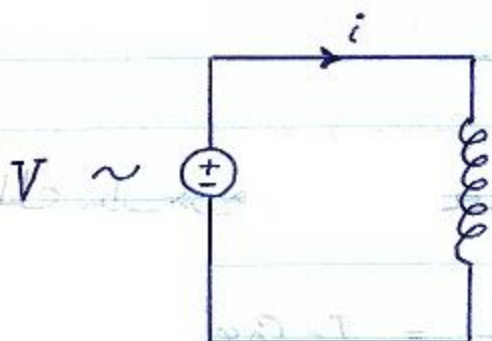
$$L = \frac{N^2}{R}$$

لوکٹانس

مثال - نشان دہید :

اقتضائے : $(\phi = \frac{Ni}{R})$

$$L = \frac{\lambda}{i}$$



مثال -

$$V_L = V \sqrt{2} \sin \omega t$$

$$e_L = V \sqrt{2} \sin \omega t = \frac{d\lambda}{dt} \rightarrow$$

$$\lambda = \int e_L \cdot dt = \frac{\sqrt{2} V}{\omega} \cos \omega t$$

$$\lambda_{max} = \frac{\sqrt{2} V}{\omega}$$

(اگر سیم بیچ N دوری باشد) : $\phi_{max} = \frac{\sqrt{2} V}{N \omega}$

$$i = \frac{\lambda}{L} = \frac{-\sqrt{2} V}{L \omega} \cos \omega t \rightarrow$$

$$I = \frac{V}{L \omega}$$

« جریان مؤثر »

$$L\omega = X_L$$

* یعنی جریان ناشی از یک ولتاژ سینوسی
 حتماً سینوسی است و نسبت ولتاژ موثر
 به جریان موثر (X_L) است. X_L را
 مقاومت ظاهری سلف گویند. اما سلف

تنها در مدت کوتاه تغییر جریان از صفر تا یک مقداری مقاومت می‌کند
 و پس از تثبیت جریان نقش سیم را ایفا می‌کند. (مطابق قانون لنز)

تحلیل مدار در حالت سینوسی :

$$i_1 = I_e \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) = \underbrace{I_e \cos \varphi}_{\text{قطبی}} + j \underbrace{I_e \sin \varphi}_{\text{دکارتی}}$$

توان : $P_t = v \cdot i$

$$P_t = V_e \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_v) I_e \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

توان کل تحویل شده : $P = W = \int_0^T P_t dt$

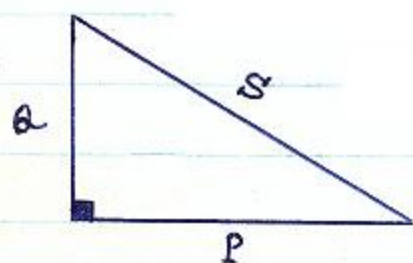
(توان تحویل شده در یک پریود) $\frac{W}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T P_t dt$

$\frac{W}{T} = V_e I_e \underbrace{\cos \varphi}_{\text{ضریب توان (P.F.)}}$ (W) $\varphi = |\varphi_i - \varphi_v|$ اختلاف فاز جریان هر شاخه
 توان حقیقی با ولتاژش.

$P = \frac{W}{T}$ را توان حقیقی (Active) گویند.

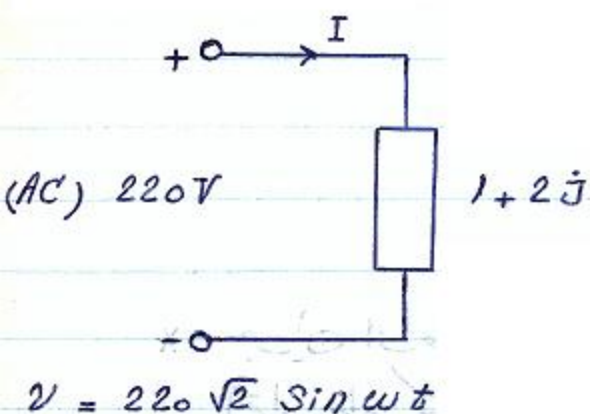
(ولت آمپر VA) $S = V_e \cdot I_e$ (توان ظاهری)

(VAR) $Q = V_e I_e \sin \phi$ (توان Reactive) یا (توان غیر حقیقی)



مثلث توان :

* هر چه با (ولت آمپر) بیان شد توان ظاهری است.

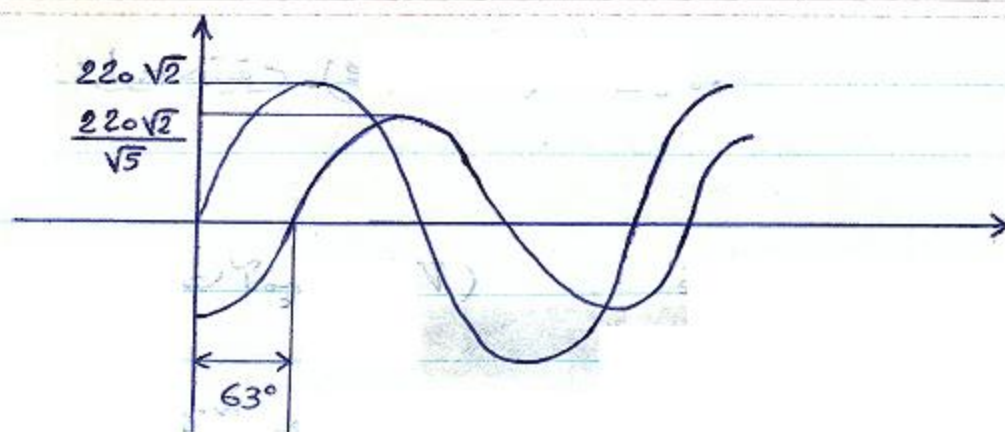


مثال - $\underline{I} = \frac{220 \angle 0}{1 + 2j}$

$\underline{I} = \frac{220}{\sqrt{5}} \angle -63^\circ$

$i = \frac{220}{\sqrt{5}} \sqrt{2} \sin(\omega t - 63^\circ)$

چون جریان نسبت به ولتاژ تأخر دارد بار
سلفی است.



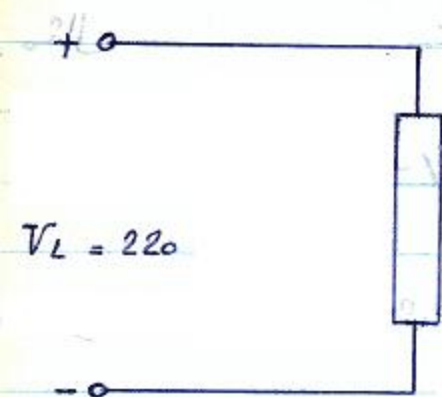
تأخر فاز جریان نسبت به ولتاژ

$$Z = R + Xj = Z \angle \varphi$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \text{امپدانس بار}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{X}{R}$$

مثال - بار 15 kV.A را در 220 V با ضریب توان پس فاز 0.85 تحویل می گیرند.



$$S = 15 \text{ kV.A}$$

$$\cos \varphi = 0.85$$

* جریان از ولتاژ عقب است (پس فاز) $\varphi < 0$
(قرار داد کتاب سلومون)

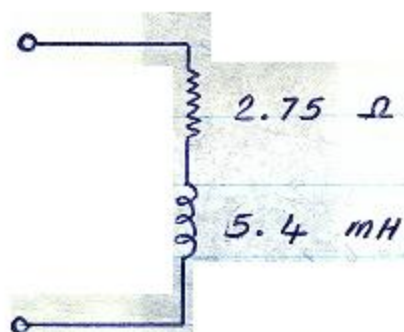
$$* I_L = \frac{S}{V_L} = \frac{15 \times 10^3}{220} = 68.2 \text{ A}$$

$$* P = V_L I_L \cos \phi = S \cos \phi = 15 \times 10^3 \times 0.85 = 12.75 \text{ K.W}$$

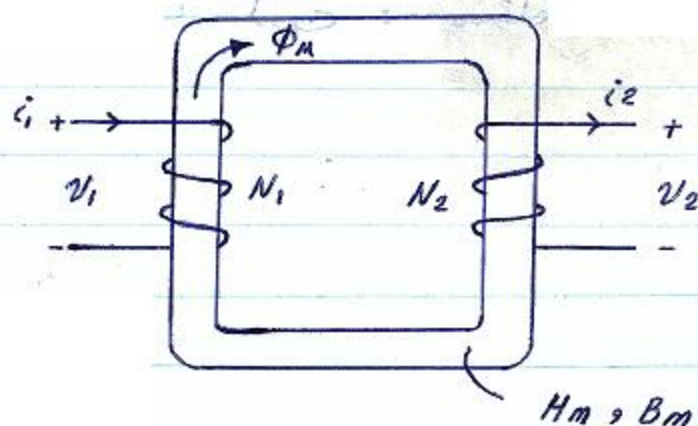
$$* Z = \frac{V_L}{I_L} = \frac{220 \angle 0^\circ}{68.2 \angle -31.8^\circ} = 3.23 \angle 31.8^\circ = 2.75 + j 1.7$$

$$* \phi = -\cos^{-1} 0.85 = -31.8^\circ$$

$$* X_L = 1.7 \Omega = L\omega \rightarrow L = \frac{1.7}{50 \times 2\pi} = 5.4 \text{ (mH)}$$



تراانسفورماتورها



۱- تراانس ایدر آل :

- الف - هسته دارای مقاومت مغناطیسی صفر است ($\mu = \infty$)
 ب - شار پراکندگی در هوا قابل صرف نظر کردن است.
 ج - مقاومت الکتریکی سیم صفر است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \lambda_2 \\ v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi_M}{dt} \\ v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_M}{dt} \end{array} \right. \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$H_m l_m = N_1 i_1 - N_2 i_2$$

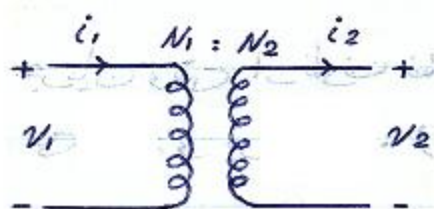
($\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$)
 قانون مدار آمپر

$$0 = N_1 i_1 - N_2 i_2 \rightarrow$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$\phi_{M(max)} = \frac{V_1 \sqrt{2}}{N_1 \omega}$$

تمرین - کتاب سلون : مسئله 2.3 - 2.2 - 2.4



« فید ترازش ایده آل »

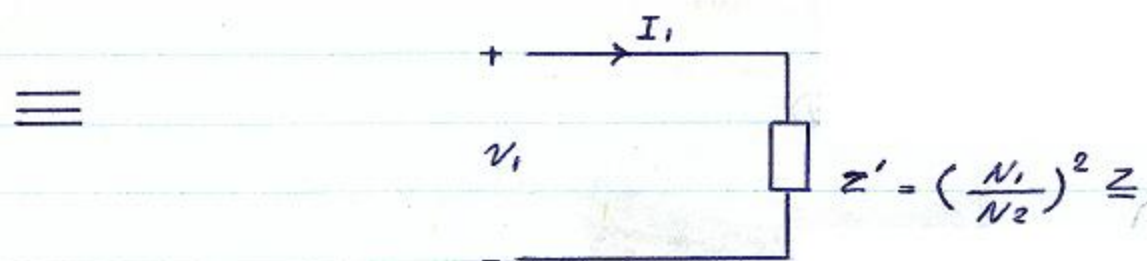
$(I_1 = 0) \rightarrow$ مدار باز $(I_2 = 0)$: (در ترازش ایده آل)



امپدانس از دید اولیه :

$$Z'_1 = \frac{v_1}{i_1} \quad \text{امپدانس که اولیه می بیند}$$

$$Z'_1 = \frac{N_1/N_2 \cdot v_2}{N_2/N_1 \cdot i_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z$$



* یعنی اگر ترازش ایده آل باشد می توان مدار معادل دو می را در نظر گرفت و بطور اتوماتیک ترازش را حذف نمود. توان های مربوط به بار (حقیقی و مجازی) و -
 هر بار با انتقال بار از ثانویه به اولیه تغییر نمی کند اما جریان و ولتاژ تغییر می کند.

- قرار داد :
- ۱- جریان وقتی از طرف فشار قوی بطرف فشار ضعیف می آید زیاد می شود و برعکس. (به نسبت ضریب تبدیل تراش)
 - ۲- ولتاژ وقتی از طرف فشار قوی بطرف فشار ضعیف می آید کم می شود و برعکس.

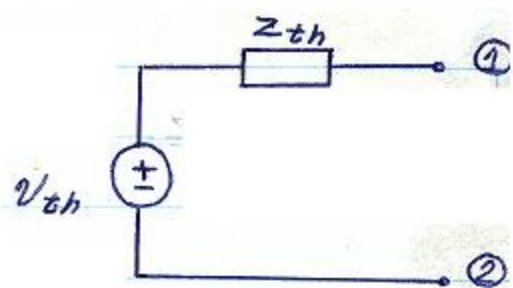
قضیه - در مدار شکل مقابل توان حقیقی تحویلی به بار ماکزیم مقدار خود را خواهد داشت اگر



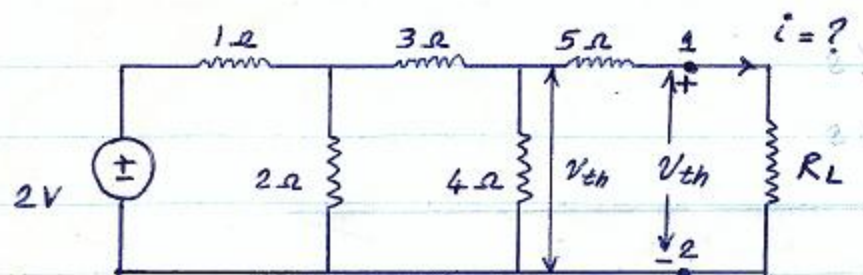
$$Z_s = Z_L^*$$

یا: $(R_s = R_L)$

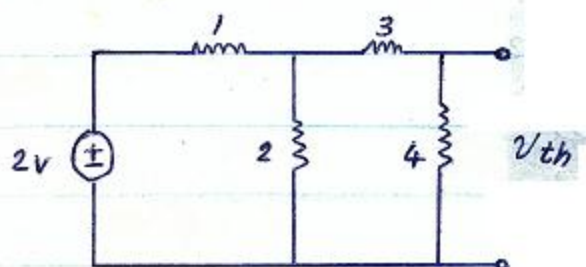
یادآوری : قضیه توان در حالت دائمی سینوسی - هر دو سری از یک شبکه را که در آن فقط از المانهای خطی تغییر ناپذیر با زمان استفاده شده است می توان بصورت زیر مدل نمود.



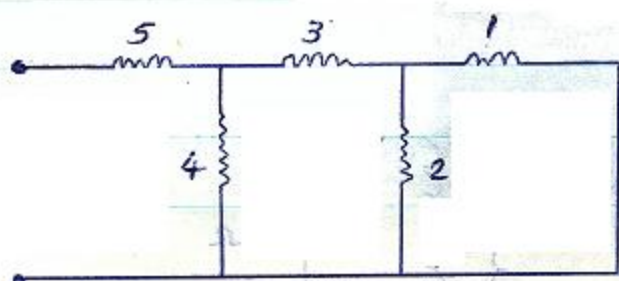
که در آن V_{th} همان ولتاژ دیده شده از دوسر ④ و ② است و Z_{th} برابر است با امپدانس معادل دیده شده از آن دوسر به شرط آن که تمامی منابع داخل شبکه را صفر کنیم.



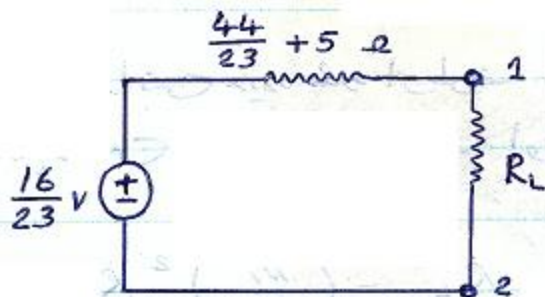
مثال -



$$V_{th} = \frac{16}{23} \text{ V}$$



$$R_{th} = \frac{44}{23} + 5$$



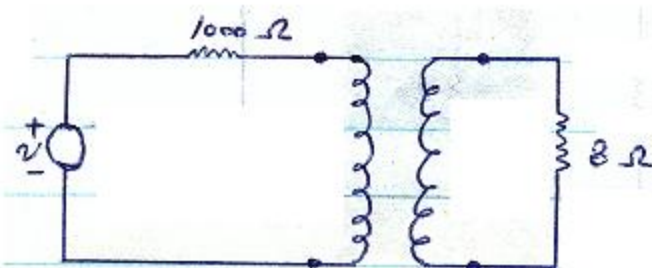
مدار معادل تونین

$$Z_S = R_S + jX_S$$

$$Z_S^* = R_S - jX_S$$

مسئله ۵ - ۳ - سلیمون -

یک تقویت کننده باید توسط یک ترانس به بلندگو وصل شود. بلندگو بار مقاومتی $8\ \Omega$ است و تقویت کننده را می توان بصورت یک منبع ولتاژ سری با یک مقاومت $1000\ \Omega$ در نظر گرفت. به فرض ایده آل بودن ترانس ضریب تبدیل را طوری بیا بید که قدرت حداکثر را به بلندگو تحویل دهد.



* با توجه به قضیه فوق امپدانس دیده شده از طرف اولیه مساوی $1000\ \Omega$ باید باشد. با توجه به ضریب امپدانس دیده شده از طرف اولیه :

$$* R_L = 8\ \Omega \rightarrow R'_L = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L = R_S = 1000\ \Omega$$

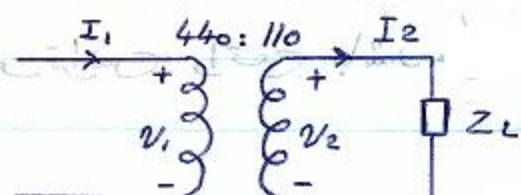
$$\rightarrow \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = \frac{1000}{8} \rightarrow \frac{N_1}{N_2} = 11.2$$



مسئله ۳ - $\left. \begin{array}{l} \text{ترانس (5 KVA و 60 Hz و 440V:110V)} \\ \text{ترانس به بار وصل شده بطوری که جریان اولیه -} \\ \text{I}_1 = 10 \text{ A با } \cos \phi = 0.9 \text{ پیش فاز. مقاومت} \\ \text{ظاهری بار وصل شده به طرف فشار ضعیف را بیا بید} \\ \text{و آن را بصورت فازوری نشان دهید.} \end{array} \right\}$

* با در نظر گرفتن مطالب مربوط به انتقال امپدانس داریم :

$$(I_2 = 4 \times 10^1 = 40 \text{ A})$$



* فرض می‌کنیم که بار در ولتاژ
نامی کار می‌کند:

$$(V_2 = 110 \text{ V})$$

$$* \underline{Z}_L = \frac{110 \angle 0^\circ}{40 \angle -25.8^\circ} = \frac{110}{40} \angle 25.8^\circ$$

$$* \underline{Z}_L = 2.475 - j1.2$$

نکته - بار در ولتاژ نامی کار می‌کند یعنی همان ولتاژی که داده شده مثلاً 110 و 440. اما وقتی می‌گوییم بار نامی است یعنی بار توان نامی را تحویل می‌گیرد، مثلاً در مسئله فوق (5 KVA) را می‌کشد.

نکته - از روی توان نامی با داشتن آمپر یا ولتاژ می‌توان دیگری را -
محاسبه نمود :

$$(S = V \cdot I)$$

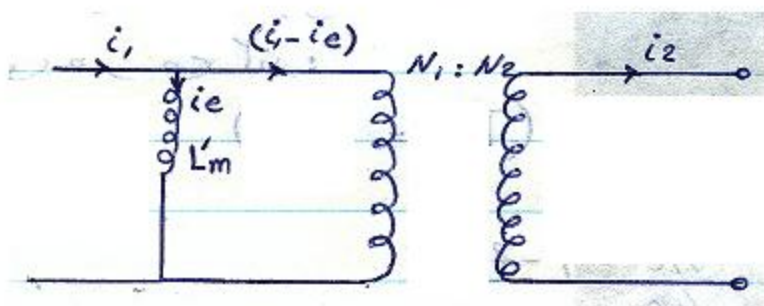
(I و V بدست آمده لزوماً نامی نیستند)

توان واقعی

* توجه کنید در تحلیل توان ایده آل فرض کردیم هسته ایده آل است و مقاومت مغناطیسی آن را صفر فرض کردیم و نوشتیم:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N_1 i_1 - N_2 i_2 = R_m \phi_m$$

* حال اگر توان واقعی باشد دیگر این مقدار صفر نخواهد بود:



مثال:

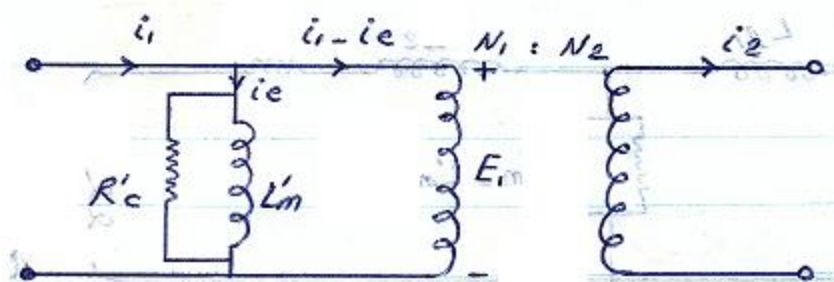
$$L'_m = \frac{N_1^2}{R_m}$$

$$\frac{i_1 - i_e}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$R_m \phi_m = N_1 i_e$$

مثال یک سلف

* حال اگر به ماکنی هیستریزیس و جریانهای فوکو توجه کنیم؛ تلفات مربوط به این دو پدیده را مجموعاً تلفات هسته گویند. پس R'_e را قرار می دهیم؛ (یعنی تلفات هسته را با مقاومت R'_e مدل می کنیم البته در یک فرکانس معین):

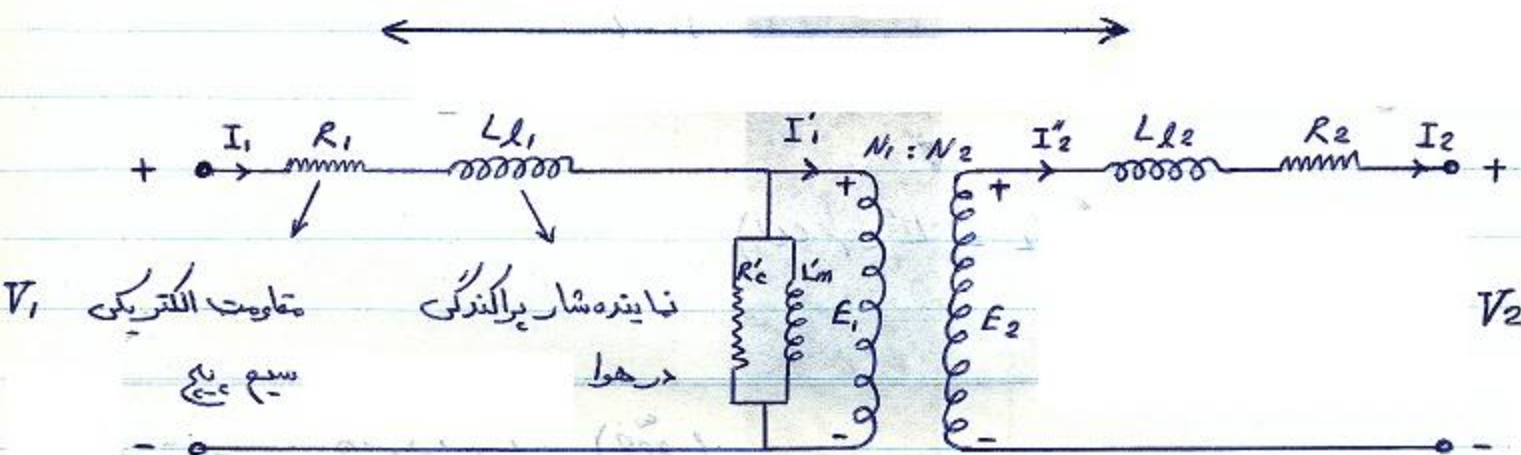


$$U = \frac{1}{2} L_m I_e^2$$

* انرژی ذخیره شده در هسته :

$$U' = \frac{E_1^2}{R_c} = P_c$$

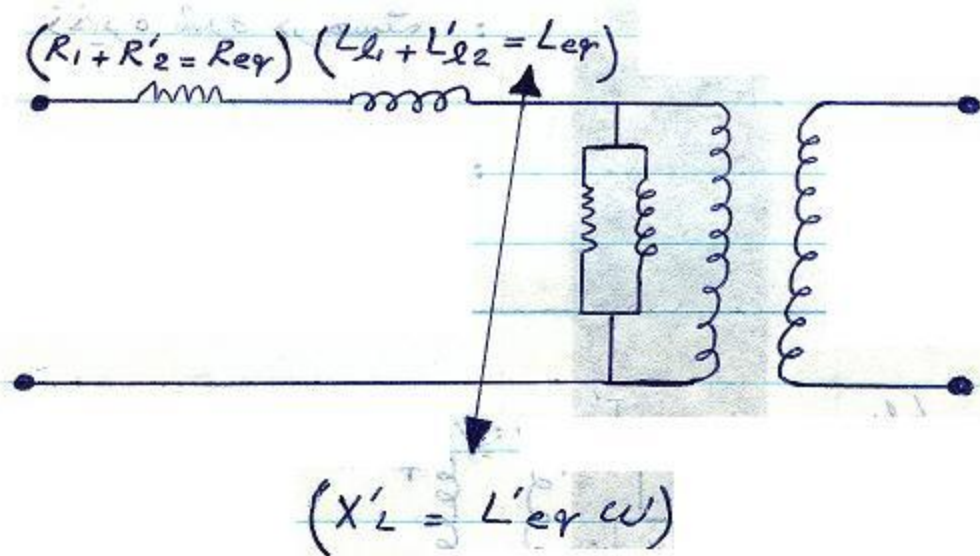
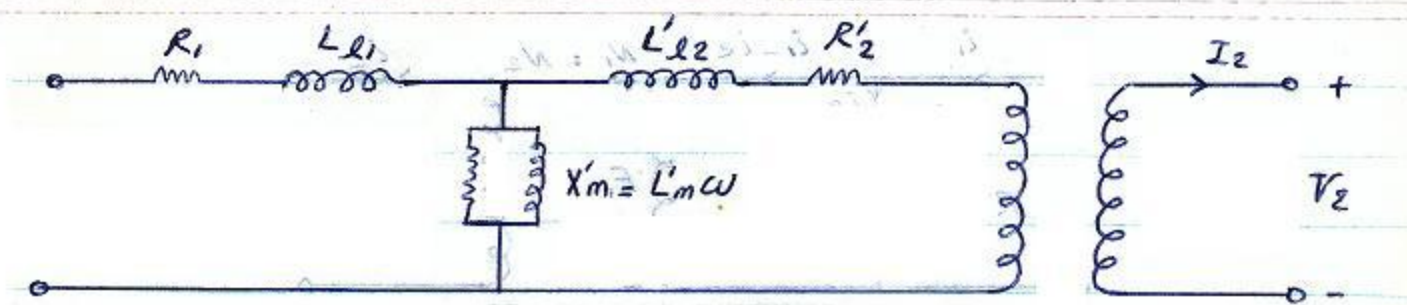
* انرژی تلف شده در هسته :



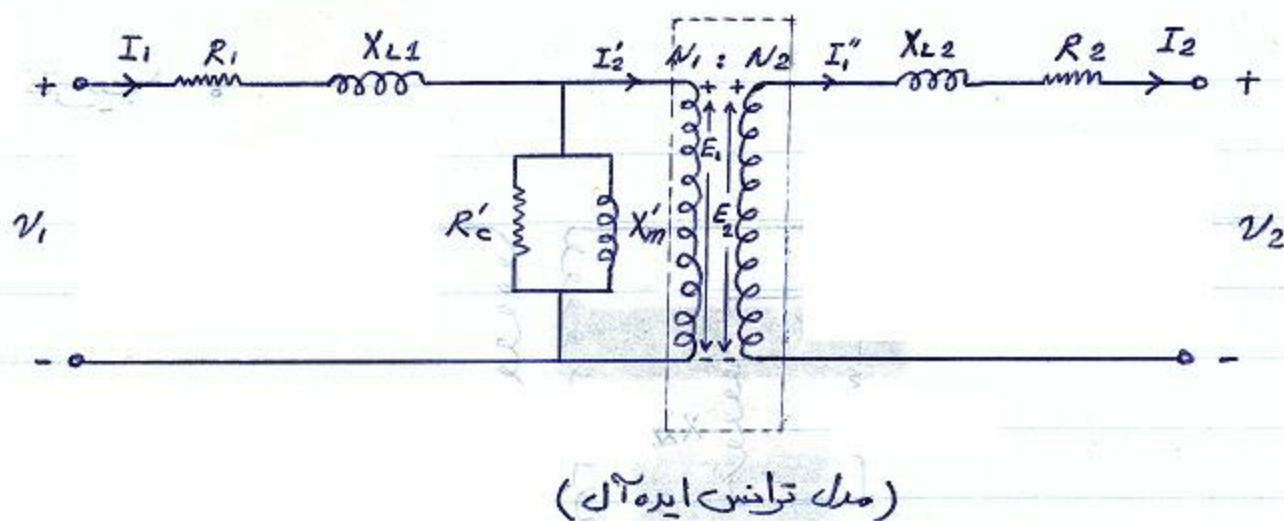
مدل واقعی ترانس

$$P_c = \frac{E_1^2}{R_c} \approx \frac{V_1^2}{R_c} \quad * \text{ اگر ترانس خوب ساخته شود :}$$

* با کمی افتاض داریم :



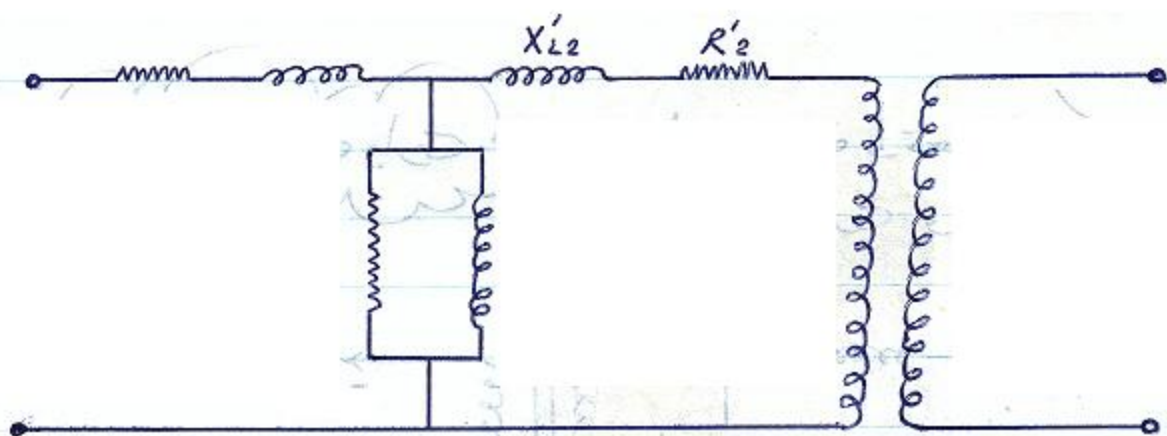
تمرین - P. 13.10 (معم)



* در مورد ترازش ایده آل تمام قوانین ذکر شده برقرار می باشد.

توان تلف شده هسته : $P_c = \frac{E_1^2}{R'_c}$

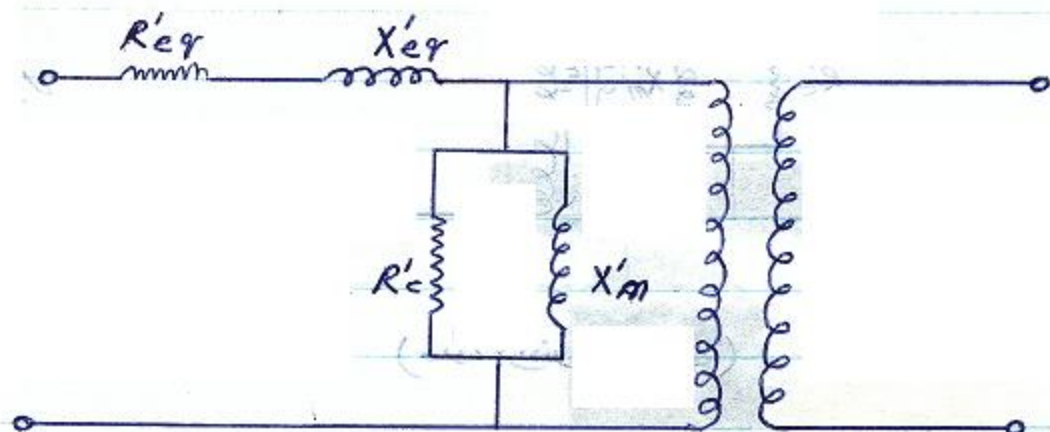
* حال که بارها را به اولیه ارجاع می دهیم :



$$\begin{cases} X'_{L2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_{L2} \\ R'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 \end{cases}$$

مدل ارجاع شده به اولیه

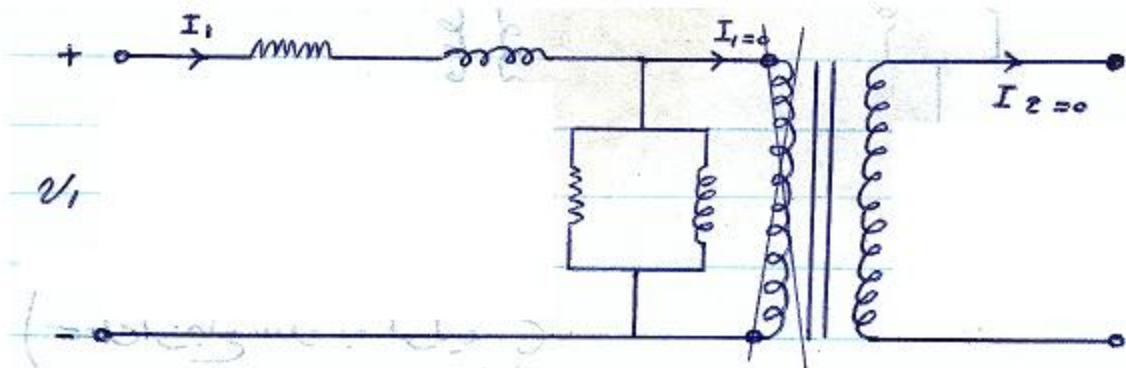
بالکى تقريب :



$$\begin{cases} R'_{eq} = R_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 \\ X'_{eq} = X_{L1} + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_{L2} \end{cases}$$

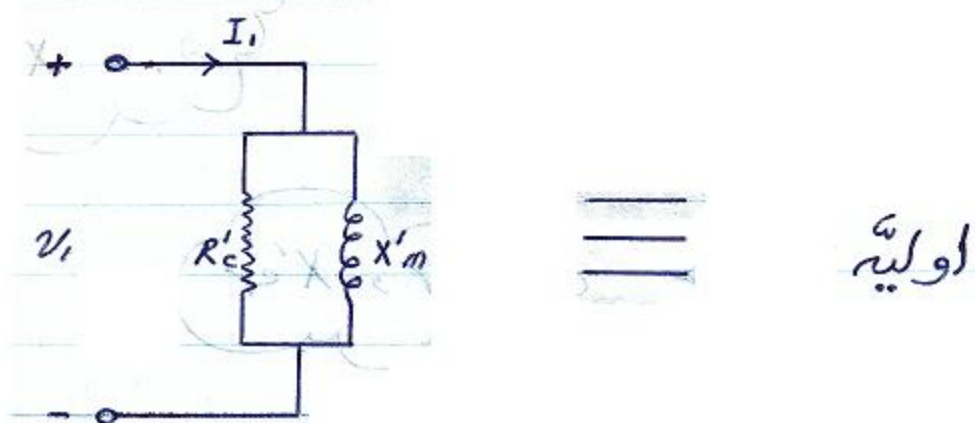
* حال بادو آزمائشى مدل هر تراش را مى يابيم :

1. آزمائش بى بارى :
- طرف اوليه را تغذيه مى كنيم و به طرف ثانويه بارى وصل نمى كنيم :



* يعنى $I_1 = 0$ و مدار باز مى شود.

* چون R'_c و X'_m نسبت به X'_{eq} و R'_{eq} خیلی بزرگتر هستند:



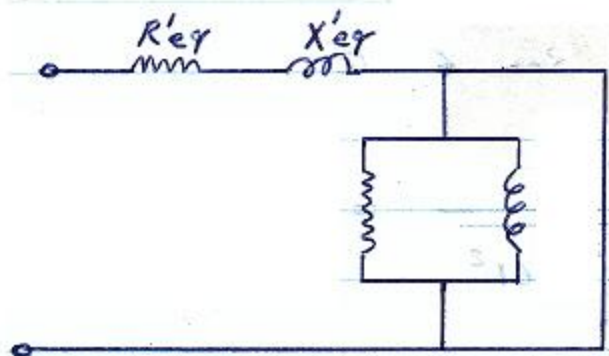
$$P_1 = \frac{V_1^2}{R'_c}$$

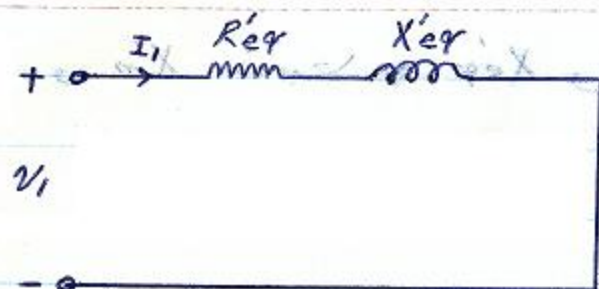
$$Q_1 = \frac{V_1^2}{X'_m} = \sqrt{(V_1 I_1)^2 - P_1^2}$$

R'_c, X'_m

$$\begin{cases} S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2 \\ (V_1 I_1)^2 = P_1^2 + Q_1^2 \end{cases}$$

2. آزمایش اتصال کوتاه :





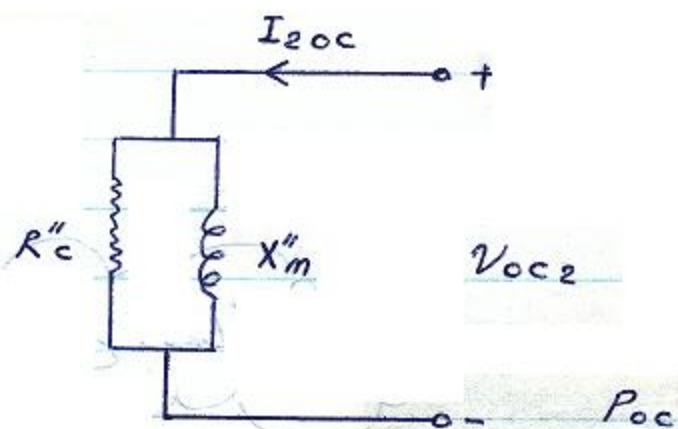
$$P_1 = R'_{eq} I_1^2$$

$$Q_1 = X'_{eq} I_1^2$$



اگر از طرف ثانویه این آزمایشها انجام شود بجای R'_c و X'_m و R'_{eq} و X'_{eq} مقادیر R''_c و X''_m و R''_{eq} و X''_{eq} بدست می آید.

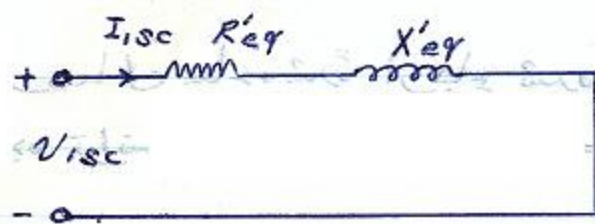
مسئله 2.15 سلون -



$$R''_c = \frac{V_{oc}^2}{P_{oc}} = \frac{(220)^2}{161} = 300.6 \, \Omega$$

(الف)

$$X''_m = \frac{V_{oc}^2}{Q_{oc}} = \frac{(220)^2}{\sqrt{(220 \times 1.52)^2 - 161^2}} = 165.1 \, \Omega$$



(ب)

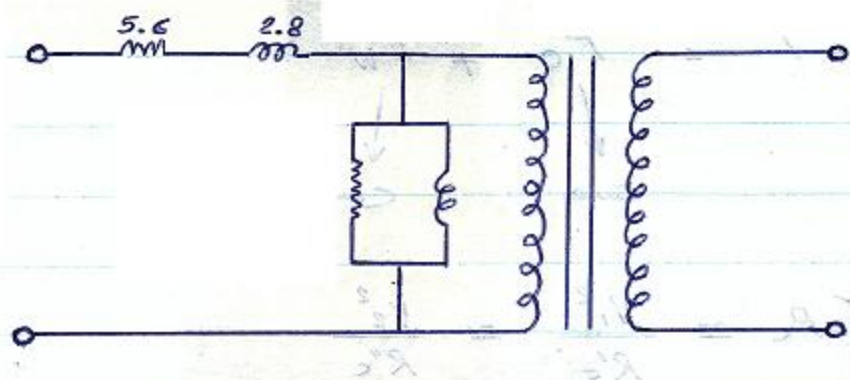
$$R'_{eq} = \frac{P_{sc}}{I_{sc}^2} = \frac{465}{9.1^2} = 5.6 \, \Omega$$

$$X'_{eq} = \frac{Q_{sc}}{I_{sc}^2} = \frac{\sqrt{(205 \times 9.1)^2 - (465)^2}}{(9.1)^2} = 21.8 \, \Omega$$

(ج) بار جاع بطرف اول :

$$R'_c = (10)^2 \times R''_c = 30060 \, \Omega$$

$$X'_m = (10)^2 \times X''_m = 16510 \, \Omega$$



مسئله - آزمایشهای ۵۵ و ۵۴ ترانسفورماتوری بشرح زیر است و اطلاعات نامی آن ۶۰ Hz و ۵۰ KVA و ۲۴۰۰ / ۲۴۰ است :

$$V_{1sc} = 48V$$

$$I_{1sc} = 20.8 A$$

$$P_{1sc} = 617W$$

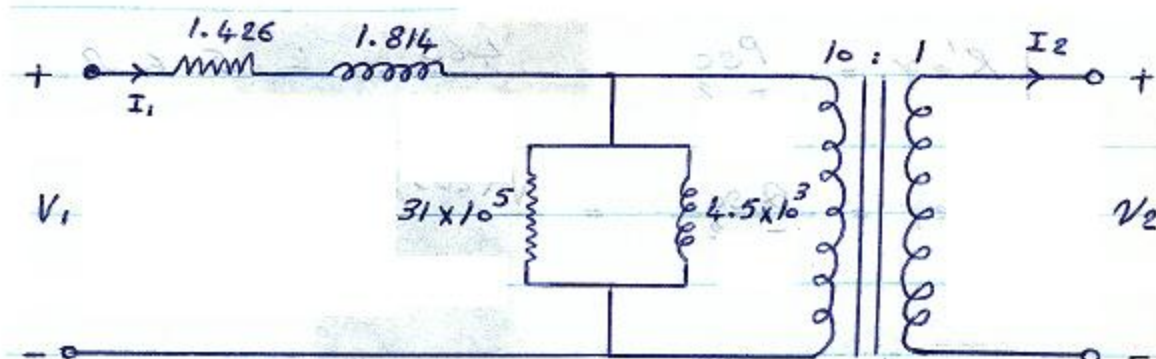
$$V_{2oc} = V_{2n} \leftarrow \text{نامی}$$

$$I_{2oc} = 5.41 A$$

$$P_{2oc} = 186W$$

الف) مدار معادل ساده شده ارجاع شده به طرف اولیه را محاسبه و رسم کنید.
 ب) بازده ترانس را در بار نامی با $\cos \phi = 0.8$ بدست آورید. (۰.۸ پس فاز)

الف :



* تلفات شامل : تلفات Copper و تلفات هسته و بخشی
 هم بصورت صدا است که صدا هم ناشی
 از همان جریانهای فلو و هیستریس است.

$$* P = P_c + P_w$$

$\downarrow$ هسته $\downarrow$ مسی

$$\begin{cases} P_c \approx \frac{V_1^2}{R'_c} \approx \frac{V_2^2}{R''_c} \\ P_w \approx R'_{eq} I_1^2 \approx R''_{eq} I_2^2 \end{cases}$$

$$\eta = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} = \frac{V_2 I_2 \cos \phi}{(P_w) + (P_c) + (V_2 I_2 \cos \phi)}$$

* در بار نامی :

$$\begin{aligned} V_2 &= V_{2n} = 240 \text{ V} \\ S_{2n} &= 50 \text{ KVA} \end{aligned}$$

$$* \begin{cases} V_2 = 240 \\ S_2 = 50 \end{cases} \rightarrow I_{2n} = \frac{50 \times 10^3}{240} = 208.3 \text{ A}$$

$$* P_{\text{بار}} = 50 \times 10^3 \times \cancel{240} \times \underbrace{\cos \phi}_{0.8} = 40 \text{ KW}$$

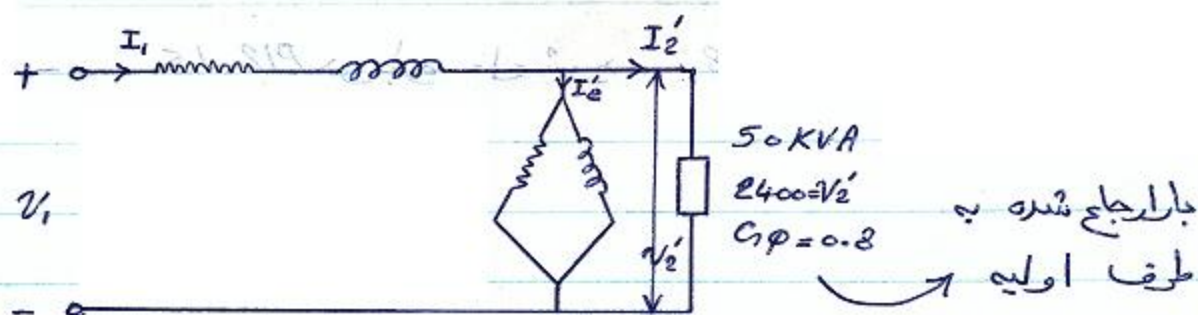
$$* P_c = \frac{V_2^2}{R''_c} = \frac{(240)^2}{31 \times 10^3 \left(\frac{1}{10}\right)^2} = 185.8 \text{ W}$$

$$* P_w = R''_{eq} I_2^2 = 0.01426 \times (208.3)^2 = 618.7 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{40 \times 10^3}{40 \times 10^3 + 185.8 + 618.7} \times \% 100 \rightarrow$$

$$\eta = 98.03 \%$$

* در مسئله قبل: ولتاژ اولیه چقدر باشد تا بار نامی در ثانویه تغذیه شود؟



* $\underline{V}_2' = 2400 \angle 0^\circ$: $\underline{V}_2'$ را مبدا فاز قرار می دهیم :

$$\underline{I}_2' = 20.8 \angle -60.8^\circ = 20.8 \angle -36.8^\circ = 16.7 - j 12.5$$

$$\underline{I}_e' = \frac{\underline{V}_2' = 2400 \angle 0^\circ}{\underbrace{R_e' + j X_m'}_{10^3 \times 31.3 \angle 8.3^\circ}} = \frac{2400 \angle 0^\circ}{75.47 \times 10^3 \angle 8.3^\circ} = 0.075 \angle -8.3^\circ$$

* $\underline{I}_1 = \underline{I}_e' + \underline{I}_2' = (16.7 + 0.074) - j (12.5 + 0.01)$

$$\underline{V}_1 = \underline{I}_1 (R_{eq} + j X_{eq}) + 2400 \angle 0^\circ$$

* $\eta = \frac{P_{خروج}}{P_c + P_W + P_{خروج}}$

در ترانسفورماتور تک فاز (رو به فاز)

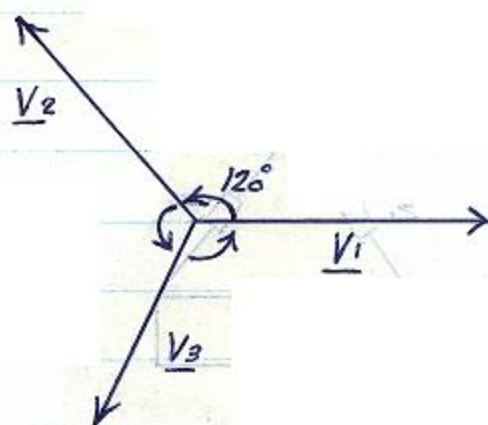
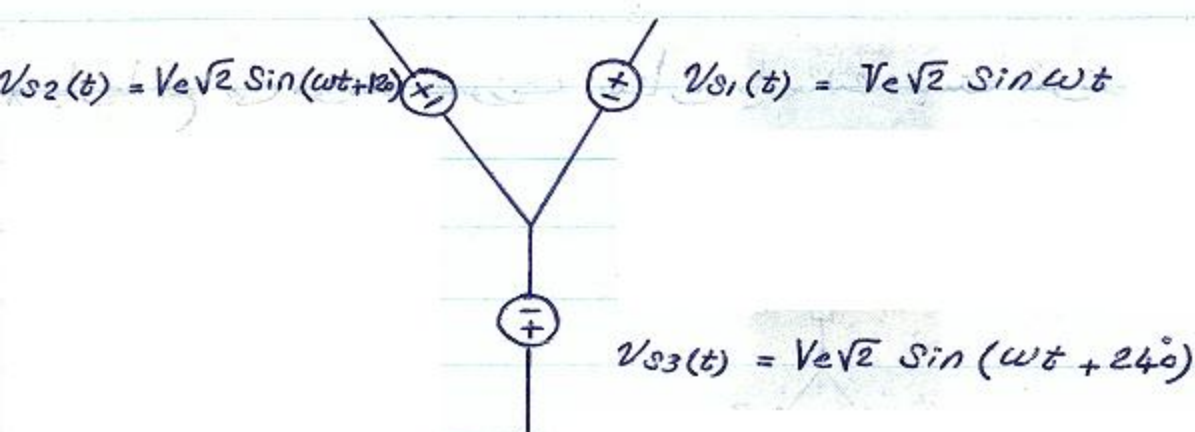
* هرگاه $P_c = P_W$ سود راندمان ترانس Max مقدار خود را خواهد داشت.

* پس باید سعی شود در طراحی تحت شرایطی که داریم (از نظر بار) طوری عمل کنیم که حتی المقدور $P_c = P_W$ شود.

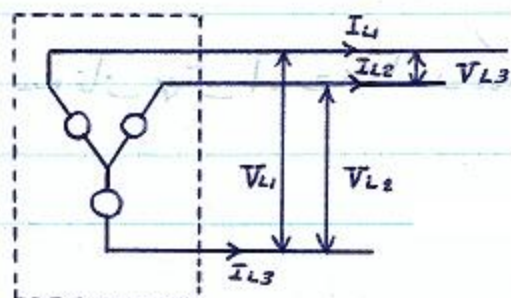
مسائل - P12.15 دوباره حل شود. P.13.18 - P.13.21 - P.13.16

مدارات سه فاز و ترانسفورماتورهای سه فاز

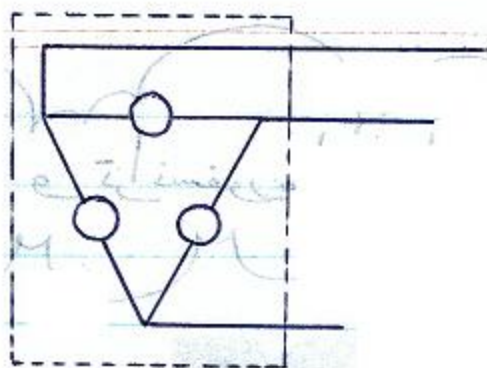
* یادآوری :



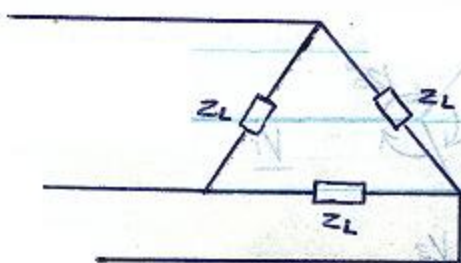
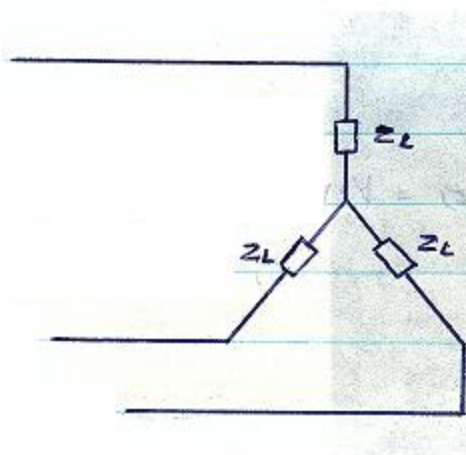
* حالت فوق را اتصال ستاره گویند که مدل یک منبع سه فاز است.



* هر منبع سه فاز با سه سر و سه ولتاژ خط مشخص می شود.

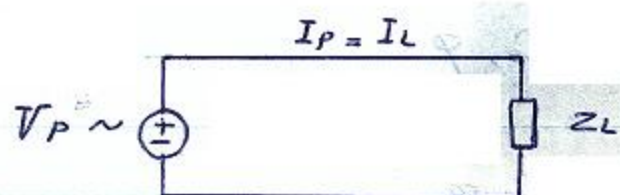
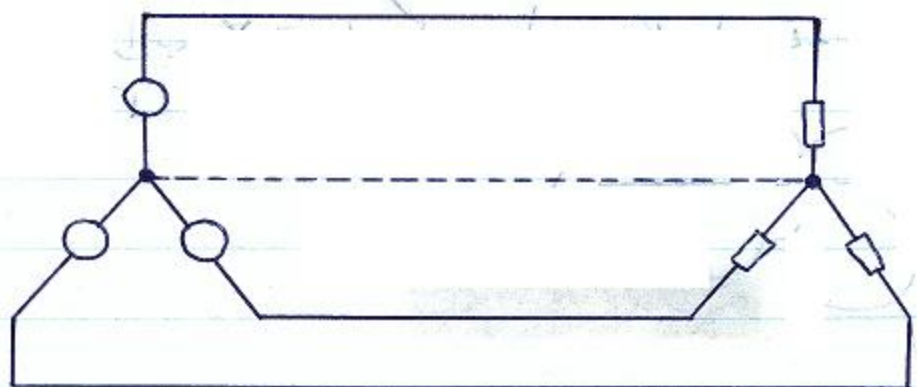


* بارها هم می توانند بصورت ستاره یا مثلث بسته شوند.

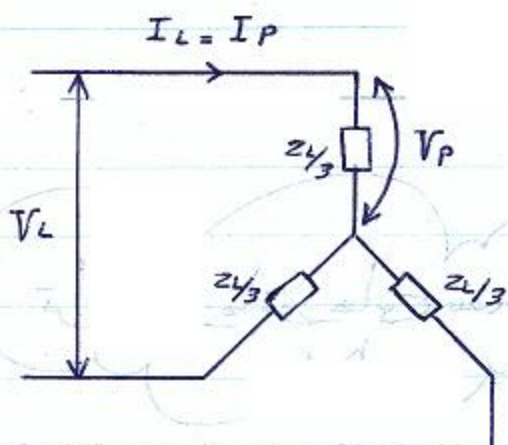


* اگر بارهای (Z_L) یکی باشند شبکه ما متعادل است (بار ما متعادل است).
فرض متعادل بودن بار محاسبات را بسیار ساده می کند.

* در محاسبات سه فاز بهتر است تا حد ممکن منبع و بار را بصورت ستاره مدل کنیم.

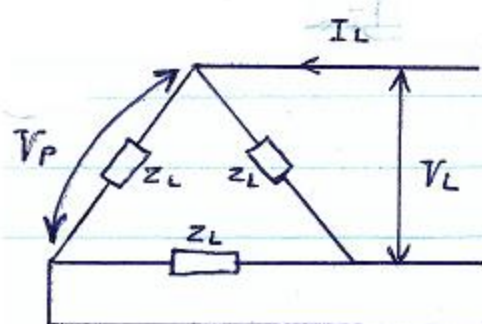


* حسن ستاره این است که می توان نقاط خنثی بار و منبع را هم ولتاژ داشت
(بنابر تقارن) و لذا ۲ تار را با سیم به هم وصل کرد و مدار را در حالت تک
فاز حل کرد و سپس تعمیم داد.



$$V_{LY} = \sqrt{3} V_{PY}$$

$$I_{LY} = I_{PY}$$



$$V_{L\Delta} = V_{P\Delta}$$

$$I_{L\Delta} = \sqrt{3} I_{P\Delta}$$

* اگر بخواهیم Δ را به Y تبدیل کنیم باید V_L ها و I_L ها ثابت بماند و این به شرطی است که :

$$\frac{V_{pY}}{I_{pY}} = \frac{Z_L}{3}$$

* توان حقیقی : $P_{\text{سه فاز}} = 3 V_p I_p \cos \varphi$

* $P_{\text{سه فاز}} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi$

* توان مجازی :

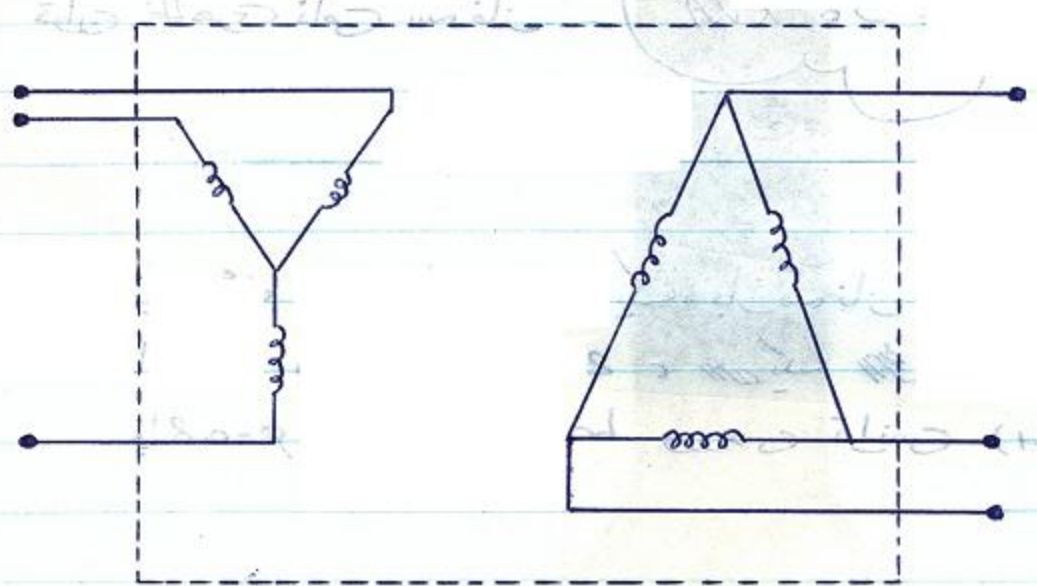
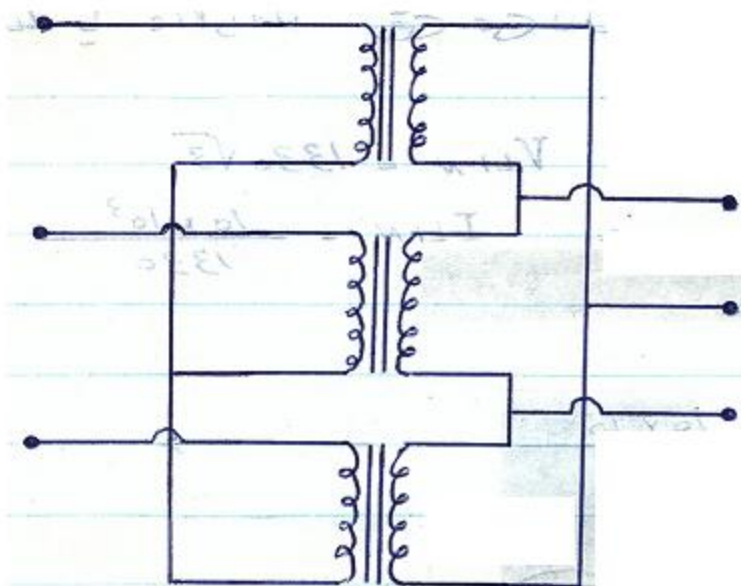
* $Q = \sqrt{3} V_L I_L \sin \varphi$

* توان ظاهری :

* $S = \sqrt{3} V_L I_L$

ترانسفورماتورهای سه فاز :

* می توان با اتصال سه ترانسفورماتور تک فاز یک ترانسفورماتور سه فاز تهیه کرد .



مثال - سه ترانس یک فاز (10 KVA، 230V، 1330، 60Hz) را بصورت $\Delta : Y$ بسته ایع و ترانس سه فاز ساخته ایع. فرض می شود که ترانس ها ایده آل است.

$$* S = \sqrt{3} V_L I_L \quad (I_{L1}, V_{L1} \text{ یا } I_{L2}, V_{L2} \text{ فرقی نمی کند})$$

$$\begin{cases} V_{P1N} = 1330 & \longrightarrow & V_{L1N} = 1330\sqrt{3} \\ I_{P1N} = \frac{10 \times 10^3}{1330} & \longrightarrow & I_{L1N} = \frac{10 \times 10^3}{1330} \end{cases}$$

$$* S = \sqrt{3} \times 1330\sqrt{3} \times \frac{10 \times 10^3}{1330} \longrightarrow$$

$$S = 30 \text{ KVA}$$

توان ظاهری نامی سه فاز

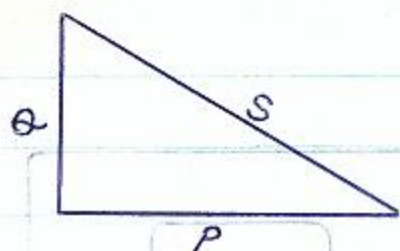
ب - در مسئله قبل ثانویه را به یک بار سه فاز ($V_L = 230$) در هر فاز یک بار هارتی 2 kW ، یک موتور سه فاز 21 KVA با $\cos \phi = 0.8$. جریان خط ورودی ترانس (I_{L1}) را بیابید .

$$\begin{cases} V_L = V_{2n} = 230 \text{ V} \\ V_{L1} = V_{un} = 2300 \text{ V} \end{cases}$$

$$P_{\text{کل}} = (3 \times 2 \text{ kW}) + (21 \text{ KVA} \times 0.8) = 22.8 \text{ kW}$$

$$Q_{\text{کل}} = (21 \text{ KVA} \times \frac{\sin \phi}{0.6}) = 12.6 \text{ KVAR}$$

* بار هارتی Q ندارد .



$$* S_{کل} = \sqrt{22.8^2 + 12.6^2} = 26 \text{ KVA}$$

* کل S کشیده شده توسط بار همان S_2 است و چون ترانس ایده آل است ($S_1 = S_2$) است :

$$I_{L1} = \frac{S_1}{\sqrt{3} V_{L1}} = \frac{26 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 2300} = 6.52 \text{ A}$$

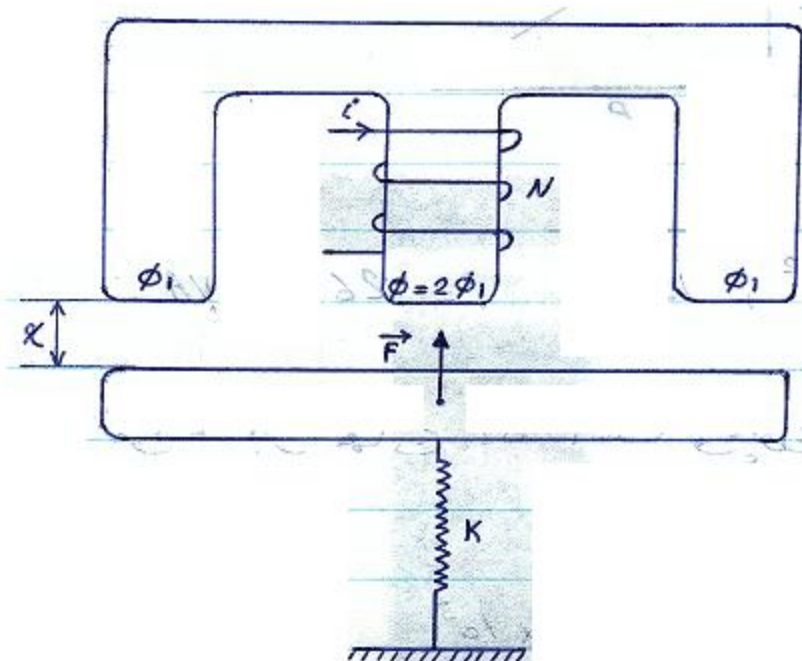


* سیمون - ۳۵ و ۳۶ و ۳۷ الف

* یکی از مزایای Δ این است که اگر یکی از ترانس ها خراب شود توان را بطور ضعیف تر انتقال می دهد اما قطع نمی کند. اما برای بخش سه فاز بین خانه ها از Y استفاده می شود که یک سر خنثی (No/e) دارد که آن را به هر سه خانه می دهیم و سپس به هر کدام یک فاز می دهیم.

محاسبه نیروی حاصل از تبدیل انرژی الکترومغناطیسی به مکانیکی :

: ۲

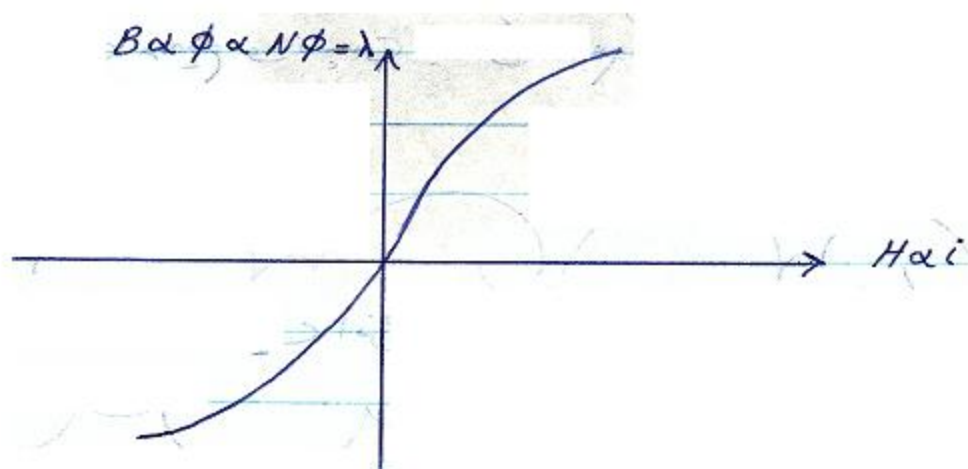


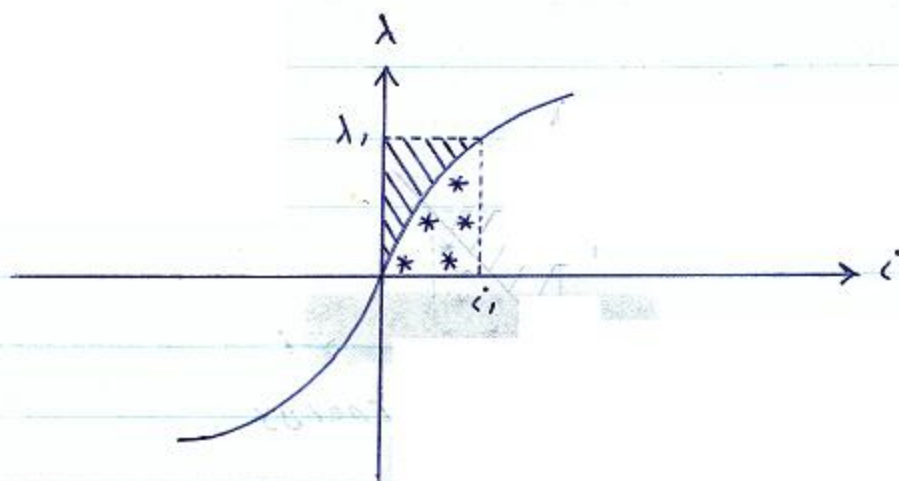
به این ترتیب است که مدار را قطع یا وصل می‌کند و یا دستگاهاش مثل درب بازکن الکتریکی هم جزء رابعا محسوب می‌شوند.

$$L(x) = \frac{N^2}{R_{\text{کل}}}$$

$$W_f = \frac{1}{2} L i^2$$

* انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی





$$* W(t) = \int_{t_0}^{t_1} p(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} v \times i dt$$

$$\begin{cases} t_0 \longrightarrow i(t_0) = 0 \\ t_1 \longrightarrow i(t_1) = i_1 \end{cases}$$

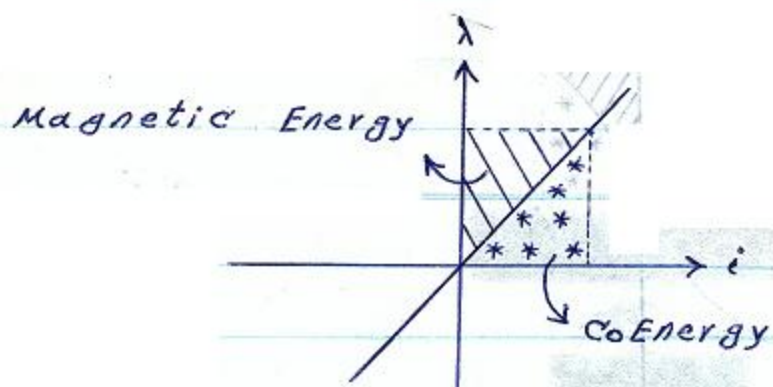
$$W(t) = \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\lambda}{dt} i dt = \int_{\lambda(t=t_0)}^{\lambda(t=t_1)} i d\lambda$$

$$\begin{cases} \lambda(t_0) = 0 \\ \lambda(t_1) = \lambda_1 \end{cases} \quad * \text{ یعنی انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی در هر لحظه سطح هاشور خورده است.}$$

* رابطه $W_f = \frac{1}{2} L i^2$ وقتی صحیح است که رابطه λ و i خطی باشد و بصورت $(\lambda = L i)$ یا به عبارتی در محدوده‌ای از زمانی بتوان خط منحنی را با خط راست تقریب زد.

$$W = \int_{t_0}^{t_1} i L di = \frac{1}{2} L i^2 \Big|_{t_0}^{t_1} = \frac{1}{2} L i^2$$

* پس با فرض $(\lambda = 1)$:



* حال به محاسبه نیروی $\vec{F}$ می پردازیم :

* اگر در راه فوق قطعه آهن پایین را محکم نگه داریم تا حرکت نکند کل انرژی الکتریکی ما (W_e) در صورت نبودن اتلاف در میدان مغناطیسی ذخیره شده :

$$(W_e = W_f)$$

* اگر قطعه را رها کنیم کار مکانیکی انجام می شود :

$$(\Delta W_e = \Delta W_f + \Delta W_m)$$

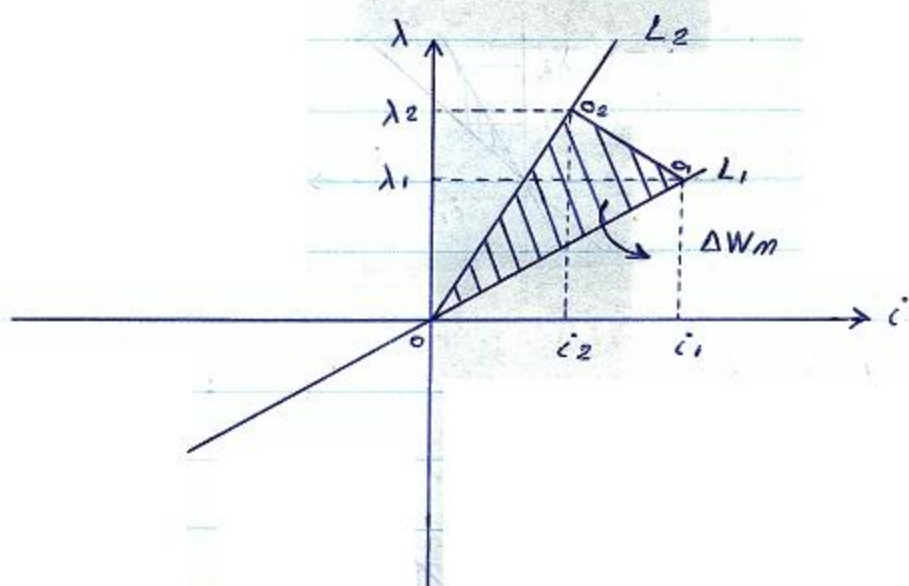
ΔW_e : تغییرات انرژی الکتریکی که از طرف منبع الکتریکی داده می شود منهای تلفات اهمی .

ΔW_f : تغییرات انرژی مغناطیسی به علاوه تلفات هسته

ΔW_m : تغییرات انرژی مکانیکی تحویلی به بار مکانیکی به علاوه تلفات مکانیکی

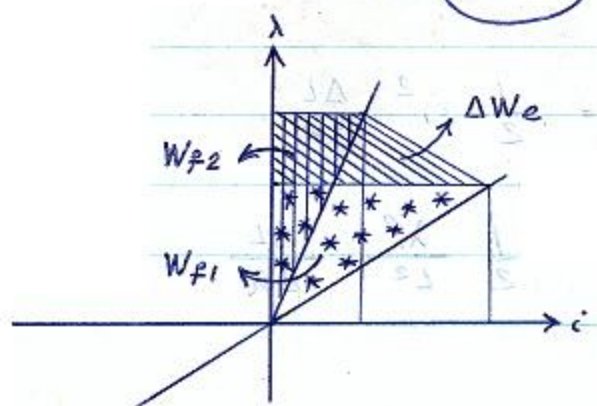
$$* F = \frac{\Delta W_m}{\Delta \lambda}$$

$$\Delta W_m = \Delta W_e - \Delta W_f$$



* چون L تابع λ است پس در حالت اول L_1 داریم و با یک تکان کوچک $\Delta \lambda$ و L_2 خواهیم داشت. طول c_2 مسیر طی شده است که آن را با خط - راست تقریب زده ایم.

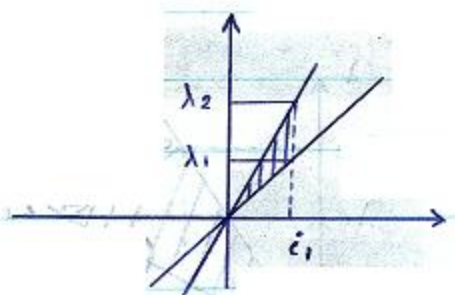
سطح هاشور خورده (ΔW_m) است



$$* W_f = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L}$$

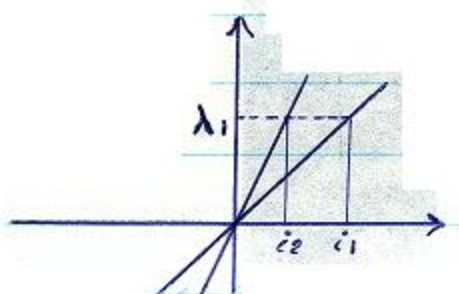
$$S_{00,02}^{\Delta} = \frac{1}{2} i_1 (\Delta \lambda)$$

1. به فرض ثابت بودن i :

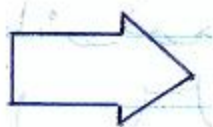


$$S_{00,02}^{\Delta} = \frac{1}{2} \lambda_1 \Delta i$$

2. به فرض ثابت بودن λ :



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \Delta W_m &= \frac{1}{2} i_1 \Delta \lambda & (\lambda = Li \rightarrow \Delta \lambda = i_1 \Delta L) \\ \textcircled{2} \quad \Delta W_m &= \frac{1}{2} \lambda_1 \Delta i & (i = \frac{\lambda}{L} \rightarrow \Delta i = -\frac{\lambda_1}{L^2} \Delta L) \end{aligned}$$



$$F = \frac{\Delta W_m}{\Delta x} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{\Delta L}{\Delta x} \quad \leftarrow 1$$

$$F = \frac{\Delta W_m}{\Delta x} = -\frac{1}{2} \frac{\lambda_1^2}{L^2} \frac{\Delta L}{\Delta x} \quad \leftarrow 2$$

$$\left(L = \frac{N^2}{R} , \begin{cases} \lambda = N\phi \\ \lambda = Li \end{cases} \right) \rightarrow$$

$$F = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx}$$

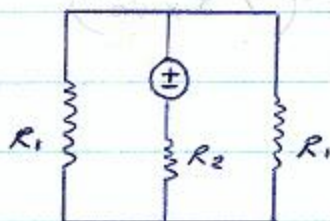
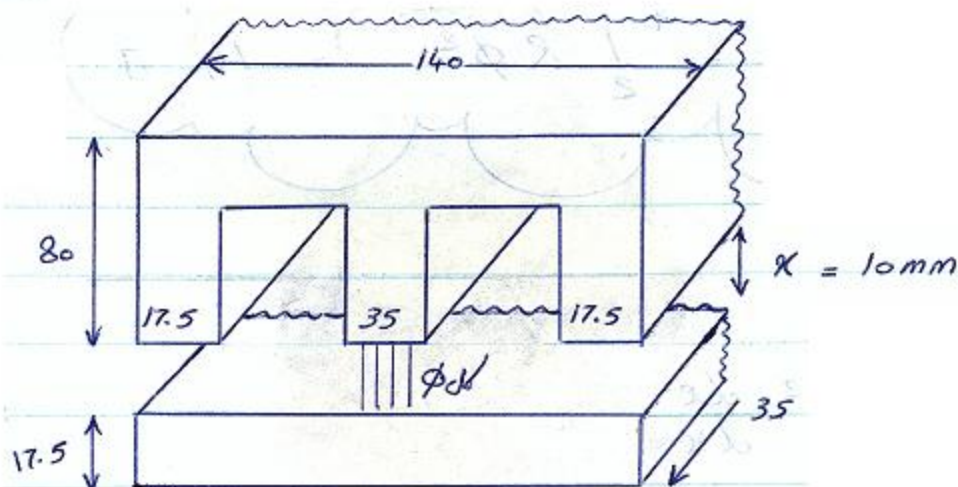
$$F = -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{dR}{dx}$$

R - ولتانس مغناطیسی

* مثال کتاب سلون - (بافتن ایره آل بودن هسته ، یعنی ولتانس هسته صفر است و تنها مقاومت هواشی داریم) .

$$B_a = 1.2 \text{ T}$$

$$N = 2000$$



$$* R = (R_1 \parallel R_2) + R_3 = \frac{1}{2} (R_1 + R_2)$$

$$R = \frac{1}{2} \times \frac{\mu_0 (17.5 \times 10^{-3} \times 35 \times 10^{-3})}{\mu_0 (35 \times 10^{-3} \times 35 \times 10^{-3})} + \frac{\mu_0 (35 \times 10^{-3} \times 35 \times 10^{-3})}{\mu_0 (35 \times 10^{-3} \times 35 \times 10^{-3})}$$

$$R = 1.3 \times 10^9 \times \mu_0$$

$$\mu_0 = 10 \text{ mm}$$

$$R = 13 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$(B \rightarrow \phi) : \phi \mathcal{H} = B (35 \times 10^{-3} \times 35 \times 10^{-3})$$

$$\phi \mathcal{H} = 1.47 \times 10^{-3} \text{ (Wb)}$$

$$W_f = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} R \phi^2 = 14 \text{ J}$$

انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی

$$|F| = \frac{1}{2} \phi^2 \frac{dR}{d\mu}$$

* محاسبه نیرو :

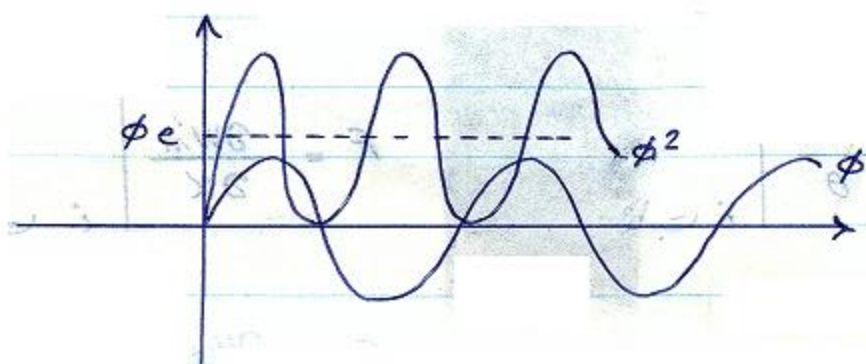
$$|F| = \frac{1}{2} (1.47 \times 10^{-3})^2 (1.3 \times 10^9)$$

$$|F| = 1400 \text{ N}$$

* اگر جریان سینوسی داشتیم یک ϕ سینوسی پدید می‌آید که از روی i_m می‌توان ϕ_m و یا از روی i_e می‌توان ϕ_e را یافت. با وجود این که ϕ سینوسی است و گاهی + و گاهی - است اما ϕ^2 همواره (+) است و چون $F = -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{dR}{dx}$ است داریم :

$$F_{av} = \phi_e^2 \left(\frac{dR}{dx} \right)$$

$$\phi = \sqrt{2} \phi_e \sin(\omega t + \alpha)$$



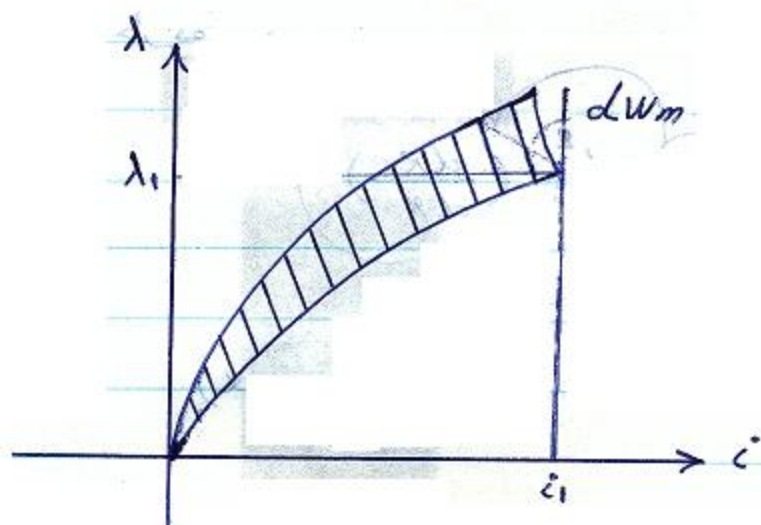
$$T = -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{dR}{d\theta}$$

* برای محاسبه کوپل :

* مسئله P13.33 - P13.31 - P13.32

* جمعه ۱۳۷/۱/۷ ساعت ۹ صبح امتحان میان ترم.

مبحث مربوط به امتحان پایان ترم



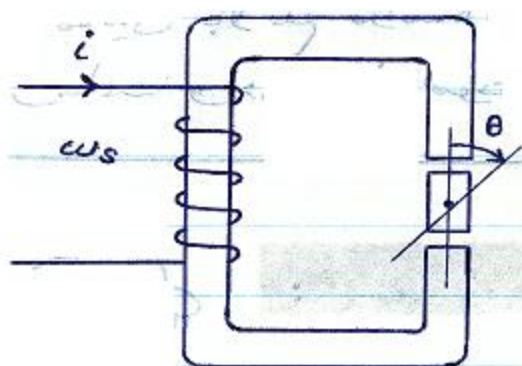
$$T = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} \right|_{\text{ثابت } i}$$

$$F = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{\text{ثابت } i}$$

$$F = \left. \frac{\partial W_m}{\partial x} \right|_{\text{ثابت } \lambda}$$

موتور لوکتنس (موتور مقاومت مغناطیسی)

* تنها موتوری است که فقط یک سیم پیچ دارد.

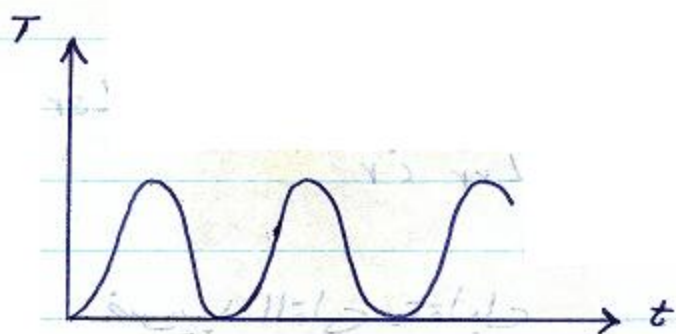


$$T = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}$$

* اگر قطعه گردش کننده را استارت بزنیم و با سرعت ω_m بگردانیم تا وقتی که $\omega_m = \omega_s$ شود، در این هنگام کوئل متوسط دیگر صفر نیست و موتور می تواند بگردد، لذا سرعت این موتور همواره ثابت است. این سیستم خطی نیست چون L به θ بسته است و همچنین وابسته به زمان نیز هست.

* موتورهای که تنها با یک سرعت کار می کنند سنکرون (همزمان) نامیده می شوند و آن سرعت را (سرعت سنکرون) گویند.

* چون این موتورها کوپلهای نوسانی تولید می کنند لذا دائماً می لرزند و این امر تلفات مکانیکی پدید می آورد.

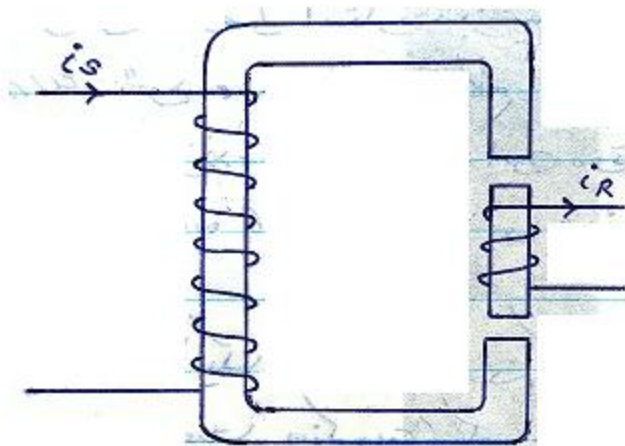


* کوپلهایی که بصورت $T = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}$ تولید شوند (یعنی ناشی از تغییرات ولتاژ خودی باشند) همواره نوسانی هستند. در جاهایی که به سرعت ثابت

نیاز داریم و load مکانیکی بالا هم نداشته باشیم به صرفه است که از این موتورها استفاده کنیم. مثلاً در ساعت و در ضبط صوت.

:

موتورهای دو سیم یکه



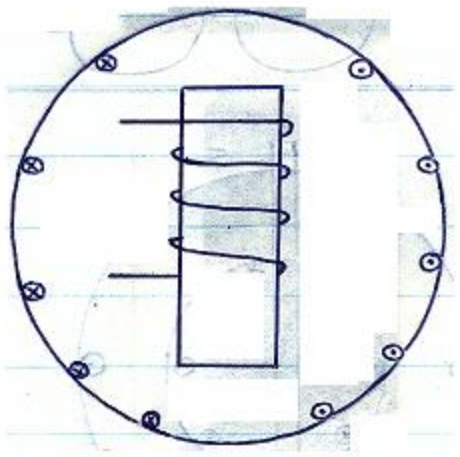
S - استاتور

R - روتور

$$\left\{ \begin{aligned} T &= \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} \\ \lambda_s &= L_{ss} i_s + L_{sr} i_r \\ \lambda_r &= L_{rs} i_s + L_{rr} i_r \\ L_{sr} &: \text{ضریب القای متقابل} \end{aligned} \right. \quad (L_{sr} = L_{rs})$$

* چون شار هر کدام مقداری هم از سیم به سیم دیگر عبور می کند پس ضریب القای متقابل پدید می آید.

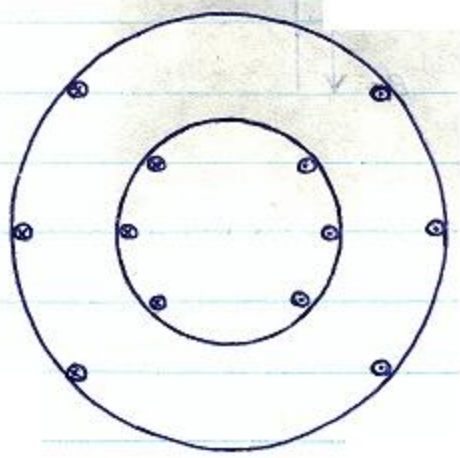
* دو ترم اول $\mathcal{L}$ خوشاینی است اما می توان کاری کرد که ترم $i_s i_r \frac{d\mathcal{L}_{sr}}{d\theta}$ متغیر با زمان نباشد. لذا باید سعی کنیم دو ترم اول را حذف کنیم. بدین منظور شکل روتور و استاتور را استوانه ای می کنند.



* در شکل فوق استاتور استوانه ای شده اما روتور استوانه ای نیست.

* $\frac{1}{2} i_r^2 \frac{d\mathcal{L}_{rr}}{d\theta} = 0$

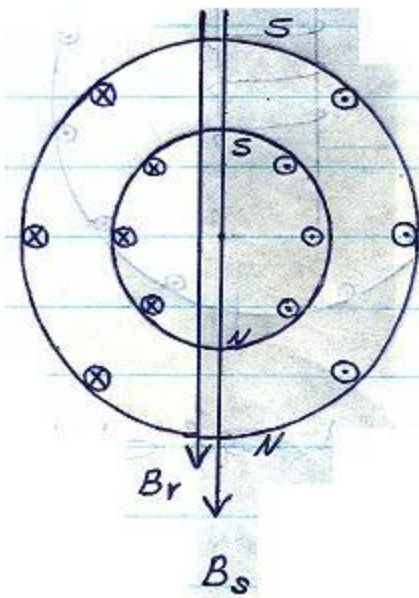
* پس اگر روتور را هم استوانه ای کنیم ترم اول هم حذف می شود.



* $\frac{1}{2} i_s^2 \frac{d\mathcal{L}_{ss}}{d\theta} = 0$

* پس کوپل نهائی در ماشینهای استوانه‌ای بصورت زیر است :

$$T = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$



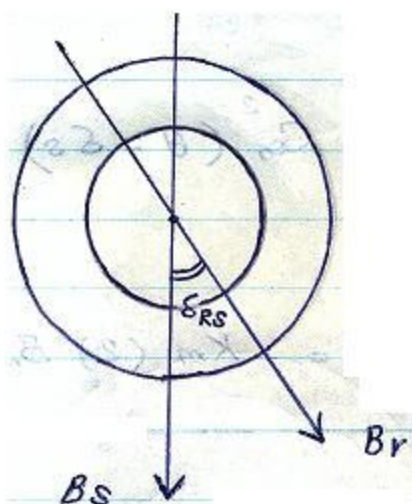
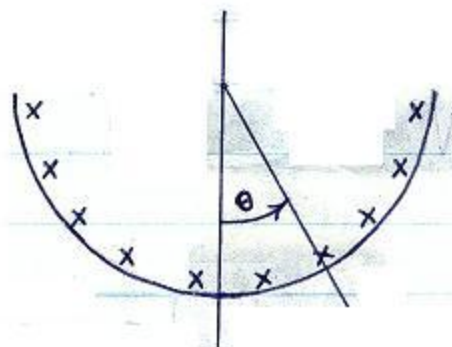
* اگر Rotor بگردد :

فرضیات :

$$B_s = B_{ms} \cos \theta$$

$$B_r = B_{mr} \cos \theta$$

۱- سیم پیک سیفوسی است و لذا :



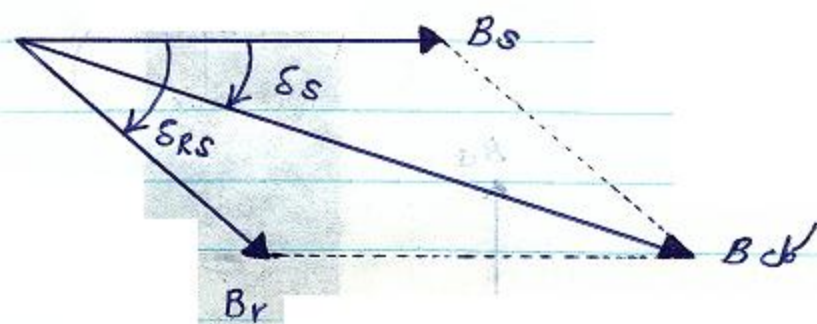
حاسبه کوپل :

$$* B_s = B_{ms} \cos \theta$$

$$* B_r = B_{mr} \cos (\theta - \delta_{RS})$$

$$* B_{\delta} = B_{mrs} \cos(\theta - \delta_s)$$

$$B_{mrs} = \sqrt{B_{mr}^2 + B_{ms}^2 + 2 B_{mr} B_{ms} \cos \theta_{rs}}$$



$$W = \frac{1}{2} R_m \phi^2 = K_m B_{\delta}^2$$

انرژی کل ذخیره شده در فاصله
هوایی بین Stator و Rotor

$$W = K_m B_{mrs}^2 \cos^2(\theta - \delta_s)$$

$$T = \frac{\partial W}{\partial \delta_{rs}} = -K_m (2) B_{mr} B_{ms} \sin \delta_{rs}$$

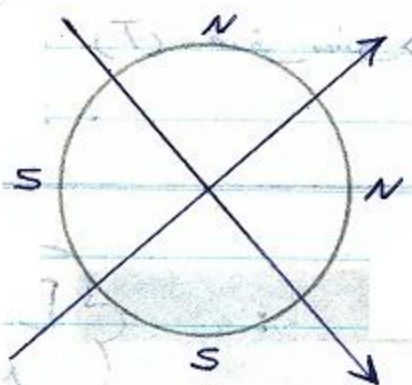
* حال چه کار کنیم تا موتور ما بگرددش در آید ؟

جواب - باید کاری کنیم که (T) صفر نشود. پس باید کاری کنیم که (δR) صفر نشود.

ماشینهای D.C :

* ماشینهای هستند که با جریان D.C کاری کنند مثل استارت ماشین. وقتی Rotor حرکت می کند و به زاویه 180° برسد وسیله ای بنام (کوتاتور) قطبهای منبع را عوض می کند و این عمل باعث گردش مداوم Rotor می شود. ماشینهای D.C باید کوتاتور داشته باشند. کوتاتور کوئل را یکطرفه می کند اما مقدار کوئل با (δR) تغییر می کند. δR بین 0 و 180° تغییر می کند پس ما باید تا حد امکان این محدوده را کم کنیم تا T تقریباً ثابت شود. برای این کار بجای یک سیم پیچ چند سیم پیچ در جاهای مختلف Rotor می پیچیم و از چند جفت کوتاتور استفاده می کنیم.

* زاویه بین میدان روتور و استاتور بین 0 و 180° تغییر می کند ($\sin$ بین 0 و 1 تغییر می کند). ما باید حتی المقدور کاری کنیم که این زاویه تغییر نکند. برای این کار قطبهای مختلف درست می کنیم. این کار با چند سیم پیچ امکان پذیر است، که در فواصل معین سوئیچ می شوند و میدان روتور در یک ماشین مثلاً ۴ قطب بین 45° و 135° تغییر می کند (یعنی پنج تغییرات بجای 180° می شود 90°) و لذا دامنه $\sin$ کاهش می یابد و گشتاور تقریباً ثابت می شود. معمولاً باید Rotor و Stator تعداد قطبهای یکسان داشته باشند.



(Rotor و قطب)

* در ماشینهای D.C کوچک مثل آرمیچر اسباب بازیها برای استاتور دیگر -
سیم پیچی نمی کنند بلکه از آهن ربای دائمی بهره می گیرند. اگر استاتور سیم پیچی
باشد ما دو سر سیم برای استاتور داریم و دو سر سیم برای Rotor.

ماشینهای A.C :

$$\begin{cases} B_s(\theta) = B_s \cos \theta \\ B_s = K i_s(t) \end{cases} \longrightarrow$$

ی - استاتور

$$B_s(\theta, t) = K i_s(t) \cos \theta$$

$$\rightarrow B_s(\theta, t) = K I_m \cos \omega_s t \cos \theta$$

* یعنی میدان حاصل در هر نقطه‌ای (هر θ) با زمان تغییر می‌کند.

* تمام فرمولهای فوق در مورد (Rotor) هم صدق می‌کند.

میدان دوار

یعنی میدان مغناطیسی که جای $\cos \theta$ آن -
در حال چرخش است اما مقدار $\cos \theta$ آن با
زمان ثابت است.

* ما با بستن دو سیم بزرگ بر روی Stator که با هم زاویه 90° می‌سازند و
جریانهای گذرنده از آنها هم با هم اختلاف فاز $\frac{\pi}{2}$ دارند می‌توانیم میدان
دوار بسازیم:

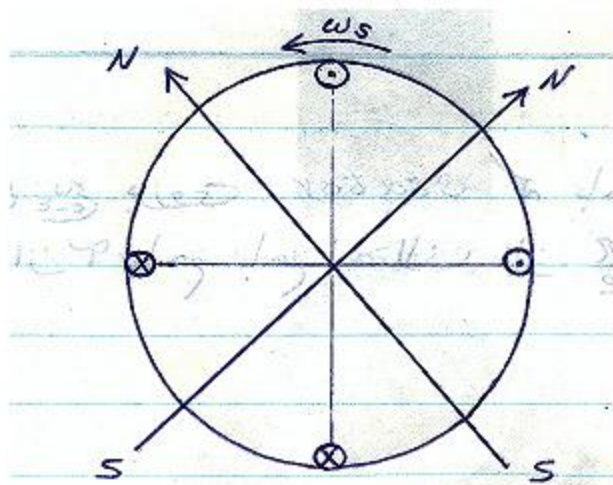
$$\begin{cases} B_{sy}(\theta, t) = K I_m \cos \omega_s t \cos \theta \\ B_{sx}(\theta, t) = K I_m \cos(\omega_s t - \frac{\pi}{2}) \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \end{cases} \rightarrow$$

میدان دوار

$$B_{xy} = K I_m \cos(\omega_s t - \theta)$$

* پس برای ساختن میدان دوار کافیهست جای سیم یکپارچه را طوری بپیچیم که با هم $\frac{1}{2}$ زاویه بسازند و از یک منبع دو فاز استفاده کنیم که جریانهایی آن $\frac{1}{2}$ اختلاف فاز دارند. و یا می توان از جریان حاصل از منبع سه فاز - استفاده کنیم و سیم یکپارچه را با اختلاف 60° (قطب به قطب) بپیچیم. میدان دوار با سرعت ω می چرخد و ناظر فرضی سوار بر آن هواره مقدار $\max$ را اندازه می گیرد.

* توجیه : در فرمول $B_{xy} = K I_m \cos(\omega_s t - \theta)$ اگر ناظری فرضی سوار بر میدان با سرعت ω می چرخد θ آن در هر لحظه برابر است با $\omega_s t$ پس : $\cos(\omega_s t - \omega_s t) = 1$ یعنی این ناظر هواره (B) ماکزیمم را می بیند.



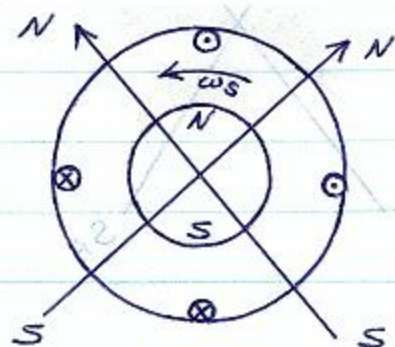
* یعنی با این ابتکار بدون چرخیدن خود سیم یکپارچه میدان برآیند حاصل از آن‌ها می چرخد و میدان‌های دوار اساس کار ماشینهای A.C است.

ماشین سنکرون :

* برای گردش ثابت موتور یعنی گردش آن بطوری که کوپل هم ثابت بماند باید میدان دوار در $Stator$ و $Rotor$ بگونه‌ای تولید شود که سرعت دوران هر دو میدان (ω_s) باشد.

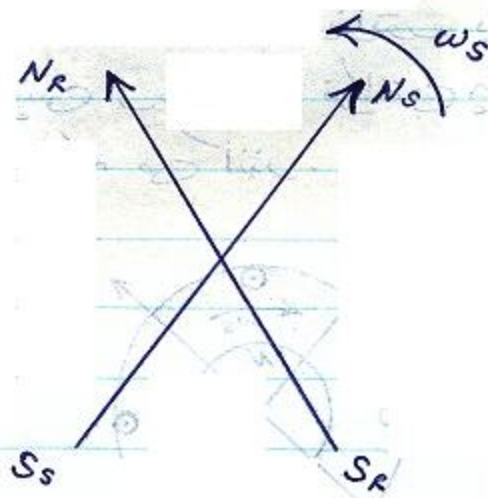
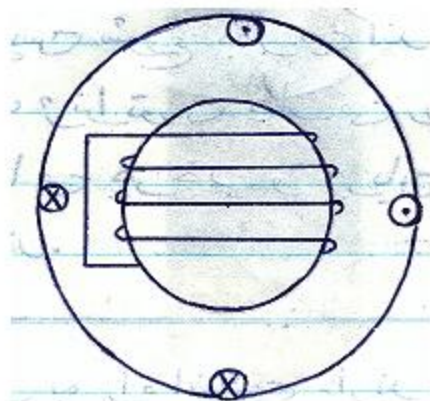
* در ماشینهای سنکرون بجای $Rotor$ آهن ربای دائمی قرار می دهند (یا سیم پیچی که از آن جریان DC می گذرد برای ماشینهای بزرگ سنکرون) و موتور را تا جایی می چرخانند که سرعت دوران آن به (ω_s) برسد. ماشین سنکرون از این پس شروع بکار می کند. ماشینهای سنکرون بیشتر در نیروگاهها و بصورت ژنراتوری بکار می روند و توسط نیروی بخار و یا آب و ($Rotor$) آنها می چرخد و جریان سه فاز با همان فرکانس : $f = \frac{\omega_s}{2\pi}$ تولید می کند.

* ماشینهای سنکرون نیاز به راه اندازی دارند. در حالت ژنراتوری راه اندازی بدین معنا است که ($Rotor$) را تا جایی بچرخانند که فرکانس آن به فرکانس شبکه برسد (چون تا قبل از آن ژنراتور بار از شبکه خواهد کشید و حکم موتور را دارد). پس از رسیدن فرکانس چرخش ژنراتور به فرکانس شبکه آن را وارد مدار شبکه می کنند.



ماشین آسنکرون (القائی) :

- * استاتور آن درست مانند ماشین سنکرون است و یک میدان دوار دارد .
 امّا (Rotor) آن متفاوت است . در (Rotor) سیم پیچی سه فاز -
 می بندیم و آن را اتصال کوتاه می کنیم . بر اثر چرخیدن میدان استاتور
 می Rotor ولتاژ سه فاز القاء می شود که اگر اتصال کوتاه باشد
 یک جریان سه فاز القائی در Rotor پدید می آید و این جریان یک
 میدان دوار در Rotor پدید می آورد .



* فرض کنید جریان القائی در Rotor دارای فرکانس ω_r باشد و سرعت چرخش محور Rotor (سرعت مکانیکی) ω_m باشد. باید توجه کرد - که سرعت میدان دوار Rotor $(\omega_r + \omega_m)$ است. دقت شود که میدان Rotor نسبت به خود Rotor با سرعت ω_r می چرخد و چون خود Rotor هم با سرعت ω_m در حال چرخش است لذا میدان دوار Rotor با سرعت $\omega_r + \omega_m$ خواهد چرخید. میتوان نشان داد که تحت - همه شرایط :

$$\omega_r = \omega_s - \omega_m$$

* یعنی مشابه ترانسفورماتوری است که Stator حکم اولیه و Rotor حکم ثانویه را دارد. اما مانند ترانسفورماتور فرکانس القائی هان ω نیست مگر این که نیرویی محور شفت را نگه دارد تا $\omega_m = 0$ شود و آنوقت مثل ترانسفورماتور سه فاز $(\omega_s = \omega_r)$ می شود.

* ω_s را سرعت سنکرون گویند. وقتی ω_r به ω_s برسد ولتاژ القائی به Rotor (D.C) می شود. لذا کوپل ثابت یکطرفه در ماشین آسنکرون تولید می شود. ماشین سه فاز القائی نیازی به راه اندازی ندارد.

ماشینهای D.C (برقی کپی) :

$\left. \begin{aligned} \text{سیم پیچی Stator} &= \text{سیم پیچی (تحریک)} \\ \text{سیم پیچی Rotor} &= \text{آرمیچر} \end{aligned} \right\}$

۱- یافتن ولتاژ القاء شده به سیم پیچ آرمیچر (e_a) ناشی از میدان سیم پیچی تحرک که خود ناشی از ω_m (جریان سیم پیچی تحرک است) می باشد برای ما مهم است :

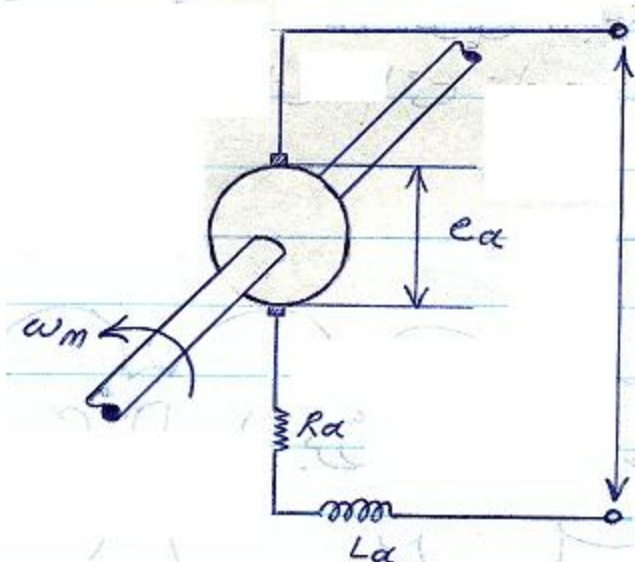
$$* \quad i_f \longrightarrow \phi$$

$$e_a = \frac{d\phi}{dt} = K \phi \frac{d\theta_m}{dt} \longrightarrow$$

$$e_a = K \phi \omega_m$$

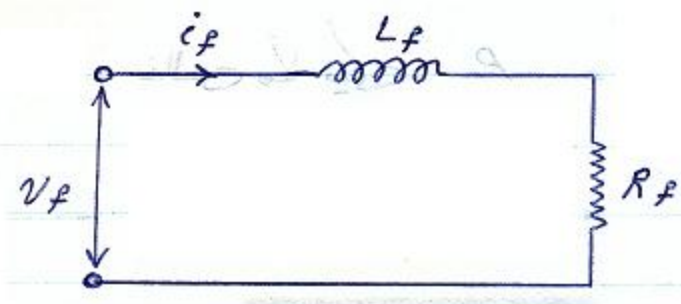
* یعنی (e_a) متناسب با شار القاء شده و سرعت دوران مکانیکی می باشد.

(مدل آرمیچر)



V_t (ولتاژ ترمینال)

(مدل Stator)



* در حالت رُزاقوری (ω_m) فرج می‌کنیم و (V_f) می‌گیریم. در حالت موتوری مدل استارت ماشین ولتاژ (V_f) را به دوسر وصل کرده و (ω_m) می‌گیریم.

مثال - ساختمان دورسنب (تاکومتر) درواقع یک رُزاقور کوچک D.C است که بدلیل کمی بار کشیده شده $e_a \approx V_f$ است و ($e_a \propto \omega_m$) است لذا به کمک آن می‌توان دور موتورهای D.C را کنترل کرد.

۴ - محاسبه (کوپل) :

الف - حالت موتوری - کوپل ناشی از توان الکتریکی است که ما به ماشین D.C داده ایم (در حالت موتوری).
($P = V_f \cdot i_a$) توان ورودی است که بخشی در مقاومت سیم پیچ آرمیچر (R_a) هدر می‌رود و اثر (L_a) در لحظات اولیه است و در حالت ماندگار که مورد بحث ما است معمولاً از (L_a) صرف نظر می‌کنیم.

$$\rho_{\text{خالصی مگنیتی}} = \rho_{\text{خالصی الکتریکی}} \longrightarrow$$

$$(e_a \cdot i_a = T \omega_m) \longrightarrow$$

$$K \phi \omega_m i_a = T \omega_m \longrightarrow$$

$$T = K \phi i_a$$

کویل داخلی

* در لحظه اول اتصال باطری چون $(\omega_m = 0)$ است لذا $(e_a = 0)$ است و مثل حالت اتصال کوتاه است لذا (i_a) ماکزیم مقدار خود را دارد. این (i_a) مقدار ماکزیم (T) را ایجاد می کند و T هم (ω_m) می سازد و ω_m هم (e_a) ایجاد می کند لذا i_a و T کاهش می یابد. اگر شفت موتور به دلایلی گیر کند $(\omega_m = 0)$ شده و $(e_a = 0)$ می شود و (i_a) مقدار Max خود را می یابد و در سیستم هم می ماند و باعث سوختن سیم پیچی می شود.

* در حالت موتوری (T) و (ω_m) جهت هستند.

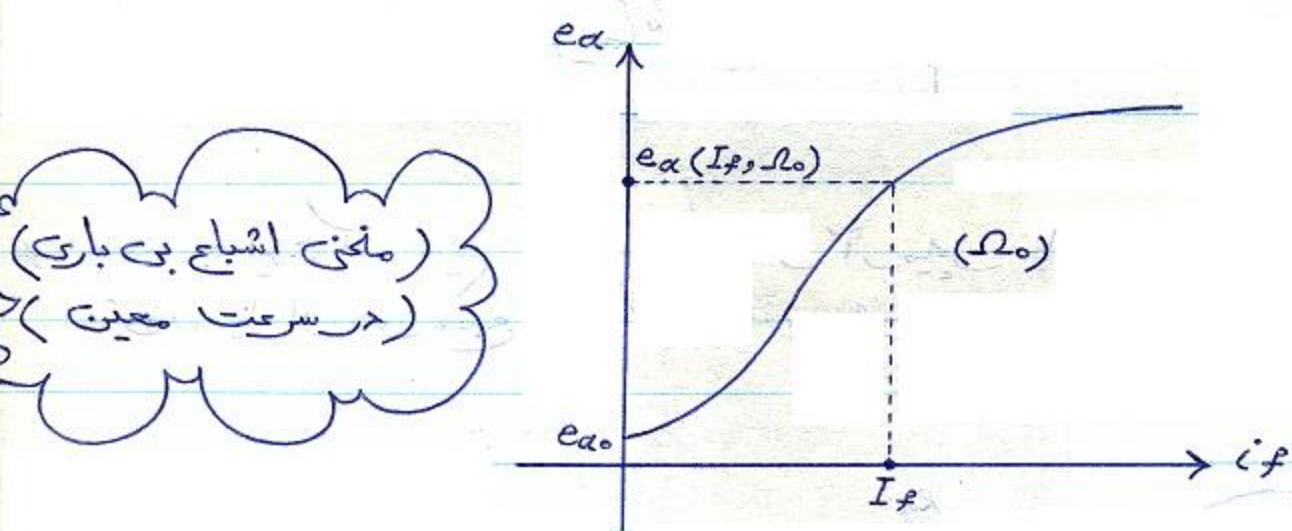
۲- حالت ژنراتوری - ما (T) خارجی صرف می کنیم که حتماً باید از (T) داخلی قویتر باشد تا شفت را بگرداند. در این حالت T داخلی و ω_m جهت نیستند بلکه T داخلی مزاحم است. در این حالت -

e_a بزرگتر از v است. توان خروجی نهائی ($i_a \cdot v$) خواهد بود (مقداری از توان تلف می شود).

آزمایش - اگر ω زیاد شود ϕ هم زیاد می شود اما چون میدان مغناطیسی اشباع می شود اگر ω از حدی بالاتر رود ϕ چندان زیاد نمی شود.

$$\begin{cases} \omega_m = \Omega_0 = \text{Const.} \\ e_a = K \phi \Omega_0 \end{cases} \rightarrow$$

* در دو سر هیچ بار الکتریکی قرار نمی دهیم (بی باری) و فقط اندازه گیری می کنیم.



(پس ماند $e_{a0} \propto$)

$$e_a = e_a(i_f, \omega_m) = K\phi(i_f)\omega_m \xrightarrow{i_f = I_f \text{ مخصوص}} \rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} e_a(I_f, \omega_m) &= K\phi(I_f)\omega_m \\ e_a(I_f, \Omega_0) &= K\phi(I_f)\Omega_0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\div} \rightarrow$$

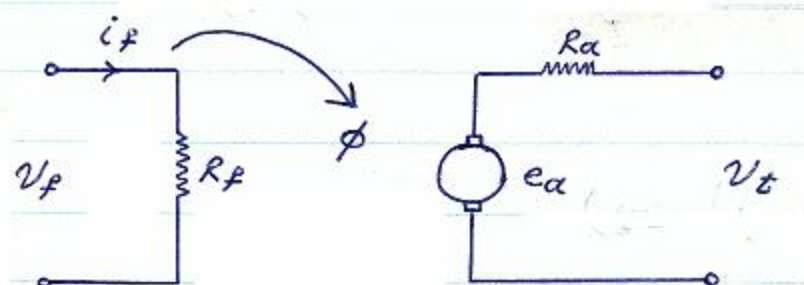
$$e_a(I_f, \omega_m) = \frac{\omega_m}{\Omega_0} e_a(I_f, \Omega_0)$$

* یعنی با فرمول فوق و نمودار داده شده می توان در هر جریان (I_f) (e_a) را برای هر (ω_m) بدست آوریم.

انواع تحریک در ماشین D.C

* بسته به این که سیم پیچ تحریک و آرمیچر با هم سری شوند، موازی شوند یا از دو منبع جداگانه تغذیه شوند سه نوع تحریک خواهیم داشت:

۱- تحریک جداگانه -



مثال - مولد جریان مستقیم . کار میسر N : ($125 V$ و $4.5 kW$)
 است . $R_a = 0.37 \Omega$ است . $\omega_{MN} = 1150 \text{ rpm}$ است . مفتاح -
 اشباع بی بار در سلیمون داده شده . رگوستای جریان تحریک -
 تنظیم شده که $(I_f = 2A)$ است . در $\omega_m = 1000 \text{ rpm}$ ، $(V_t = ?)$
 و $(I_{LN} = ?)$ است . تحریک جدا گانه است .

$$* I_L = I_a = I_{LN}$$

$$I_{LN} = \frac{4.5 \times 10^3}{125} = 36 A = I_a$$

$$* V_t = e_a - R_a I_a$$

$$e_a(2, 1000) = \frac{1000}{1150} \times e_a(2, 1150)$$

از منحنی : $126 V$

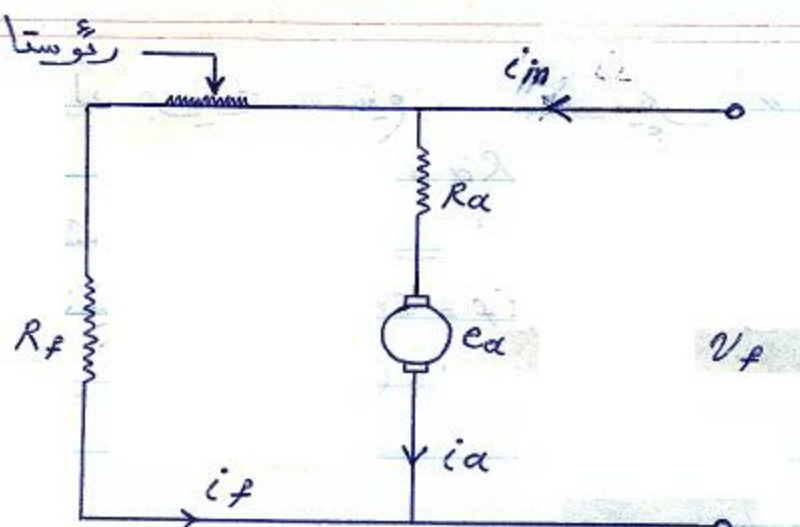
$$e(2, 1000) = \frac{1000}{1150} \times 126 = 109 V$$

$$* V(t) = 109 - (36 \times 0.37) = 96 V$$

$$P_{خوبی} = 36 \times 96 W$$

* تلفات هواره جزء توان ورودی محسوب می شود .

۲- تحریک شنت (موازی) :



$$i_{in} = i_a + i_f$$

مثال - موتور شنت : $P_N = 15 \text{ kW}$ و $V_N = 230 \text{ V}$
 $N = 115 \Omega$ مقاومت کل تحریک شنت
 $N = 1 \Omega$ مقاومت آرمیچر
 $N = 1300 \text{ W}$ تلفات مکانیکی و رخنه

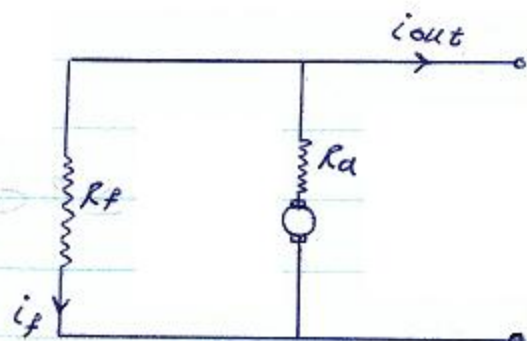
* مقادیر زیر را در بار نامی بیابید :

$i_f = ?$ و $i_L = ?$
 $i_a = ?$ و تلفات $P = ?$
 $\eta = ?$

$$* i_f = \frac{230}{115} = 2 \text{ A}$$

$$* i_L = i_{in} = \frac{15 \times 10^3}{230} = 65.2 \text{ A}$$

$$* i_a = 2 + 65.2 = 67.2 \text{ A}$$



P_N : توان نامی (خروجی)

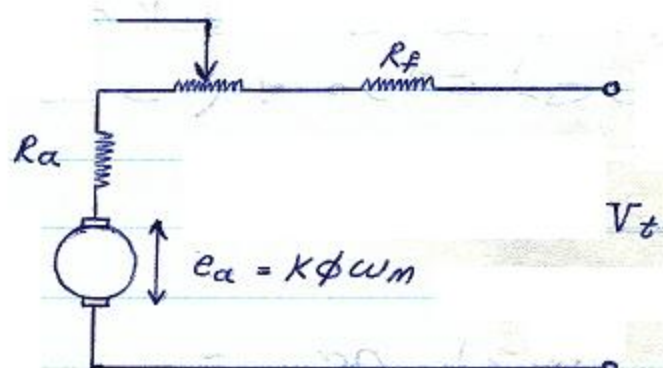
* تلفات مدار تحریک و آرمیچر $P = R_f i_f^2 + R_a i_a^2 = 4976 \text{ W}$

* $\eta = \frac{15000}{15000 + 1300 + 4976} \times 100\% = 70.5\%$

جمع ۱-۱۰ (کلاس جبرانی)

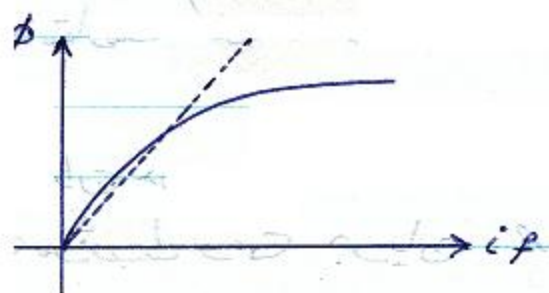
مسائل : 22, 14, 11, 5, 16.2 P

ادامه بحث موتورهای D.C



* تحریک سری :

(حالت موتوری)



$$\phi(i_f) = K_1 i_f \quad (I)$$

$$i_a = i_f = i_i$$

$$T = K \phi i_a \xrightarrow{I} T = K K_1 i_f i_a$$

در حالت سری

$$T = K_2 i^2$$

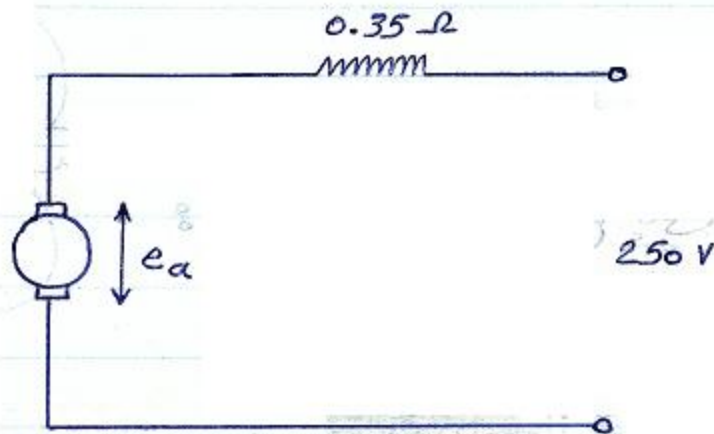
نتیجه فوق با فرض تقریب خطی بودن نمودار اشباع در حالت سری درست آمد. فرمول بالا با توجه به توان دفع جریان نشان می دهد که T همواره (+) است و این بدین معناست که موتورهای DC که بصورت سری بسته شوند می توانند با جریان AC هم کار کنند و دو منظره شوند. این نوع موتورها را (موتور اونیورسال) گویند. راندهای آن را در حالتی - که با AC کار می کنند می توان با تداپیری (موتور کردن هسته روتور و استاتور و...) به حد اقتصادی رسانند.

مثال - موتور DC با تحریک سری مشخصات ذیل را دارد :

$$(0.35 \Omega = \text{مقاومت کل} \text{ و } 600 \text{ rpm} \text{ و } 50 \text{ A} \text{ و } 250 \text{ V})$$

اگر شار میدان در 15 A نصف شار آن در 50 A باشد ،
سرعت این موتور را وقتی جریان 15 A از منبع 250 V -

کشیده شود و بدست آورید.



$$* \quad e_{a1} = V_t - Ri = 250 - (0.35 \times 50) \rightarrow$$

$$e_{a1} = 232.5 \text{ V}$$

در حالت اول

$$e_{a1} = K\phi_1 \omega_{m1} = K\phi_1 \times 600 \times \frac{2\pi}{60} \quad (1)$$

$$e_{a2} = 250 - (0.35)(15) = 244.75 \text{ V}$$

$$e_{a2} = K\phi_2 \omega_{m2} \quad (2)$$

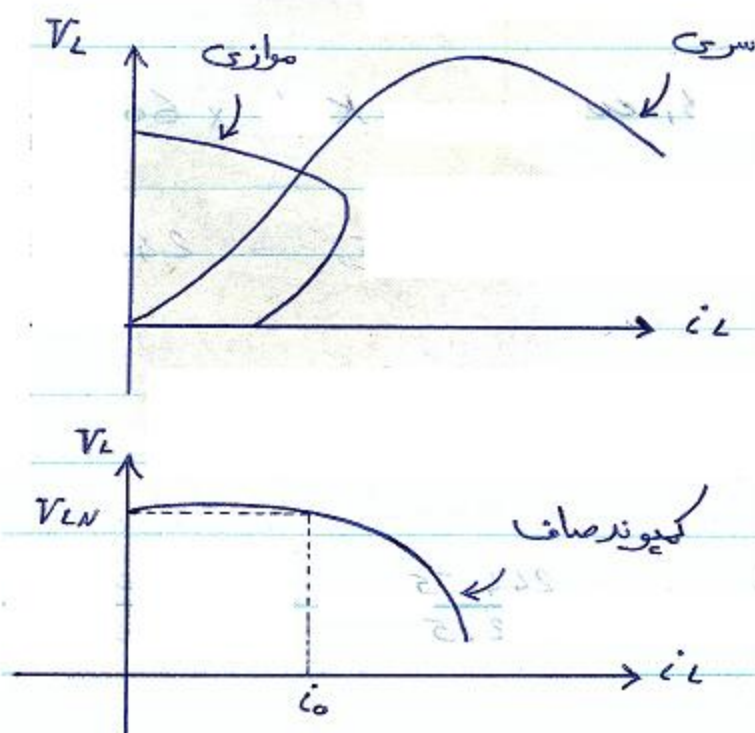
$$(2) \div (1) \rightarrow \frac{244.75}{232.5} = \frac{K\phi_2 \omega_{m2}}{K\phi_1 \omega_{m1}} = \frac{1/2 K\phi_1 \omega_{m2}}{K\phi_1 \omega_{m1}}$$

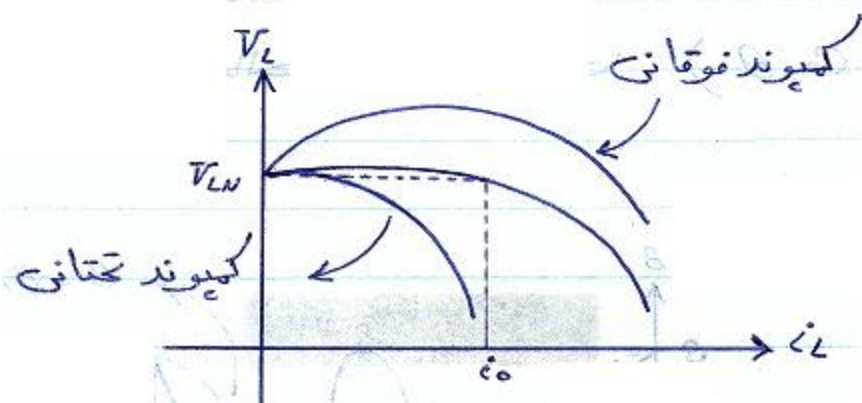
$$\omega_{m2} = \frac{244.75}{232.5} \times 2\omega_{m1} = 1263 \text{ rpm}$$

تحرک مختلط
Compound

قسمتی از سیع پیچی تحرک را با قسمتی از سیع پیچی آر میجر سری می کنند و قسمتی را موازی می کنند. چون حالت - سری و موازی هر کدام مزایایی دارد و با ترکیب متناسب آن‌ها می توان از مزایای هر دو بهره برد. این عمل اغلب در حالت - ژنراتوری استفاده می شود.

در حالت ژنراتوری :





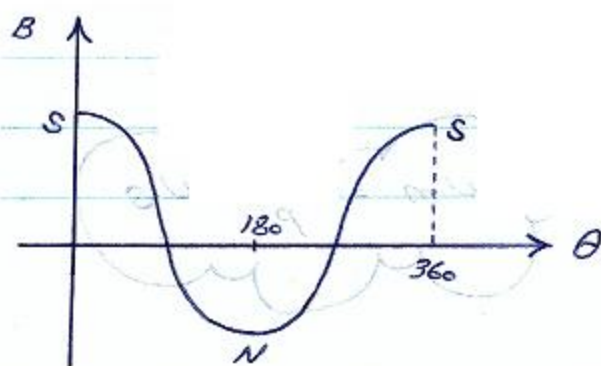
* کمپوند صاف بهترین حالت است (تا حدود جریان s_0 ولتاژ منبع ما تقریباً ثابت می ماند). اگر بیشتر سری کنیم کمپوند فوقانی و اگر بیشتر موازی کنیم کمپوند تحتانی می شود.

* در تحریک جداگانه اگر دو سرآرمیچر را برعکس کنیم جهت پر خش عکس خواهد شد (چون جهت جریان ۲ میچرو استاتور عکس می شود). در حالت سری و شنت چون تخصیص جهت جریان Rotor و Stator با هم انجام می شود این عمل اتفاق نخواهد افتاد.

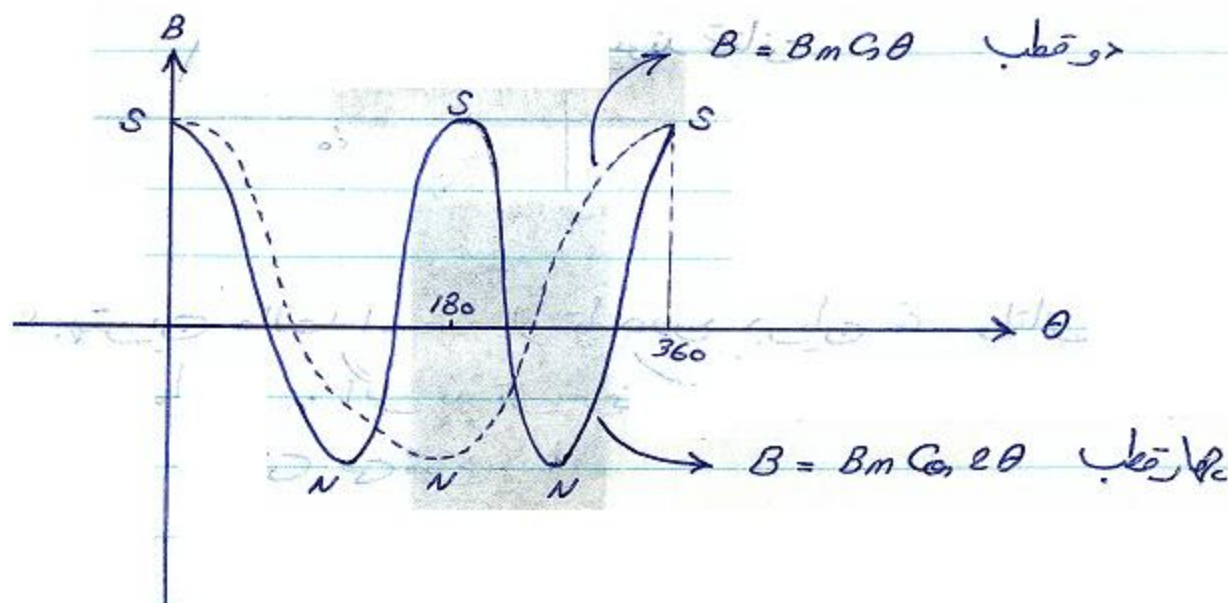
موتورهای القائی سه فاز

$$\omega_s = \omega_r + \omega_m$$

* در حالت دو قطب :



نمودار فوق توزیع شار در حالت دو قطب است ($B = B_m \cos \theta$)



پس در حالت P قطب
(P جواره + است)

$$B = B_m \cos \left(\frac{P}{2} \theta \right)$$

$$B \text{ (کل دوار)} = B_m \cos \left(\omega_s t - \frac{P}{2} \theta \right)$$

$$\omega_s t - \frac{P}{2} \theta = 0$$

→

$$\theta = \frac{2}{P} \omega_s t$$

سرعت سنکرون و سرعت میدان
دوار استاتور

→

$$\omega_m = \frac{2}{P} \omega_s$$

در ماشین القائی :

$$\omega_m = \frac{2}{p} (\omega_s - \omega_r)$$

سرعت میدان دوار روتور نسبت به استاتور ω_s ، سرعت میدان دوار استاتور نسبت به خود روتور ω_r

مثال - ماشین القائی سه فاز با مشخصات زیر داریم :

60 Hz ، سرعت در بار نامی 840 rpm ، سرعت در بی باری 900 rpm

- | | |
|---|---|
| الف - تعداد قطبها
ب - فرکانس جریان القائی به Rotor در بار کامل
ج - سرعت گردش میدان Rotor در بار کامل (۱- نسبت به خود Rotor ، ۲- نسبت به Stator) | } |
|---|---|

(الف)

$$900 \text{ rpm} = \text{سرعت سنکرون} = \frac{2}{p} \omega_s$$

$$\omega_s = 60 \times 2\pi = 120\pi \text{ rad/s} = 3600 \text{ rpm}$$

$$900 = \frac{2}{p} \times 3600 \rightarrow \boxed{p = 8}$$

* در ماشین القایی Max سرعت و سرعت سنکرون است.

(ب) $840 \text{ rpm} = \frac{2}{8} (3600 - n_r) \rightarrow$

$$n_r = 240 \text{ rpm}$$

$$f_r = \frac{240}{60} = 40 \text{ Hz}$$

(ج - ۱) $n_r = 240 \times \frac{2}{8} \text{ rpm} = 60$ (نسبت به خود Rotor)

(ج - ۲) نکته: $(840 + 60 = 900)$ 900 rpm

* چون هم استاتور و هم روتور باید نسبت به ناظر خارجی با سرعت سنکرون بچرخند پس سرعت میدان دوار - Rotor نسبت به Stator (ناظر خارجی) همان سرعت سنکرون 900 rpm است.

لغزش در موتورهای القایی (۲)

$$s = \frac{\omega_r}{\omega_s}$$

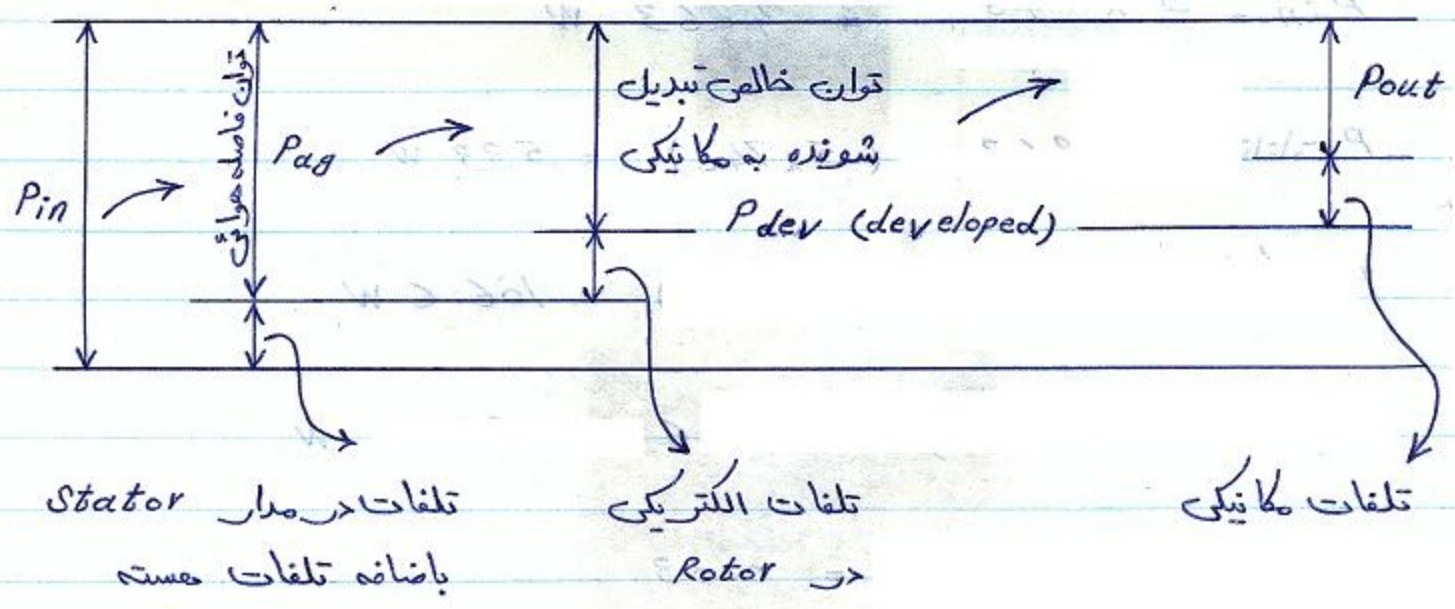
در حالت موتوری همواره $(1 \leq s)$ است.

$$* \quad S = \frac{\frac{2}{p} \omega_s - \omega_m}{\frac{2}{p} \omega_s}$$

سرعت سنکرون

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{موتور ایستاده} \quad \xrightarrow{\tau_a} \quad \omega_m = \frac{2}{p} \omega_s \\ (\omega_m = 0) \\ S = 1 \quad \xrightarrow{\tau_a} \quad S = 0 \end{array} \right.$$

بحث توان :



$$P_{dev} = T_{dev} \omega_m$$

$$P_{ag} = \underbrace{(1-s) P_{ag}}_{P_{dev}} + \underbrace{s P_{ag}}_{\text{تلفات در مدار Rotor}}$$

اگر از تلفات استاتور و تلفات مکانیکی صرف نظر شویم:

$$\eta_{max} = \frac{P_{dev}}{P_{ag}} = 1 - s$$

مثال - موتور با مشخصات بار نامی (60Hz, 5hp, 1740 rpm) و $\eta = 87.5\%$ و تلفات مکانیکی = 20% کل تلفات و $P=4$ توان ورودی چقدر است؟ (در بار کامل) و لغزش در بار کامل؟ P_{ag} در بار کامل؟

$$* P_{in} = \frac{5 \times 746}{0.875} = 4263 \text{ W}$$

$$P_{\text{تلفات}} = 4263 - (5 \times 746) = 533 \text{ W}$$

$$P_{\text{تلفات مکانیکی}} = 20\% (533) = 106.6 \text{ W}$$

$$P_{dev} = (5 \times 746) + 106.6 = 3837 \text{ W}$$

$$* s = \frac{1800 - 1740}{1800} = 0.03$$

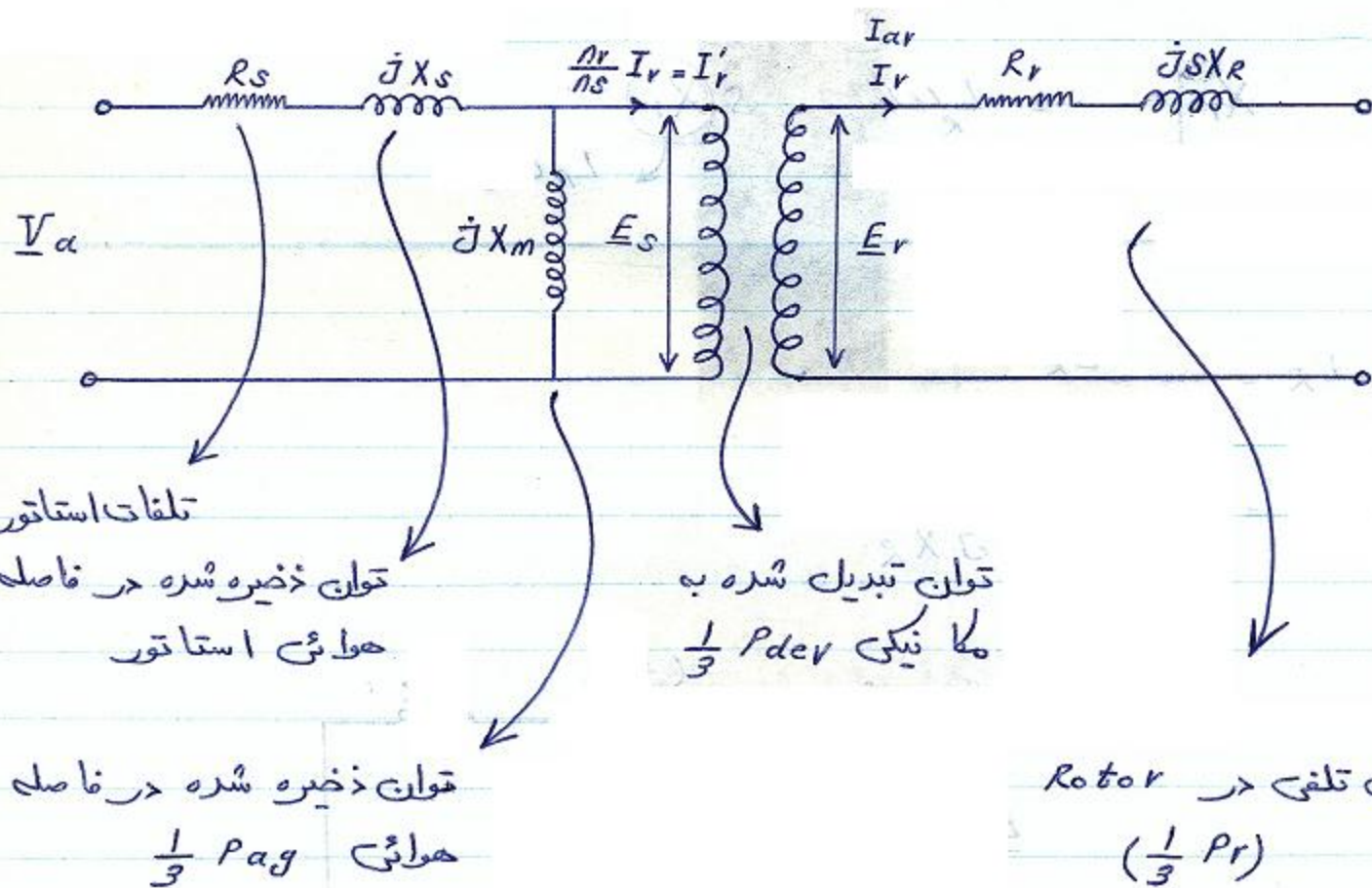
$$P_{dev} = (1-s) P_{ag} \longrightarrow P_{ag} = \frac{1}{1-s} P_{dev}$$

$$* P_{ag} = \frac{1}{1-0.03} \times 3837 = 3969 \text{ W}$$

$$P_R \text{ تلفات } \rightarrow \text{ روتور} = 5 \times 3969 = 132 \text{ W}$$

$$\eta_{max} = 96\%$$

مدار معادل موتور القای سه فاز :



$$P_{ag} = P_{dv} + P_R$$

* مدار فوق برای یک فاز ربع شده و لذا $(\frac{1}{3})$ ظاهر شده است.

$$\frac{E_s}{E_r} = \frac{n_s}{n_r} \rightarrow$$

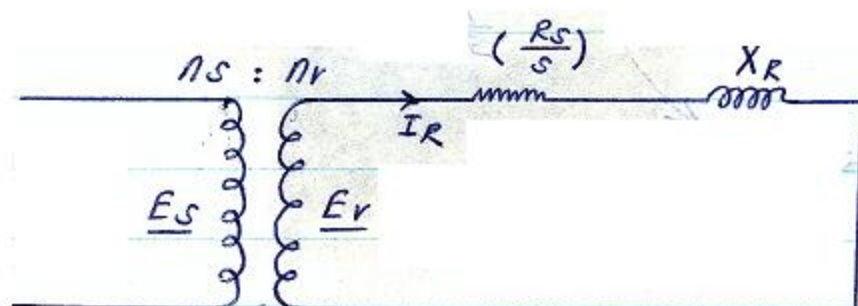
$$E_r = S \frac{n_r}{n_s} E_s$$

* درست است (X) بر حسب ω_r حساب شده و درست چپ
بر حسب ω_s و چون $\omega_r = S \omega_s$ پس

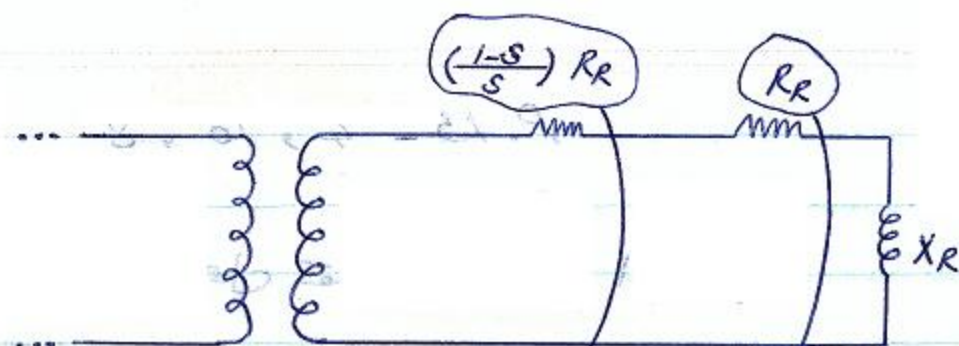
$$X_r \Big|_{\omega_r} = L_r \omega_r = S \underbrace{(X_r)}_{L_r \omega_s}$$

$$I_R = \frac{E_R}{R_R + j S X_R}$$

$$I_R = \frac{E_R / S}{R_R / S + j X_R}$$



$$\frac{E_s}{E_r/s} = \frac{n_s}{n_r}$$

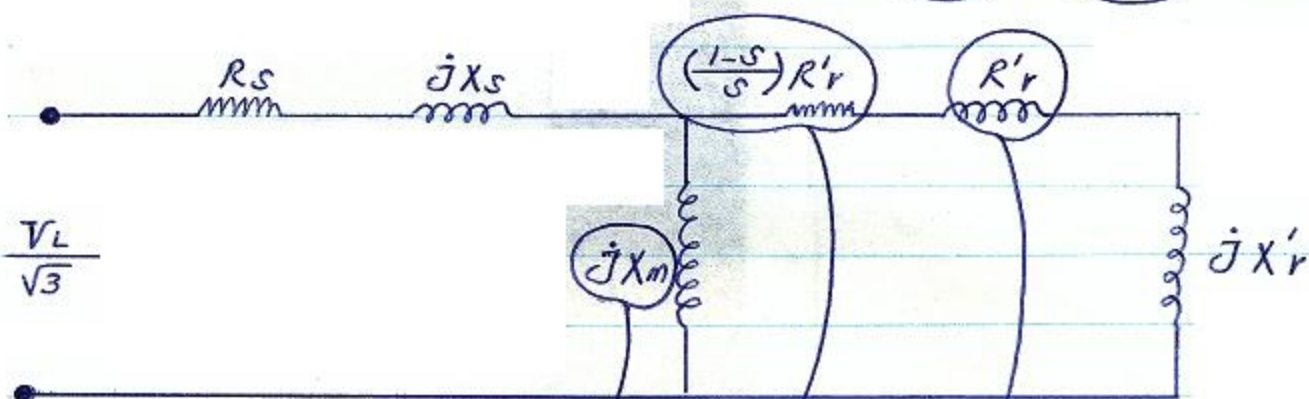


نمایند توان خالص تبدیل شده به مکانیکی P_{dev}

«توان تلفی در Rotor»

حالت نهائی ساده شده :

$$V_a = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$$



(نمایند P_{ag})

(نمایند P_{dev})

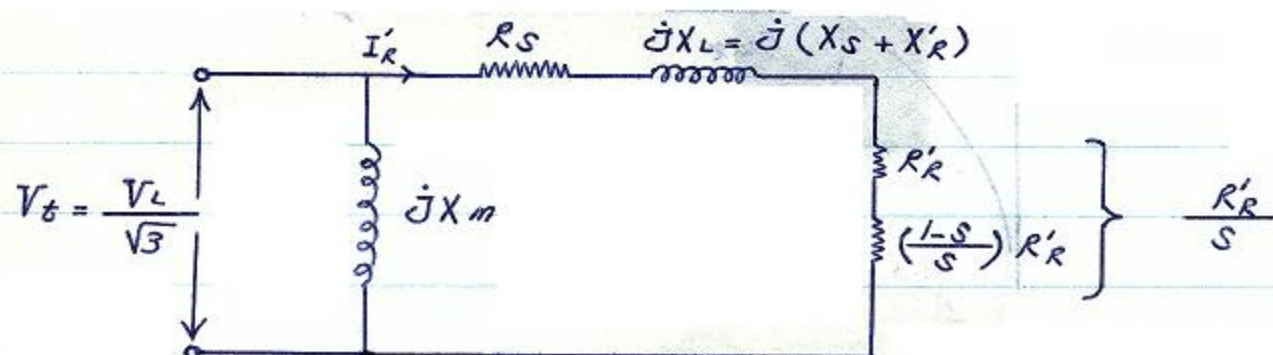
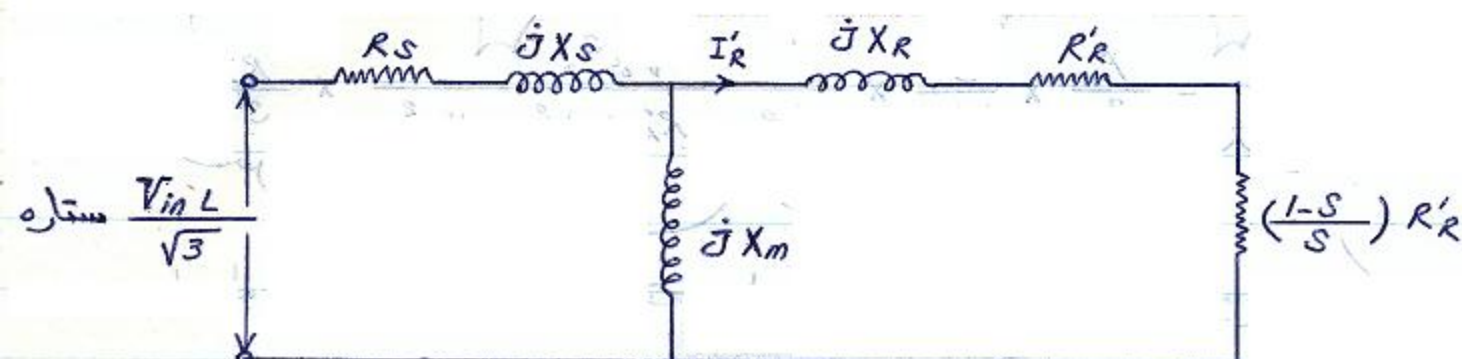
(نمایند P_R تلفی)

$$\begin{cases} X'_r = \left(\frac{n_s}{n_r}\right)^2 X_r \\ R'_r = \left(\frac{n_s}{n_r}\right)^2 R_r \end{cases}$$

$V_a = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$ با فرضی ستاره بدست آمده اما با فرضی مثلث هم فرق می خواهد کرد.

مسائل - 8، 10، 4 - P. 15

(در مسئله 4 نقطه کار حل تقاطع دو دایره است.)



توان تلفات مسی Rotor : $P = R'_r I'^2_r$

توان تبدیل شده به مکانیکی : $P_{dev} = \left(\frac{1-s}{s}\right) R'_r I'^2_r$

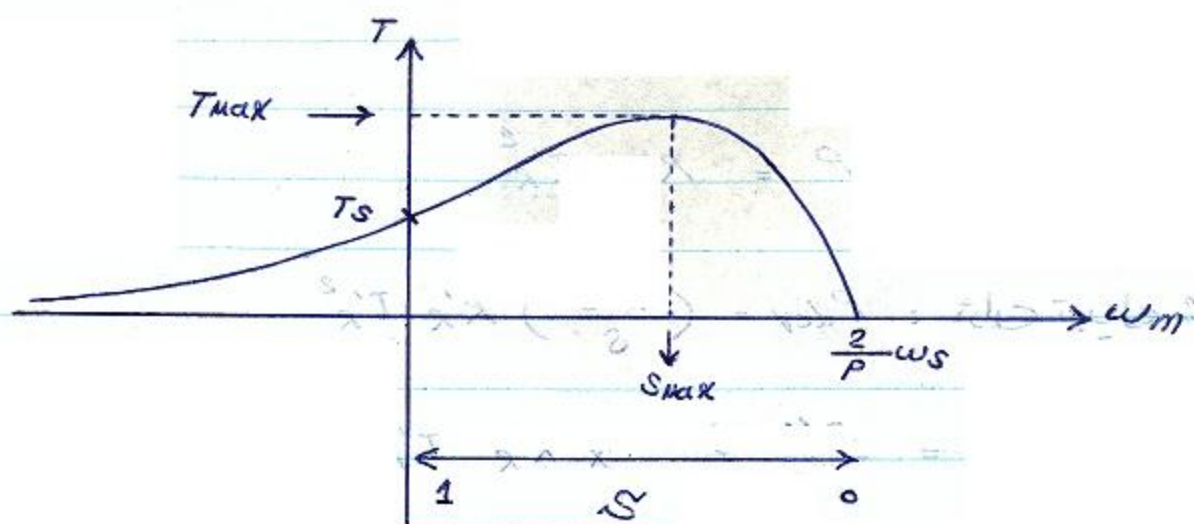
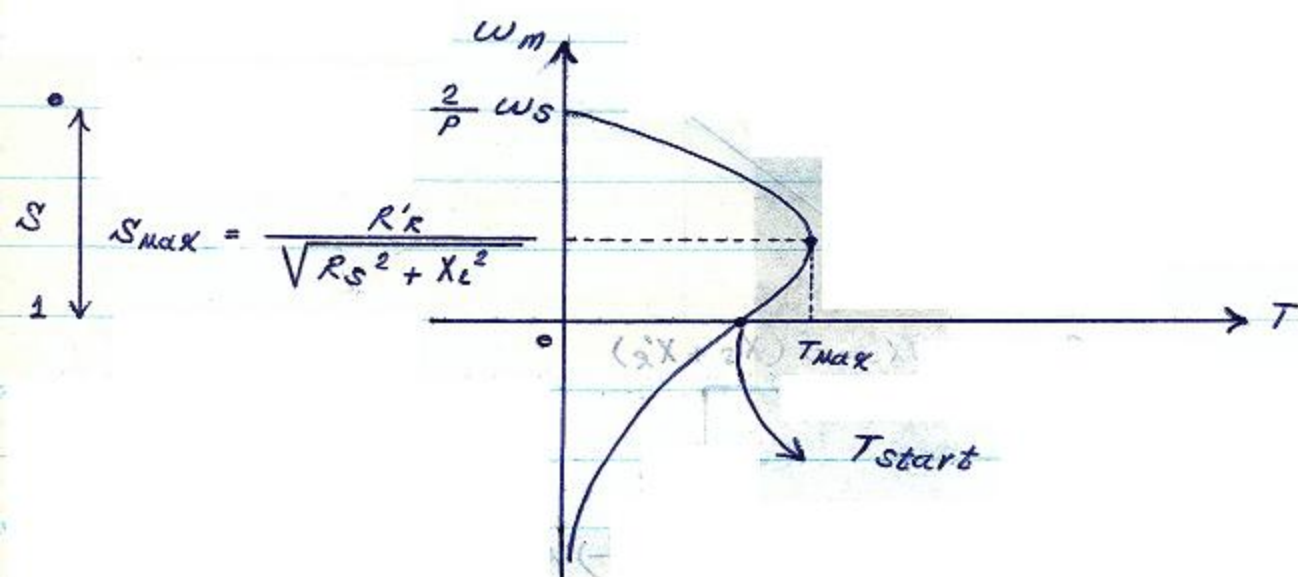
$T_{dev} = \frac{3P_{dev}}{\omega_m} = \frac{3(1-s)}{s\omega_m} \times R'_r I'^2_r$

$I'_r = \frac{V_t}{\sqrt{(R_s + R'_r/s)^2 + X_L^2}}$

$$T_{dev} = \frac{P}{2} \times \frac{3}{\omega_s} \times \frac{V_t^2}{(R_s + R'_r/s)^2 + X_L^2} \times \frac{R'_r}{s}$$

* در رابطه فوق تنها (s) متغیر است و با (ω_s) تغییری کند.

$$\left(s = \frac{\frac{2}{P} \omega_s - \omega_m}{\frac{2}{P} \omega_s} \right)$$



$$* T_s = \frac{2}{p} \times \frac{3}{\omega_s} \times \frac{R'_R V_t^2}{(R_s + R'_R)^2 + X_L^2} = K_1 V_t^2$$

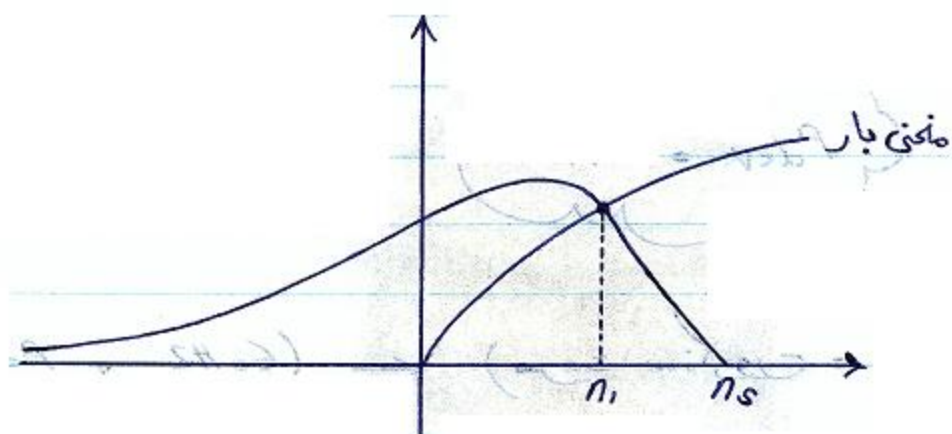
$$\omega_s = \text{cte}$$

$$R'_R = \text{cte}$$

$$* S_{\max} = \frac{R'_R}{\sqrt{R_s^2 + X_L^2}} \rightarrow$$

$$* T_{\max} = \frac{p}{4} \times \frac{3}{\omega_s} \times \frac{V_t^2}{\sqrt{R_s^2 + X_L^2 + R_s}} = K_2 V_t^2$$

$$\omega_s = \text{cte}$$



$$S = \frac{n_s - n_1}{n_s}$$

مثال 2- موتور القابض سه فاز دو قطب (60Hz ، 110V ، P=2)

$$\begin{cases} R_S = 0.22 \Omega \\ R'_R = 0.42 \Omega \\ X_L = 1.6 \Omega \\ X_m = 34 \Omega \end{cases}$$

الف - قدرت مکانیکی تولیدی در سرعت 3500 RPM :

$$s = \frac{3600 - 3500}{3600} = \frac{1}{36}$$

$$I'_R = \frac{110/\sqrt{3}}{(0.22 + \frac{0.42}{1/36} + j 1.6)} = 4.1 \angle -6^\circ$$

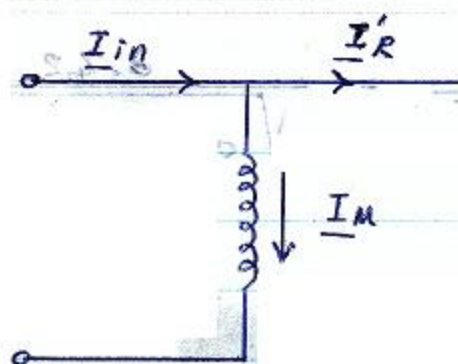
$$P_{dev} = 3 \times R'_R \left(\frac{1-s}{s} \right) I_R'^2 = 3 \times 0.42 \times \left(\frac{1-1/36}{1/36} \right) \times 4.1^2$$

$$P_{dev} = 741 \text{ W}$$

* چون (P=2 و 60Hz) ← (سرعت سنکرون = 3600)
* 110V ولتاژ خط است.

ب - توان ورودی و ضریب توان ورودی :

$$\underline{I}_{in} = \underline{I}_m + \underline{I}'_R$$



$$* \quad \underline{I}_{in} = \frac{110/\sqrt{3}}{jX_m} + 4.1 \angle -6^\circ$$

$$* \quad \underline{I}_{in} = 1.87 \angle -90^\circ + 4.1 \angle -6^\circ = 4.68 \angle -30^\circ$$

$$\text{ضریب توان} = \cos(-30^\circ) = 0.87$$

$$\text{توان ورودی} = 3 \times \frac{V_L}{\sqrt{3}} \times \underline{I}_{in} \times \cos \phi$$

$\uparrow$
 V_P

$\uparrow$
 I_P

$$= 3 \times \frac{110}{\sqrt{3}} \times 4.68 \times 0.87 = 777 \text{ W}$$

ج - گشتاور Max (شکست) را بیابید و بگویید در چه سرعتی رخ می دهد ؟

$$S_{\max} = \frac{R'_R}{\sqrt{R_S^2 + X_L^2}} = \frac{0.42}{\sqrt{0.22^2 + 1.6^2}} = 0.26$$

$$S_{\max} = \frac{3600 - n_{T\max}}{3600} = 0.26 \rightarrow$$

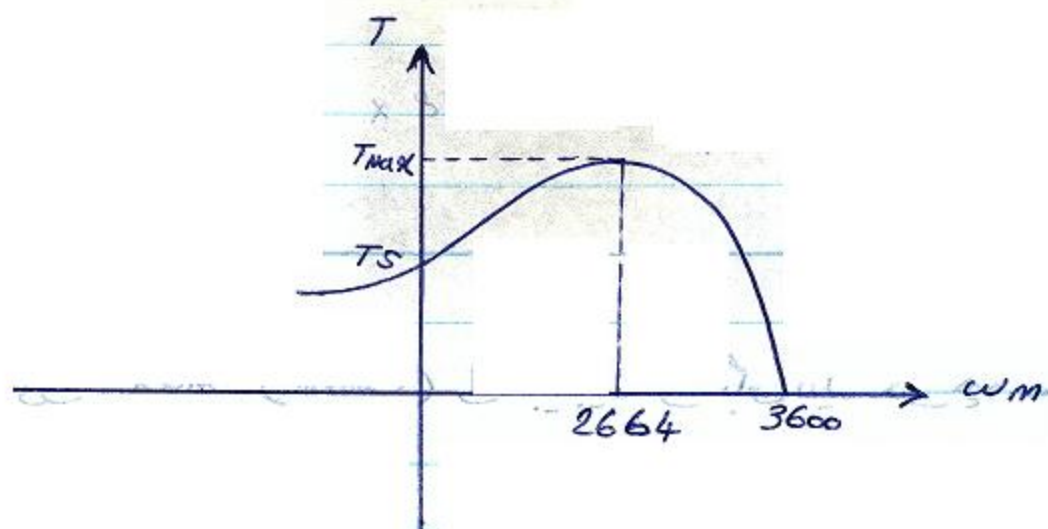
$$n_{T\max} = 2664 \text{ rpm}$$

$$T_{\max} = \frac{3}{120R} \times \frac{2}{4} \times \frac{(110/\sqrt{3})^2}{\sqrt{(0.22)^2 + (1.6)^2 + 0.22}} = 8.75 \text{ N.m}$$

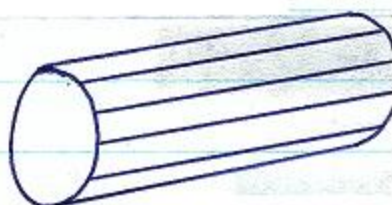
→ گشتاور راه انداز را بیابید.

$$T_S = \frac{3}{120R} \times \frac{2}{2} \times \frac{0.42 (110/\sqrt{3})^2}{(0.22 + 0.42)^2 + 1.6^2} = 4.54 \text{ N.m}$$

$$S = 1 \rightarrow n_{T_S} = 0$$

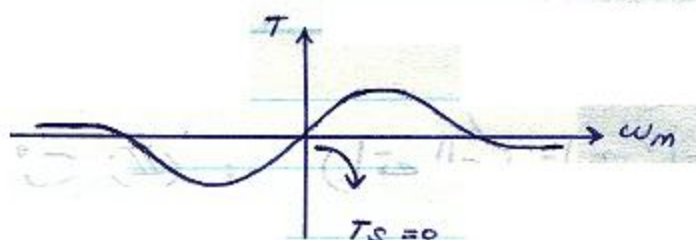


ماشین القاعی قفس سنجابی



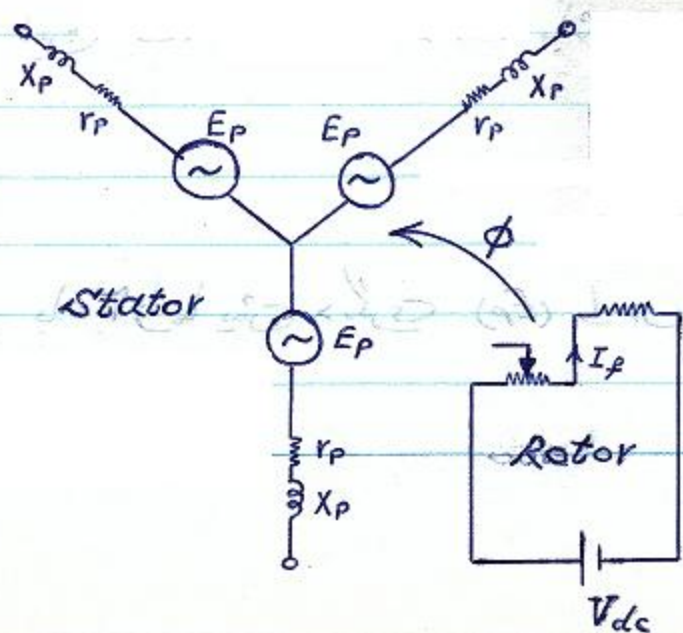
* این گونه روتورها
سیم پایی ندارند
و دارای یکسری
شیارهای هادی هستند.

* اکثر لوازم خانگی موتورهای تک فاز القاعی دارند که نیاز به راه اندازی دارند و روشهای راه اندازی بصورت زیر است :



- ۱ - خازنی
- ۲ - سیم پیچ کلکی
- ۳ - قطب شکافدار

رژیم موتور سنکرون :

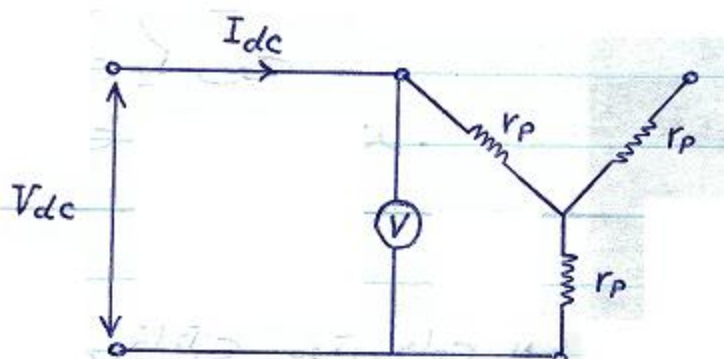


$$\omega_m = \frac{2}{p} \omega_s$$

$$Z_p = \sqrt{r_p^2 + X_p^2}$$

امپدانس سنکرون

* آزمایش (I) :



$$\frac{V_{dc}}{I_{dc}} = 2r_p \rightarrow r_p$$

* آزمایش (II) : (اتصال کوتاه ژنراتور سنکرون)

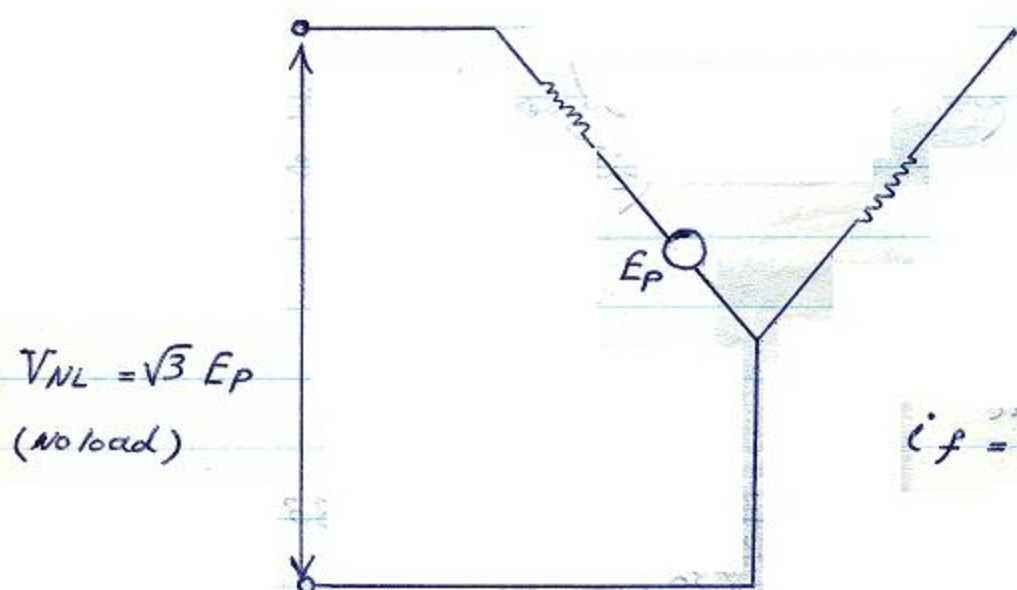
* برای نسوختن سیم پیچها ابتدا به کمک رُئوسا (I_p) را از ۵ شروع می کنند و کم کم I_p را زیاد می کنند تا (I_{sc}) مقدار قابل توجهی مثلاً جریان نامی شود. ۲ نگاه I_p و I_{sc} را یادداشت می کنیم. اگر در این لحظه (E_p) را داشته باشیم :

$$(Z_p = \frac{E_p}{I_{sc}})$$



* با آزمایش دیگری (E_p) را در حالت فوق اندازه می گیریم.

* آزمایش (III) : (آزمایش بی بار)



آزمایش قبل $I_f = I_f$

$$Z_p = \frac{\frac{V_{NL}}{\sqrt{3}}}{I_{sc}}$$

مثال - رزاقور سنگرون :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ولتاژ نامی ترمینال (ولتاژ خط)} = 230 \text{ V} \\ \text{توان نامی} = 30 \text{ KVA} \\ \text{نوع اتصال} : \Delta \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{آزمایش اتصال کوتاه} - I_f = 23 \text{ A} \text{ و } I_L = \text{جریان نامی} \\ \text{آزمایش بی بار} - V = 63 \text{ V} \text{ و } I_f = 23 \text{ A} \\ \text{آزمایش مقاومت} - V_{dc} = 3.6 \text{ V} \rightarrow I_{dc} = 28 \text{ A} \end{array} \right.$$

* مقاومت، راکتانس و امپدانس هر فاز را بیابید.



توجه - با فرضی ستاره هم کارها را انجام می دهیم و بعد جوابها را برای مثلث تبدیل می کنیم :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_p = \frac{1}{2} \frac{V_{dc}}{I_{dc}} = 0.0643 \, \Omega \\ z_p = \frac{63/\sqrt{3}}{I_{Ln}} = \frac{63/\sqrt{3}}{\frac{30 \times 10^3}{\sqrt{3} \cdot 230}} = 0.483 \, \Omega \\ x_p = \sqrt{z_p^2 - r_p^2} = 0.479 \, \Omega \end{array} \right.$$



* پس اعداد بدست آمده را ضرب ببر (3) می کنیم تا جوابهای مسئله حاصل شود.