

١٦ - فد البر ٨ - ٩٩

دسة سم

$$^4\sqrt{12+6\sqrt{3}} \times \sqrt{3-\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt[4]{12+6\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{(3-\sqrt{3})^2} = \sqrt[4]{(12+6\sqrt{3})(12-6\sqrt{3})}$$

$$= \sqrt[4]{144 - (6\sqrt{3})^2} = \sqrt[4]{144 - 108} = \sqrt[4]{36} = \sqrt{6}$$

۱۷ - فزائله - ۸ - ۹۹
دسته ۳۳

$$A = \{a \mid \sqrt{a} \in \mathbb{N}, \sqrt{a} < 8\}$$

$$B = \{x^2 \mid x = -1, -2, -3, \dots\}$$

$$A \cap B' = ?$$

$$A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$$

$$B = \{1, 4, 9, \dots\}$$

$$B' = \mathbb{R} - B = \text{تمام اعداد غیر از آنچه در } B \text{ است.}$$

باتوجه به اینکه تمام اعضای A در B است. لذا $A \subset B$ است. همچنین اشتدالی ندارد.

$$A \cap B' = A - B = \emptyset$$

۱۸ - فرد البر - ۸ - ۹۹
دسته نام

$$a_2 = d$$

$$\frac{a_{13}}{a_6} = ?$$

$$a_1, a_2, a_3 \Rightarrow a_1, a_1 + d, a_1 + 2d$$

$$a_1 + d = d \Rightarrow a_1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a_{13}}{a_6} = \frac{a_1 + 12d}{a_1 + 5d} = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$y = 1 + |3x - 1| \quad [0, 1]$$

طول قسمتی از منحنی در بازه فوق به

راه اول: استفاده از فرمول

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

$$\frac{dy}{dx} = 3 \Rightarrow L = \int_0^1 \sqrt{1 + 3^2} dx = \sqrt{10} x \Big|_0^1$$

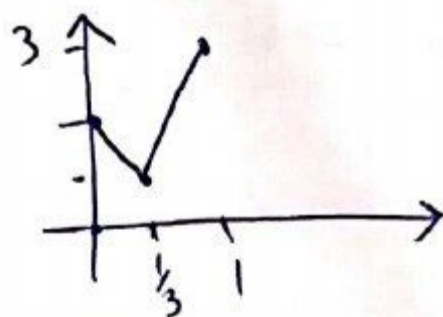
$$\sqrt{10} \cdot 1 + c - \sqrt{10} \cdot 0 - c = \sqrt{10}$$

راه دوم:

$$3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$y = \begin{cases} 1 + (3x - 1) & x > \frac{1}{3} \\ 1 - (3x - 1) & x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} 3x & x > \frac{1}{3} \\ -3x + 2 & x \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow y_1 = 2 \\ x_2 = \frac{1}{3} \rightarrow y_2 = 1 \\ x_3 = 1 \rightarrow y_3 = 3 \end{cases}$$



$$d_{\text{طول}} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} + \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2} = \sqrt{\frac{10}{9}} + \sqrt{\frac{40}{9}} = \sqrt{10}$$

۲۰- فردا ۸-۹۹

دسته سوم

$$2x + 3a = 60$$

بیشترین مقدار $y = ax + 200$ کدام است؟

$$a = \frac{60 - 2x}{3} = 20 - \frac{2}{3}x$$

$$y = (20 - \frac{2}{3}x)x + 200 = 20x - \frac{2}{3}x^2 + 200$$

$$y' = -\frac{4}{3}x + 20 \quad \xrightarrow{y'=0} \quad -\frac{4}{3}x + 20 = 0 \rightarrow x = \frac{60}{4} = 15$$

$$y = 20 \times 15 - \frac{2}{3} \times 15^2 + 200 = 350$$

21 - فرائض - 8 - 99
دست نام

$$x^4 + ax^2 + 4 = (x^2 - 2)ab + 6 \quad (1)$$

$$\frac{x^4 + ax^2 + 4}{x + 2} = ?$$

$$x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x^4 + ax^2 + 4 = (x^2 - 2)b + 6$$

مقدار $x^2 = 2$ ل در معادله (1) قرار می دهیم و مقدار a را می یابیم.

$$(2)^2 + 2a + 4 = 6 \Rightarrow 2a = -2 \rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow x^4 - x^2 + 4 \quad (2)$$

حال مقدار $x = -2$ ل در معادله (2) قرار می دهیم:

$$(-2)^4 - (-2)^2 + 4 = 2^4 - 4 + 4 = 16$$

22 - فروردین ۹۹

دسته ششم

$$\frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 2}}{x - 2} = -1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = 2 - x \xrightarrow[\text{بهرایمانیم}]{\text{به توان 2}} 2x^2 - 5x + 2 = 4 - 4x + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

لذا این دو ریشه منفی دارد.

23 - فروردین ۹۹

دسته هفتم

$$R = \{(7, -1), (8, -1), (7, 4)\}$$

همه تعداد زیر مجموعه‌های این رابطه R تابع هستند.

نکته: تکی زیر مجموعه هر مجموعه‌ای هست و در ضمن تکی تابع می‌باشد (چون به ازای

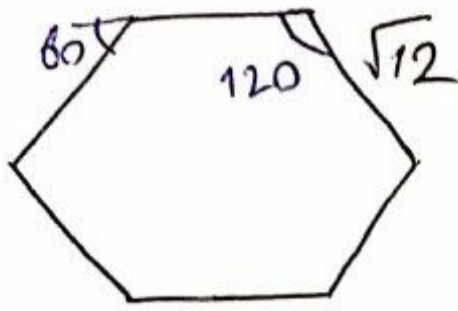
هر ورودی، هیچ خروجی می‌دهد).

تعریف تابع: به ازای هر ورودی یک خروجی متمم حاصل شود. لذا $(7, -1)$ و $(7, 4)$ نمی‌توانند با هم در نظر گرفته شوند.

$\{ (7, -1) \}$	} ۳ عضو: ۰	} ۱: ۴	} ۳ + ۲ + ۱ = ۶	} تعداد زیر مجموعه‌های R که تابع باشند =	$2^3 = 8$
$\{ (8, -1) \}$					
$\{ (7, -1), (8, -1) \}$					
$\{ (8, -1), (7, 4) \}$					

24 - فرانس 8 - 99

دست نام:



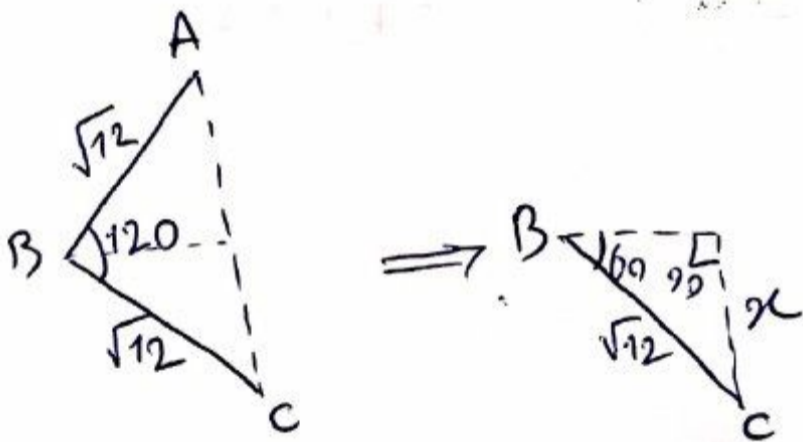
6 ضلعی منتظم

$\frac{S \text{ ضلعی منتظم}}{\text{کوچکترین قطعہ ضلعی}} = ?$

$$S \text{ ضلعی منتظم} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

a : طول ضلع

Ac : کوچکترین قطعہ



$$\sin 60 = \frac{h}{\sqrt{12}} \Rightarrow h = \sqrt{12} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\Rightarrow Ac \text{ طول} = 2 \times 3 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} (\sqrt{12})^2}{6} = \frac{36\sqrt{3}}{12} = 3\sqrt{3}$$

25- در الی 8-99

$$f(\sin x) + 2f(\cos x) = 3 \sin^2 x$$

$$f(x) = ?$$

درستی تمام

$$3 - 2x^2 \quad (1)$$

$$3x^2 - 2 \quad (2)$$

$$2 - 3x^2 \quad (3)$$

$$2x^2 - 3 \quad (4)$$

راه اول: جایگذاری کنیم در صورت سوال:

لذین 2-

$$f(x) = 2 - 3x^2$$

$$\Rightarrow 2 - 3(\sin x)^2 + 2(2 - 3\cos^2 x) = 3 \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 2 - 3 \sin^2 x + 4 - 6 \cos^2 x = 3 \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 6 = 6(\sin^2 x + \cos^2 x) \xrightarrow{\sin^2 x + \cos^2 x = 1} 6 = 6 \checkmark$$

لذا $f(x) = 2 - 3x^2$ پاسخ صحیح است.

جایگذاری سایر لذین:

$$\text{لذین 1-} : f(x) = 3 - 2x^2$$

$$3 - 2 \sin^2 x + 6 - 4 \cos^2 x = 3 \sin^2 x$$

$$9 = 5 \sin^2 x + 4 \cos^2 x \quad \text{غلط} \quad \times$$

$$\text{لذین 2-} : f(x) = 3x^2 - 2$$

$$3 \sin^2 x - 2 + 6 \cos^2 x - 4 = 3 \sin^2 x \Rightarrow -6 = -6 \cos^2 x$$

$$\cos^2 x = 1 \quad \text{غلط} \quad \times$$

$$\text{لذین 3-} : f(x) = 2x^2 - 3$$

$$2 \sin^2 x - 3 + 4 \cos^2 x - 6 = 3 \sin^2 x \Rightarrow -9 = \sin^2 x - 4 \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{8}{3} \quad \text{غلط} \quad \times$$

25 - فرآیند 99 : ادا حل :

راه هم :

$$x = \arcsin x$$

$$\int \sin(\arcsin x) = x$$

$$\int \cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$\Rightarrow f(\sin(\arcsin x)) + 2f(\cos(\arcsin x)) = 3\sin^2(\arcsin x)$$

$$\Rightarrow f(x) + 2f(\sqrt{1-x^2}) = 3x^2$$

برای حل این معادله نیاز به حدس می باشد، که بر اساس مطالب دوران دبیرستان حل می شود و با توجه به طولانی بودن راه حل هم، راه حل اول پیشنهاد می گردد.

26۔ فروری ۸۔ ۹۹

دستہ تمام

تعداد جاہلیت کی طرف سے Summit کے حامل ہیں از اللہ ہی
بائیں۔

it sum

27 - فروردین 99
دسته نهم

$$9 = \text{تعداد دسته}$$

$$[84, 91] = \text{آفرین دسته}$$

$$\text{مركز دسته آفر} = \frac{91+84}{2} = 87.5$$

$$\text{طول دسته آفر} = 91 - 84 = 7$$

از گران باین دسته آفر مقدار 8×7 لایم لینم، کوچکترین داده بدست می آید.
طول دسته \rightarrow تعداد دسته ای قبل از دسته آفر

$$84 - (8 \times 7) = 28$$

بازه								
$\frac{28-35}{31.5}$	$\frac{35-42}{38.5}$	$\frac{42-49}{45.5}$	$\frac{49-56}{52.5}$	$\frac{56-63}{59.5}$	$\frac{63-70}{66.5}$	$\frac{70-77}{73.5}$	$\frac{77-84}{80.5}$	$\frac{84-91}{87.5}$
فروردین								

28- فردا لیدر 8-99
دسته هم

دسته ؟	اول	هم	هم	هم
فردانی	3	a	6	7
فراوانی نسبی	0.15	b	x	y

همان در لدام دسته است ؟

1) محاسبه مقدار a :

$$\text{فراوانی نسبی دسته اول} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{کل فراوانی}} \Rightarrow \frac{3}{(3+a+6+7)} = 0.15$$

$$\Rightarrow 3 = 2.4 + 0.15a \Rightarrow a = \frac{0.6}{0.15} = 4$$

فر

2- محاسبه سایر فراوانی نسبی :

$$\text{فراوانی نسبی دسته هم} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$\text{فراوانی نسبی دسته هم} = \frac{6}{20} = 0.3, \quad \text{فراوانی نسبی دسته هم} = \frac{7}{20} = 0.35$$

همان: عملی که 50 درصد داده، زیر آن و 50٪ بالای آن باشند.
باتوجه به مقادیر فراوانی نسبی بدست آمده، همان در دسته هم قرار دارد.

۲۹ - فد البر ۸ - ۹۹

$$\bar{x}_{13} = 6 = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{13}}{13} = 6 \quad (1)$$

دسته ششم

$$\frac{a_1 + 2(a_2 + 1) + \dots + 2a_{13} + 1}{13} = 11$$

$$\frac{a_1 + 2(a_2 + a_3 + \dots + a_{13}) + 12}{13} = 11 \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow a_1 + (a_2 + \dots + a_{13}) = 78$$

$$(2) \rightarrow a_1 + 2(a_2 + \dots + a_{13}) = 131$$

$$\Rightarrow -a_1 = -25 \rightarrow a = a_1 = 25$$

30 - فروردین 99
دسته هفتم

$$a_1, a_2, \dots, a_n \rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 3 \\ s = \sqrt{\sigma^2} = 0.6 \end{cases}$$

$$3a_1 + 1, 3a_2 + 1, \dots, 3a_n + 1 \rightarrow CV = ?$$

$$CV = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{x}}$$

نکته: با ضرب هر عدد در داده، میانگین در همان عدد ضرب می شود.
و انحراف معیار

با جمع یک عدد با داده، میانگین با آن عدد جمع می شود ولی انحراف معیار تغییر نمی کند.

$$\Rightarrow \bar{x}_{جدید} = 3\bar{x}_{قدیم} + 1 = 3 \times 3 + 1 = 10$$

$$s_{جدید} = 3 \times s_{قدیم} = 3 \times 0.6 = 1.8$$

$$\Rightarrow CV = \frac{1.8}{10} = 0.18$$

- ۱۶- حاصل عبارت $(\sqrt{12} + 6\sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt{2}$
 - (۲) $\sqrt{6}$
 - (۳) $\sqrt{3}$
 - (۴) $\sqrt{2}$

- ۱۷- مجموعه $A = \{a \mid \sqrt{a} \in \mathbb{N}, \sqrt{a} < 8\}$ و $B = \{x \mid x = -1, -2, -3, \dots\}$ است. مجموعه $A \cap B$ چند عضو دارد؟
- (۱) عضوی ندارد
 - (۲) ۸
 - (۳) ۷
 - (۴) ۱

- ۱۸- در یک دنباله حسابی، جمله دوم و قدرنسبت با هم برابرند. جمله سیزدهم، چند برابر جمله ششم است؟
- (۱) ۲٫۴
 - (۲) ۲٫۱
 - (۳) ۲٫۲
 - (۴) ۲٫۳

- ۱۹- طول فسی از منحنی $y = 1 + |3x - 1|$ در بازه $[0, 1]$ کدام است؟
- (۱) $5\sqrt{2}$
 - (۲) $3\sqrt{1}$
 - (۳) $\sqrt{1}$
 - (۴) $2\sqrt{2}$

- ۲۰- اگر $2x + 3y = 6 = 0$ باشد، بیشترین مقدار تابع $z = 5x + 2y$ کدام است؟
- (۱) ۱۵-
 - (۲) ۳۵-
 - (۳) ۲۵-
 - (۴) ۲-

- ۲۱- اگر باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $x^2 + 5x^2 + 4$ بر $x^2 - 3$ برابر ۶ باشد، باقیمانده تقسیم این چندجمله‌ای بر $x + 2$ کدام است؟
- (۱) ۱۶
 - (۲) ۶
 - (۳) ۸
 - (۴) ۱۲

- ۲۲- در خصوص ریشه‌های معادله $\frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 2}}{x - 2} = -1$ کدام مورد صحیح است؟
- (۱) ریشه حقیقی ندارد
 - (۲) دو ریشه مخالف‌العلامت دارد
 - (۳) فقط یک ریشه منتهی دارد
 - (۴) فقط یک ریشه منفی دارد

۲۲- چه تعداد از زیرمجموعه‌های رابطه $R = \{(7, -1), (8, -1), (7, 2)\}$ تابع هستند؟

- (۱) ۶
(۲) ۳
(۳) ۹
(۴) ۵

۲۳- مساحت مثلث متساوی‌الساقی به ضلع $\sqrt{12}$ ، چند برابر طول کوچک‌ترین قطر این مثلث متساوی‌الساقی است؟

- (۱) $12\sqrt{3}$
(۲) $3\sqrt{3}$
(۳) $9\sqrt{3}$
(۴) $6\sqrt{3}$

۲۴- اگر $f(\sin x) + 2f(\cos x) = 3\sin^2 x$ باشد، ضابطه تابع $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $3 - 2x^2$
(۲) $2x^2 - 3$
(۳) $3 - 3x^2$
(۴) $2x^2 - 3$

۲۵- چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه Summit شامل یکی از الگوهای Sum یا It است؟

- (۱) ۸۴
(۲) ۵۸
(۳) ۶۴
(۴) ۷۸

۲۶- داده‌های آماری پیوسته در ۹ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. به طوری که [۸۴.۹۱] آخرین دسته این طبقه‌بندی است. کوچک‌ترین داده کدام است؟ (حد پایین و بالای هر کدام از دسته‌ها، یکی از داده‌های آماری است.)

- (۱) ۳۴
(۲) ۲۱
(۳) ۲۹
(۴) ۲۸

۲۷- با توجه به جدول فراوانی ناقص زیر، میانه در کدام دسته قرار دارد؟

دسته‌ها	اول	دوم	سوم	چهارم
فراوانی	۳	a	۶	۷
فراوانی نسبی	-۰.۱۵	b	c	۵

- (۱) اول
(۲) چهارم
(۳) سوم
(۴) دوم

۲۸- میانگین ۱۳ داده برابر ۶ است. اگر همه داده‌ها به جز ۱۱ را دو برابر کرده و با ۱ جمع کنیم، میانگین برابر ۱۱ می‌شود. مقدار ۱۱ کدام است؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۵۱
(۳) ۴۶
(۴) ۳۷

- ۳۰- سائکس و انجواند معیار داده‌های a_1, a_2, \dots, a_n به ترتیب ۳ و ۴ است. ضریب همبستگی داده‌های
- $a_1 + 1, a_2 + 1, \dots, a_n + 1$ کدام است؟
- (۱) ۰
 - (۲) ۱/۸
 - (۳) ۲
 - (۴) ۳/۸